

Câu 1. (1,5 điểm). Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = x + 2$.

- Vẽ đồ thị P và d trên cùng hệ trục tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm của P và d bằng phép tính.

Câu 2. (1 điểm). Cho phương trình: $2x^2 + 6x - 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Không giải phương

trình, hãy tính giá trị của biểu thức $B = \frac{2}{x_1^2} + \frac{2}{x_2^2} - \frac{6029}{x_1 + x_2}$.

Câu 3. (0,75 điểm). Anh An làm việc cho một công ty sản xuất hàng cao cấp, anh được trả năm triệu bảy trăm sáu mươi ngàn đồng cho 48 tiếng làm việc trong một tuần. Sau đó để tăng thêm thu nhập, anh An đã đăng ký làm thêm một số giờ nữa trong tuần, mỗi giờ làm thêm này anh An được trả bằng 150% số tiền mà mỗi giờ anh An được trả trong 48 giờ đầu. Cuối tuần sau khi xong việc, anh An được lãnh số tiền là bảy triệu hai trăm ngàn đồng. Hỏi anh An đã làm thêm bao nhiêu giờ trong tuần đó?

Câu 4. (0,75 điểm). Công ty FPA cung cấp dịch vụ Internet với mức chi phí ban đầu là 400000 đồng và chi phí trả hàng tháng là 272000 đồng. Công ty VNPB cung cấp dịch vụ Internet không tính chi phí ban đầu, nhưng chi phí trả hàng tháng là 320000 đồng. Anh Minh đã đăng ký dịch vụ Internet của công ty FPA. Hỏi anh Minh phải sử dụng dịch vụ Internet của công ty FPA ít nhất trong bao nhiêu tháng thì tổng chi phí sử dụng sẽ rẻ hơn sử dụng của công ty VNPB?

Câu 5. (1 điểm). Hai người A và B cùng ở một phía và cách thành phố Hồ Chí Minh 50 km . Cả hai người cùng nhau đi trên một con đường về phía ngược hướng với thành phố, người A đi với vận tốc trung bình là 60 km/h và người B đi với vận tốc trung bình là 50 km/h . Gọi $d\text{ km}$ là khoảng cách từ thành phố Hồ Chí Minh đến hai người A, B sau khi đi được t (giờ).

- Lập hàm số của d theo t đối với mỗi người.
- Hỏi nếu hai người xuất phát cùng một lúc thì vào thời điểm nào kể từ lúc xuất phát, khoảng cách giữa hai người là 20 km .

Câu 6. (1 điểm). Chú Hòa muốn xây một bể nước bê tông hình trụ có chiều cao là $1,6m$; bán kính lòng bể (tính từ tâm bể đến mép trong của bể) là $r = 1m$, bề dày của thành bể là $10cm$ và bề dày của đáy bể là $5cm$. Hỏi:

- Bể có thể chứa được nhiều nhất bao nhiêu lít nước (biết thể tích hình trụ bằng $V = \pi r^2 h$ với r là bán kính đáy; h là chiều cao hình trụ; $\pi \approx 3,14$).
- Được biết một khối bê tông cần: 5 bao xi măng loại $50kg/bao$, $0,5m^3$ cát, $0,9m^3$ đá, 185 lít nước. Hỏi chú Hòa cần bao nhiêu kg xi măng? Bao nhiêu m^3 cát và bao nhiêu lít nước để xây bể? (các kết quả được làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba).

Câu 7. (1 điểm). Hạt tiêu đen thường được dùng làm gia vị trong nấu ăn vì ngoài tăng vị ngon của thức ăn, tiêu còn có nhiều tác dụng tốt cho sức khỏe như tốt cho dạ dày, giảm cân, sức khỏe da, chống oxy hóa và các tác dụng khác. Được biết tỉ lệ nước trong hạt tiêu xanh còn tươi là 68% và hạt tiêu khô là 2% .

- Vậy nếu đem đi phơi khô một tạ tiêu xanh còn tươi thì thu được khối lượng hạt tiêu khô là bao nhiêu? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai) Giả sử lượng tiêu hao hụt trong quá trình là 5% .
- Biết giá hồ tiêu thời điểm $11/4/2022$ như sau: Tiêu khô có giá 55000 VNĐ/kg và tiêu xanh còn tươi giá 13750 VNĐ/kg . Bác An có 10 tấn tiêu tươi và dự định thuê 2 công nhân phơi khô trong 10 ngày với tiền công 400000 VNĐ/ngày . Hỏi bác An làm như vậy sẽ lời hay lỗ so với bán tiêu tươi bao nhiêu tiền?

Câu 8. (3 điểm) Cho đường tròn O và điểm M nằm ngoài đường tròn O . Từ M vẽ 2 tiếp tuyến MA, MB của đường tròn O (A và B là 2 tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của MO và AB . Qua M vẽ cát tuyến MCD của đường tròn O (C và D thuộc đường tròn O) sao cho đường thẳng MD cắt đoạn thẳng HB . Gọi I là trung điểm dây cung CD .

- Chứng minh $OI \perp CD$ tại I và tứ giác $MAOI$ nội tiếp.
- Chứng minh $MA^2 = MC.MD$ và tứ giác $OHCD$ nội tiếp.
- Trên cung nhỏ AD lấy điểm N sao cho $DN = DB$. Qua C vẽ đường thẳng song song với DN cắt đường thẳng MN tại E và cũng qua C vẽ đường thẳng song song với BD cắt cạnh AB tại F . Chứng minh: Tam giác CEF cân.

----HẾT----

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (1,5 điểm). Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = x + 2$.

- a) Vẽ đồ thị P và d trên cùng hệ trục tọa độ.
b) Tìm tọa độ giao điểm của P và d bằng phép tính.

Lời giải

- a) Vẽ đồ thị P và d trên cùng hệ trục tọa độ

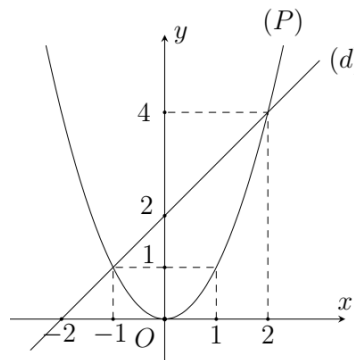
Bảng giá trị hàm số $(P): y = x^2$

x	-1	0	1
y	1	0	1

Bảng giá trị hàm số $(d): y = x + 2$

x	-2	0
y	0	2

Đồ thị:



- b) Phương trình hoành độ giao điểm của P và d :

$$x^2 = x + 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \Rightarrow y_1 = 1 \\ x_2 = 2 \Rightarrow y_2 = 4 \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm của P và d là $-1; 1$, $2; 4$.

Câu 2. (1 điểm). Cho phương trình: $2x^2 + 6x - 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Không giải phương

trình, hãy tính giá trị của biểu thức $B = \frac{2}{x_1^2} + \frac{2}{x_2^2} - \frac{6029}{x_1 + x_2}$.

Lời giải

Ta thấy $a = 2$, $c = -3$, do đó a, c trái dấu nên phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Áp dụng định lý Vi-ét ta có:
$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -3 \\ P = x_1 x_2 = \frac{c}{a} = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{2}{x_1^2} + \frac{2}{x_2^2} - \frac{6029}{x_1 + x_2} = \frac{2}{x_1^2 x_2^2} (x_1^2 + x_2^2 - 2x_1 x_2) - \frac{6029}{x_1 + x_2} \\ &= \frac{2 \left[x_1^2 + x_2^2 - 2x_1 x_2 \right]}{(x_1 x_2)^2} - \frac{6029}{x_1 + x_2} \\ &= \frac{2 \left[-3^2 - 2 \cdot \left(-\frac{3}{2} \right) \right]}{\left(-\frac{3}{2} \right)^2} - \frac{6029}{-3} = \frac{6061}{3}. \end{aligned}$$

Câu 3. (0,75 điểm). Anh An làm việc cho một công ty sản xuất hàng cao cấp, anh được trả năm triệu bảy trăm sáu mươi ngàn đồng cho 48 tiếng làm việc trong một tuần. Sau đó để tăng thêm thu nhập, anh An đã đăng ký làm thêm một số giờ nữa trong tuần, mỗi giờ làm thêm này anh An được trả bằng 150% số tiền mà mỗi giờ anh An được trả trong 48 giờ đầu. Cuối tuần sau khi xong việc, anh An được lãnh số tiền là bảy triệu hai trăm ngàn đồng. Hỏi anh An đã làm thêm bao nhiêu giờ trong tuần đó?

Lời giải

Gọi x (giờ) là số giờ anh An làm thêm ($x > 0$).

Ta có $5760000 + x \cdot \frac{5760000}{48} \cdot 150\% = 7200000 \Leftrightarrow x = 8$ (thỏa mãn).

Vậy trong tuần đó anh An đã làm thêm 8 giờ.

Câu 4. (0,75 điểm). Công ty FPA cung cấp dịch vụ Internet với mức chi phí ban đầu là 400000 đồng và chi phí trả hàng tháng là 272000 đồng. Công ty VNPB cung cấp dịch vụ Internet không tính chi phí ban đầu, nhưng chi phí trả hàng tháng là 320000 đồng. Anh Minh đã đăng ký dịch vụ Internet của công ty FPA. Hỏi anh Minh phải sử dụng dịch vụ Internet của công ty FPA ít nhất trong bao nhiêu tháng thì tổng chi phí sử dụng sẽ rẻ hơn sử dụng của công ty VNPB?

Lời giải

Gọi x (tháng) là thời gian sử dụng dịch vụ ($x > 0$).

Số tiền phải trả khi sử dụng dịch vụ FPA là $272000x + 400000$.

Số tiền phải trả khi sử dụng dịch vụ VNPB là $320000x$.

Khi đó ta có phương trình

$$272000x + 400000 = 320000x \Leftrightarrow x = \frac{25}{3} \approx 8,3.$$

Vậy kể từ tháng thứ 9 trở đi sử dụng dịch vụ FPA rẻ hơn sử dụng dịch vụ VNPB.

Câu 5. (1 điểm). Hai người A và B cùng ở một phía và cách thành phố Hồ Chí Minh 50km . Cả hai người cùng nhau đi trên một con đường về phía ngược hướng với thành phố, người A đi với vận tốc trung bình là 60km/h và người B đi với vận tốc trung bình là 50km/h . Gọi $d\text{ km}$ là khoảng cách từ thành phố Hồ Chí Minh đến hai người A, B sau khi đi được t (giờ).

- Lập hàm số của d theo t đối với mỗi người.
- Hỏi nếu hai người xuất phát cùng một lúc thì vào thời điểm nào kể từ lúc xuất phát, khoảng cách giữa hai người là 20km .

Lời giải

- Hàm số của d theo t của người thứ nhất là $d_1 : d = 60t$.

Hàm số của d theo t của người thứ hai là $d_2 : d = 50t + 50$.

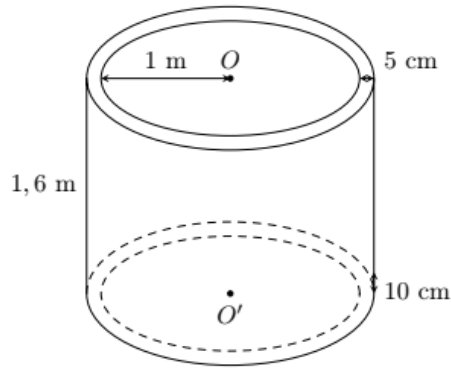
- Ta có $|60t - 50t - 50| = 20 \Leftrightarrow \begin{cases} 10t - 50 = 20 \\ 10t - 50 = -20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 7 \\ t = 3. \end{cases}$

Vậy kể từ lúc xuất phát đến khi hai xe cách nhau 20km là 3 giờ và 7 giờ.

Câu 6. (1 điểm). Chú Hòa muốn xây một bể nước bê tông hình trụ có chiều cao là $1,6\text{m}$; bán kính lòng bể (tính từ tâm bể đến mép trong của bể) là $r = 1\text{m}$, bề dày của thành bể là 10cm và bề dày của đáy bể là 5cm . Hỏi:

- Bể có thể chứa được nhiều nhất bao nhiêu lít nước (biết thể tích hình trụ bằng $V = \pi r^2 h$ với r là bán kính đáy; h là chiều cao hình trụ; $\pi \approx 3,14$).
- Được biết một khối bê tông cần: 5 bao xi măng loại 50kg/bao , $0,5\text{m}^3$ cát, $0,9\text{m}^3$ đá, 185 lít nước. Hỏi chú Hòa cần bao nhiêu kg xi măng? Bao nhiêu m^3 cát và bao nhiêu lít nước để xây bể? (các kết quả được làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba).

Lời giải



- a) Thể tích nước mà bể có thể chứa là

$$V = \pi r^2 h = \pi \cdot 1^2 \cdot 1,6 - 0,05 = 3,14 \cdot 1,55 = 4,867 m^3.$$

- b) Gọi V_1 , V_2 , V_3 lần lượt là thể tích của khối trụ lớn, thể tích phần chứa nước, thể tích khối bê tông.

$$V_3 = V_1 - V_2 = \pi \cdot 1 + 0,1^2 \cdot 1,6 - \pi \cdot 1^2 \cdot 1,6 - 0,05 = 1,212 m^3.$$

Khối lượng xi măng cần là $2,212 \cdot 50 \cdot 5 = 303 kg$.

Thể tích cát là $1,212 \cdot 0,9 = 1,091 m^3$.

Thể tích nước sử dụng là $1,212 \cdot 185 = 224,220$ lít.

Câu 7. (1 điểm). Hạt tiêu đen thường được dùng làm gia vị trong nấu ăn vì ngoài tăng vị ngon của thức ăn, tiêu còn có nhiều tác dụng tốt cho sức khỏe như tốt cho dạ dày, giảm cân, sức khỏe da, chống oxy hóa và các tác dụng khác. Được biết tỉ lệ nước trong hạt tiêu xanh còn tươi là 68% và hạt tiêu khô là 2%.

- a) Vậy nếu đem đi phơi khô một tạ tiêu xanh còn tươi thì thu được khối lượng hạt tiêu khô là bao nhiêu? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai) Giả sử lượng tiêu hao hụt trong quá trình là 5%.
- b) Biết giá hồ tiêu thời điểm 11/4/2022 như sau: Tiêu khô có giá 55000 VNĐ/kg và tiêu xanh còn tươi giá 13750 VNĐ/kg. Bác An có 10 tấn tiêu tươi và dự định thuê 2 công nhân phơi khô trong 10 ngày với tiền công 400000 VNĐ/ngày. Hỏi bác An làm như vậy sẽ lời hay lỗ so với bán tiêu tươi bao nhiêu tiền?

Lời giải

- a) Khối lượng một tạ tiêu nguyên chất là

$$100 \cdot 68\% = 68 kg.$$

Khối lượng một tạ tiêu chứa 2% nước và hao hụt 5% là

$$68 \cdot \frac{100}{98} \cdot \frac{95}{100} \approx 65,92 kg.$$

b) Số tiền bán 10 tấn tiêu tươi là

$$13750.10000 = 137500000 \text{ VNĐ.}$$

Số tiền bán 10 tấn tiêu khi phơi khô là

$$55000.10000. \frac{65,92}{100} = 362560000 \text{ VNĐ.}$$

Số tiền thuê nhân công phơi là

$$40000.10.2 = 8000000 \text{ VNĐ.}$$

Số tiền bác An thu về khi bán tiêu khô và trừ nhân công là

$$362560000 - 8000000 = 354560000 \text{ VNĐ.}$$

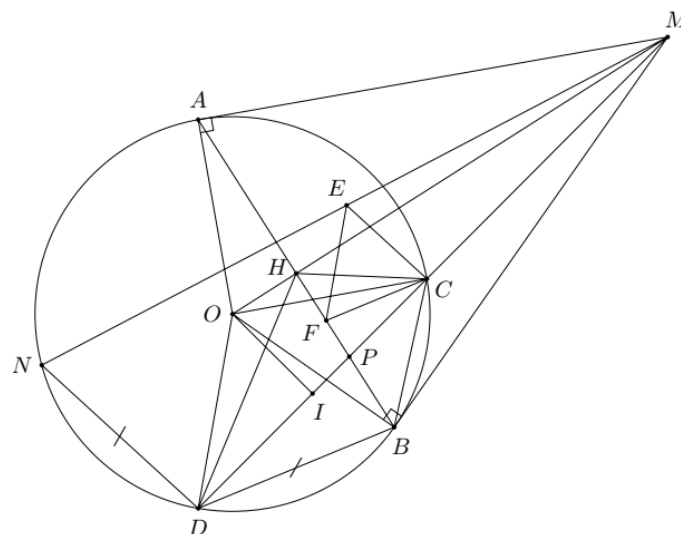
Như vậy bác An bán tiêu khô lời hơn bán tiêu tươi là

$$354560000 - 137500000 = 217060000 \text{ VNĐ.}$$

Câu 8. (3 điểm) Cho đường tròn O và điểm M nằm ngoài đường tròn O . Từ M vẽ 2 tiếp tuyến MA, MB của đường tròn O (A và B là 2 tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của MO và AB . Qua M vẽ cát tuyến MCD của đường tròn O (C và D thuộc đường tròn O) sao cho đường thẳng MD cắt đoạn thẳng HB . Gọi I là trung điểm dây cung CD .

- Chứng minh $OI \perp CD$ tại I và tứ giác $MAOI$ nội tiếp.
- Chứng minh $MA^2 = MC.MD$ và tứ giác $OHCD$ nội tiếp.
- Trên cung nhỏ AD lấy điểm N sao cho $DN = DB$. Qua C vẽ đường thẳng song song với DN cắt đường thẳng MN tại E và cũng qua C vẽ đường thẳng song song với BD cắt cạnh AB tại F . Chứng minh: Tam giác CEF cân.

Lời giải



- Do I là trung điểm của CD nên $OI \perp CD$ (tính chất đường kính và dây cung)

Xét tứ giác $MAOI$ có $OAM = OIM = 90^\circ$

$$\Rightarrow OAM + OIM = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ.$$

Suy ra tứ giác $MAOI$ nội tiếp (tổng hai góc đối bằng 180°).

b) Xét $\triangle MCB$ và $\triangle MBD$ có $BMC = DMC$

$MCB = MDB$ (liên hệ giữa góc nội tiếp và góc giữa tia tiếp tuyến và dây cung)

Suy ra $\triangle MCB \sim \triangle MBD$ (g-g)

$$\Rightarrow \frac{MC}{MB} = \frac{MB}{MD} \Leftrightarrow MC \cdot MD = MB^2 \Leftrightarrow MC \cdot MD = MA^2. \quad 1$$

Ta có $\begin{cases} OA = OB = R \\ MA = MB \text{ (tc2tt)} \end{cases} \Rightarrow MO \text{ là trung trực của } AB \Rightarrow AH \text{ là đường cao trong tam}$

giác MAO vuông tại A nên $MA^2 = MH \cdot MO. \quad 2$

$$\text{Từ } 1 \text{ và } 2 \Rightarrow MH \cdot MO = MC \cdot MD \Leftrightarrow \frac{MH}{MD} = \frac{MC}{MO}.$$

Xét $\triangle MHC$ và $\triangle MDO$ có $HMC = DMO$ và $\frac{MH}{MD} = \frac{MC}{MO}$ nên

$\triangle MHC \sim \triangle MDO$ (c-g-c).

Suy ra $MHC = ODC$ nên tứ giác $OHCD$ nội tiếp (góc ngoài bằng góc đối trong không kề)

c) Gọi P là giao điểm của AB và MD .

$$\text{Ta có } CE \parallel DN \text{ nên } \frac{MC}{MD} = \frac{CE}{DN}. \quad 1$$

$$\text{Ta có } CF \parallel BD \text{ nên } \frac{PC}{PD} = \frac{CF}{BD}. \quad 2$$

Do tứ giác $OHCD$ nội tiếp, suy ra $MHC = ODC = OCD$.

Mà $OCD = OHD$.

Nên $MHC = OHD$.

Mặt khác $HP \perp OM$.

Lúc này ta có HP là phân giác trong, HM là phân giác ngoài của tam giác HCD nên

$$\text{áp dụng tính chất phân giác ta có } \frac{MC}{MD} = \frac{PC}{PD} \quad 3$$

$$\text{Từ } 1, 2 \text{ và } 3 \text{ suy ra } \frac{CE}{DN} = \frac{CF}{BD} \text{ mà } DB = DN \Rightarrow CE = CF.$$

Vậy tam giác CEF cân tại C .

----HẾT----