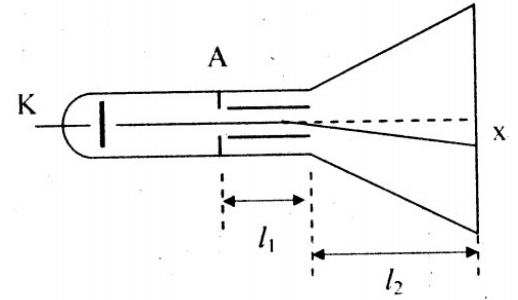


2. BÀI TẬP LUYỆN TẬP TỔNG HỢP

Chuyên đề 2: ĐIỆN TÍCH CHUYỂN ĐỘNG

13. Trong ống phóng điện tử của máy thu vô tuyến truyền hình, electron thoát ra từ catot K được tăng tốc và thoát khỏi anốt A với năng lượng $W = 3keV$. Sau đó electron đi vào từ trường $\vec{B}$ của một cuộn dây: $\vec{B}$ vuông góc với phương ban đầu của electron, $B = 1,6 \cdot 10^{-3} T$ và tác dụng trong khoảng chiều dài $l_1 = 5cm$.

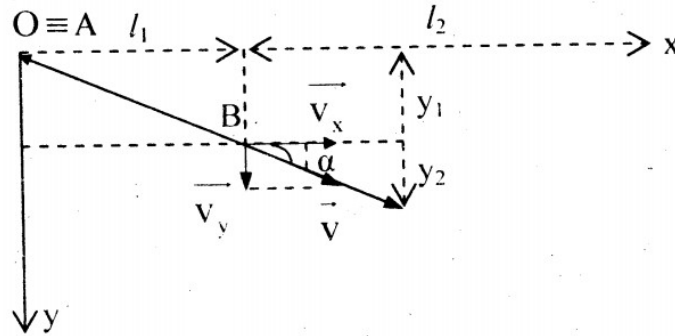


Sau khi ra khỏi từ trường, electron chuyển động trong ống trong khoảng $l_2 = 30cm$ rồi đập vào màn huỳnh quang. Tính độ lệch x của electron trên màn. Biết $1eV = 1,6 \cdot 10^{-19} J$

Bài giải

Chuyển động của electron tính từ sau khi thoát khỏi anốt được chia làm hai giai đoạn:

- + Giai đoạn 1: chuyển động dưới tác dụng của lực từ trong khoảng chiều dài l_1 .
- + Giai đoạn 2: chuyển động thẳng theo phương của vectơ vận tốc ngay sau khi đi hết chiều dài l_1 .



* Trong giai đoạn 1:

$$v_x = v_{ox} = v_0 \quad (1)$$

$$v_y = v_{oy} + at_1 = 0 + at_1 \quad (2)$$

$$\text{và } x_1 = v_0 t_1 \quad (3)$$

$$y_1 = \frac{1}{2} a t_1^2 \quad (4)$$

Thay (3) vào (4), ta được:

$$y_1 = \frac{1}{2} a \cdot \frac{x_1^2}{v_0^2} = \frac{1}{2} \frac{F}{m} \cdot \frac{x_1^2}{v_0^2} \quad \left(a = \frac{F}{m} \right)$$

$$\text{Với } F = |e| v_0 B \cdot \sin 90^\circ = |e| v_0 B; v_0 = \sqrt{\frac{2W}{m}} \quad (\text{do } W = \frac{1}{2} m v_0^2)$$

Và $x_1 = l_1$

$$\Rightarrow y_1 = \frac{1}{2} \frac{|e|Bl_1^2}{m\sqrt{\frac{2W}{m}}} = \frac{1}{2} \frac{|e|Bl_1^2}{\sqrt{2mW}} \quad (5)$$

- Vector vận tốc của electron tại điểm vừa ra khỏi từ trường hợp với phương ngang một góc α với:

$$\tan \alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{at_1}{v_0} = \frac{a \cdot \frac{x_1}{v_0}}{v_0} = \frac{ax_1}{v_0^2} = \frac{al_1}{v_0^2} \quad (6)$$

*** Trong giai đoạn 2:**

Ta có: $\tan \alpha = \frac{y_2}{l_2} \quad (7)$

- Từ (6) và (7) suy ra: $y_2 = \frac{al_1l_2}{v_0^2} = \frac{\frac{|e|v_0B}{m}l_1l_2}{v_0^2} = \frac{|e|Bl_1l_2}{mv_0} = \frac{|e|Bl_1l_2}{m\sqrt{\frac{2W}{m}}}$

$$\Rightarrow y_2 = \frac{|e|Bl_1l_2}{\sqrt{2mW}} \quad (8)$$

- Từ (5) và (8), ta có độ lệch theo phương ban đầu của electron khi đến màn hình là:

$$x = y_1 + y_2 = \frac{1}{2} \frac{|e|Bl_1^2}{\sqrt{2mW}} + \frac{|e|Bl_1l_2}{\sqrt{2mW}} = \frac{|e|Bl_1}{\sqrt{2mW}} \left(\frac{l_1}{2} + l_2 \right)$$

$$\Rightarrow x = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,6 \cdot 10^{-3} \cdot 0,05}{\sqrt{2,91 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19})}} \left(\frac{0,05}{2} + 0,3 \right) \approx 0,142m = 14,2cm.$$

Vậy: Độ lệch của electron trên màn là $x = 14,2cm$.

14. Một electron có vận tốc v đi vào một từ trường đều, $\vec{B}$ hợp với v góc α .

a) Electron chuyển động theo quỹ đạo thế nào? Tính các kích thước của quỹ đạo đó.

b) Tính công của lực từ tác dụng lên electron.

Bài giải

a) Quỹ đạo của electron

- Vì vector v hợp với $\vec{B}$ một góc α nên ta phân tích v thành hai thành phần:

v_1 vuông góc với $\vec{B}$.

v_2 song song với $\vec{B}$.

- Tác dụng của lực từ lên electron:

Theo v_1 làm electron chuyển động tròn với bán kính R .

Theo $\vec{v}_2$ làm electron chuyển động thẳng đều với vận tốc $v_2 = v \cdot \cos \alpha$ dọc theo phương của $\vec{B}$.

- Do tham gia đồng thời hai chuyển động nên electron chuyển động theo đường xoắn ốc với:

$$\text{Bán kính: } R = \frac{mv_1}{eB} = \frac{mv \cdot \sin \alpha}{eB}.$$

Bước xoắn: $h = v_2 t$, với $v_2 = v \cdot \cos \alpha$; t : bằng thời gian electron chuyển động được một vòng tròn bán kính R .

$$\Rightarrow t = \frac{2\pi R}{v_1} = \frac{2\pi m}{eB} \text{ và } h = \frac{v \cdot \cos \alpha \cdot 2\pi m}{eB} = \frac{2\pi m v \cdot \cos \alpha}{eB}.$$

Vậy: Quỹ đạo của electron là đường xoắn ốc với bán kính $R = \frac{mv \cdot \sin \alpha}{eB}$, bước xoắn $h = \frac{2\pi m v \cdot \cos \alpha}{eB}$.

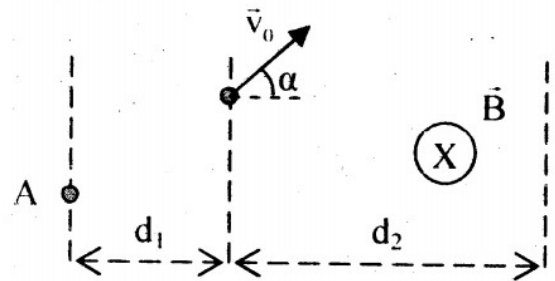
b) Công của lực từ tác dụng lên electron

- Theo thành phần $\vec{v}_2$ lực từ tác dụng lên electron bằng 0 nên công của lực từ theo thành phần này bằng 0.

- Theo thành phần $\vec{v}_1$ lực từ tác dụng lên electron bằng 0, nhưng vì electron chuyển động tròn theo thành phần này nên công của lực từ tác dụng lên electron trong một chu kì cũng bằng 0.

Vậy: Công lực từ tác dụng lên electron bằng 0.

15. Một hạt electron (điện tích $-e$, khối lượng m) được tăng tốc từ trạng thái nghỉ và bay thẳng từ A đến B trong điện trường đều giữa hai mặt phẳng (P_1) và (P_2) cách nhau đoạn d_1 . Sau đó electron tiếp tục bay vào vùng có từ trường $\vec{B}$ nằm giữa hai mặt phẳng (P_2) và (P_3) (cách nhau một đoạn d_2) với vận tốc ban đầu có độ lớn v_0 , có hướng vuông góc với vectơ cảm ứng từ và hợp với vectơ pháp tuyến của (P_2) góc α (hình vẽ). Biết quỹ đạo của hạt nằm trong mặt phẳng hình vẽ và hạt ra khỏi từ trường tại điểm D trên (P_3).



a) Xác định vectơ cường độ điện trường đều $\vec{E}$.

b) Xác định hướng bay của electron khi ra khỏi từ trường đều.

Bài giải

a) Xác định vectơ cường độ điện trường đều $\vec{E}$

- Vì $\vec{E}$ không đổi nên gia tốc của electron: $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = -\frac{e\vec{E}}{m} = \text{const.}$

- Electron chuyển động thẳng từ A đến B với $v_A = 0$ nên chuyển động của electron là nhanh dần đều, với:

$$a = \frac{v_0^2 \cos \alpha}{2d_1}.$$

- Từ đó, các vectơ $\vec{E}$ song song, cùng chiều với $\vec{BA}$ có độ lớn:

$$E = \frac{ma}{e} = \frac{mv_0^2 \cos \alpha}{2ed_1}$$

Vậy: Vector cường độ điện trường $\vec{E}$ có chiều từ B đến A và có độ lớn:

$$E = \frac{mv_0^2 \cos \alpha}{2ed_1}.$$

b) Hướng bay của electron khi ra khỏi từ trường đều

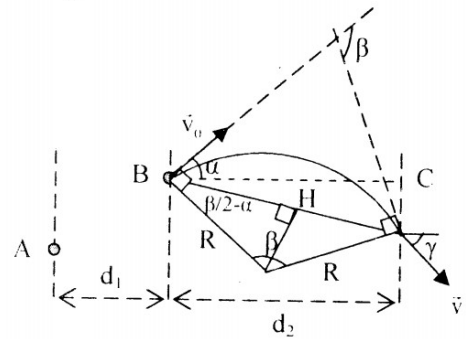
- Vì $\vec{v}_0 \perp \vec{B}$ nên electron chuyển động từ B đến D trên một cung tròn có bán kính: $R = \frac{mv_0}{eB}$.

- Từ hình vẽ, ta có:

$$BD = 2R \sin \frac{\beta}{2} = \frac{d_2}{\cos \left(\frac{\beta}{2} - \alpha \right)}.$$

$$\Rightarrow 2 \sin \frac{\beta}{2} \cos \left(\frac{\beta}{2} - \alpha \right) = \frac{d_2}{R} \Leftrightarrow \sin \alpha + \sin (\beta - \alpha) = \frac{d_2}{R}.$$

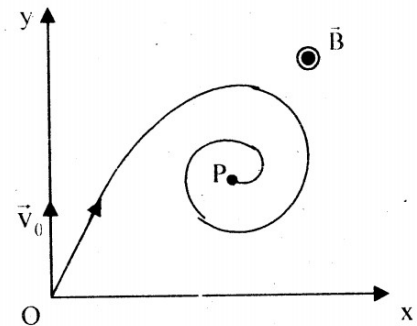
$$\Rightarrow \sin (\beta - \alpha) = \frac{d_2}{R} - \sin \alpha = \frac{eBd_2}{mv_0} - \sin \alpha$$



Vậy: Hướng bay của electron khi ra khỏi từ trường hợp với pháp tuyến của (P_3) góc $\gamma = (\beta - \alpha)$, với

$$\sin \gamma = \frac{eBd_2}{mv_0} - \sin \alpha.$$

16. Trong miền không gian phẳng xOy ở phía $y > 0$ có một từ trường đều $\vec{B}, \vec{B}$ có phương z , chiều hướng ra ngoài mặt phẳng hình vẽ. Một hạt mang điện tích q , khối lượng m chuyển động dọc theo trục y với vận tốc ban đầu v_0 đi vào miền không gian đó. Khi chuyển động trong miền không gian đó hạt chịu tác dụng của lực cản tỉ lệ với vận tốc: $\vec{F}_c = -\alpha \vec{v}$.



Lực cản này có trị số lớn sao cho hạt luôn luôn ở trong miền không gian đó. Sau khi vào miền không gian đó, hạt chuyển động theo quỹ đạo “xoắn ốc”, đi đến điểm P . Xác định điểm P . Bỏ qua tác dụng của trọng lực.

(Trích Đề thi Olympic, Mỹ - 1997)

Bài giải

- Các lực tác dụng lên hạt: lực Lo-ren-xơ $\vec{f}_L$ và lực cản $\vec{F}_c$. Phương trình chuyển động của hạt:

$$\vec{f}_L + \vec{F}_c = ma \Leftrightarrow q \left| \vec{v} \wedge \vec{B} \right| - \alpha v = ma$$

- Vì hạt chỉ chuyển động trong mặt phẳng xOy nên vận tốc của hạt không có thành phần theo trục z . Chiều phương trình chuyển động của hạt lên hai phương Ox và Oy , ta được:

$$F_x = -\alpha v_x + qBv_y; F_y = -\alpha v_y + qBv_x$$

$$\Leftrightarrow m \frac{dv_x}{dt} = -\alpha \frac{dx}{dt} + qB \frac{dy}{dt}; m \frac{dv_y}{dt} = -\alpha \frac{dy}{dt} + qB \frac{dx}{dt}$$

$$\Leftrightarrow m\Delta v_x = -\alpha\Delta x + qB\Delta y; m\Delta v_y = -\alpha\Delta y + qB\Delta x, (P(\Delta x; \Delta y)).$$

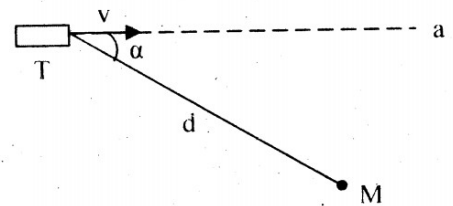
- Theo đề, $v_0(0; v_0; 0)$ và $v(0; 0; 0)$. Do đó, ta có:

$$0 = -\alpha\Delta x + qB\Delta y; -mv_0 = -\alpha\Delta y + qB\Delta x$$

$$\Rightarrow \Delta x = \frac{mqBv_0}{\alpha^2 + q^2B^2}; \Delta y = \frac{m\alpha v_0}{\alpha^2 + q^2B^2}$$

Vậy: Điểm P trong miền không gian trên có tọa độ $P\left(\frac{mqBv_0}{\alpha^2 + q^2B^2}; \frac{m\alpha v_0}{\alpha^2 + q^2B^2}; 0\right)$

17. Các electron sau khi gia tốc bởi một điện áp U (không đổi) có vận tốc v được bắn vào từ trường đều $\vec{B}$ (từ một ống phóng T) theo phương đường thẳng a . Ở một khoảng cách nào đó đối với ống phóng người ta đặt một máy thu tại điểm M sao cho khoảng cách $TM = d$ tạo với đường thẳng a một góc α . Tìm độ lớn cảm ứng từ của từ trường đều để các electron đi tới máy thu trong hai trường hợp sau:



- Từ trường đều có đường sức vuông góc với mặt phẳng tạo bởi đường thẳng a và điểm M .
- Từ trường đều có đường sức song song với đường thẳng TM .

Bài giải

a) Trường hợp đường sức vuông góc với mặt phẳng $(a; M)$:

- Lực Lo-ren-xơ đóng vai trò là lực hướng tâm, electron chuyển động trên quỹ đạo là đường tròn, bán kính

$$R = \frac{mv}{eB}.$$

- Để electron rơi vào bộ máy thu ở M thì:

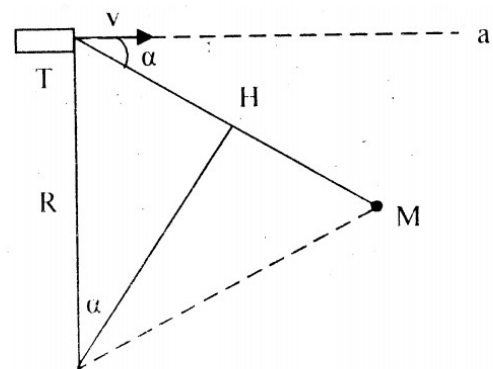
$$R = \frac{TH}{\sin \alpha} = \frac{TM}{2 \sin \alpha} \Leftrightarrow \frac{mv}{eB} = \frac{TM}{2 \sin \alpha}$$

$$\Rightarrow v = \frac{TM \cdot eB}{2m \sin \alpha} = \frac{deB}{2m \sin \alpha}$$

- Mặt khác, electron đạt vận tốc v khi nó được tăng tốc bởi hiệu điện thế U , nên:

$$\frac{1}{2}mv^2 = eU \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{deB}{2m \cdot \sin \alpha} = \sqrt{\frac{2eU}{m}} \Rightarrow B = \frac{2 \sin \alpha}{d} \sqrt{\frac{2mU}{e}}$$



Vậy: Trường hợp này độ lớn cảm ứng từ là $B = \frac{2 \sin \alpha}{d} \sqrt{\frac{2mU}{e}}$.

b) Trường hợp đường sức song song với đường thẳng TM , hay $(\vec{B}, \vec{v}) = \alpha$

- Phân tích $\vec{v}$ thành hai thành phần vuông góc nhau:

Thành phần vuông góc với $\vec{B}$: $v_n = v \sin \alpha$

Thành phần song song với $\vec{B}$: $v_s = v \cos \alpha$

- Quỹ đạo của hạt là đường đing ốc, nếu nhìn theo phương của $\vec{B}$ thì nó là đường tròn có bán kính r:

$$r = \frac{mv_n}{|q|B} = \frac{mv \sin \alpha}{|q|B}$$

- Thời gian quay một vòng: $T = \frac{2\pi r}{v_n} = \frac{2\pi m}{eB}$.

- Thành phần v_s làm electron chuyển động thẳng đều với vận tốc $v_s = v \cos \alpha$ dọc theo phương của $\vec{B}$

Trong thời gian đó electron đã đi được một đoạn dài là h

$$(\text{bước ốc}): h = v_s T = \frac{2\pi m v \cos \alpha}{eB}$$

$$\text{Mà: } d = Nh \Rightarrow h = \frac{d}{N} \text{ (N là số bước ốc)}$$

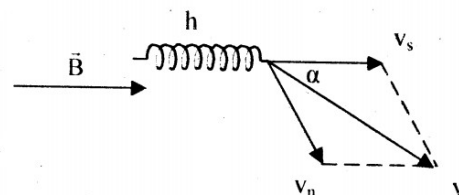
$$\Rightarrow B = \frac{2\pi N m v \cos \alpha}{ed}$$

- Mặt khác, electron đạt vận tốc v khi nó được tăng tốc bởi hiệu điện thế U , nên:

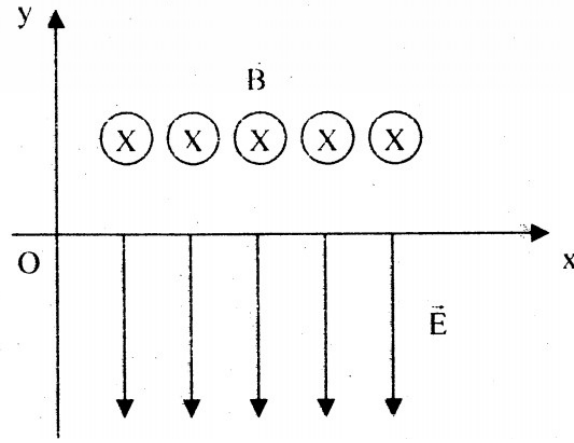
$$\frac{1}{2} m v^2 = eU \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$$

$$\Leftrightarrow B = \frac{2\pi N \cos \alpha}{d} \sqrt{\frac{2mU}{e}}$$

Vậy: Trường hợp này độ lớn cảm ứng từ là $B = \frac{2\pi N \cos \alpha}{d} \sqrt{\frac{2mU}{e}}$



18. Cho hệ trục tọa độ Oxy . Phía trên trục Ox là từ trường đều $\vec{B}$ có phương thẳng góc với mặt phẳng Oxy và hướng vào trong. Phía dưới trục Ox là điện trường đều có cường độ E hướng theo chiều âm của trục Oy . Một hạt khối lượng m , mang điện tích $-q$ được bắn lên từ gốc tọa độ O theo chiều dương của trục Oy . Sau khi bắn lên đến khi gặp trục Ox lần thứ 3 thì hạt m cách gốc O một khoảng L . Tính vận tốc v của hạt lúc bắn lên và tổng quãng đường hạt đi được từ thời điểm ban đầu đến khi gặp trục Ox lần thứ n ? (Bỏ qua ảnh hưởng của trọng lực).



Bài giải

- Chuyển động của hạt gồm:

Chuyển động tròn đều trong vùng từ trường đều với vận tốc v dưới tác dụng của lực Lo-ren-xơ với:

* Bán kính quỹ đạo: $R = \frac{mv}{qB}$.

* Quãng đường đi giữa hai lần gặp trục Ox liên tiếp: $s_l = \pi R$.

(Giữa hai lần gặp trục Ox liên tiếp, hạt chỉ chuyển động được một nửa đường tròn)

Chuyển động thẳng biến đổi đều dưới tác dụng của điện trường phía dưới trục Ox gồm: chuyển động chậm dần đều đi xuống và chuyển động nhanh dần đều đi lên với:

* Gia tốc: $a = \frac{qE}{m}$

* Quãng đường đi được trong điện trường: $s_d = 2y = \frac{mv^2}{qE}$.

- Khi hạt gặp trục Ox lần thứ 3, ta có: $L = 4R \Rightarrow R = \frac{mv}{qB} = \frac{L}{4}$.

- Vận tốc ban đầu của hạt là: $v = \frac{qBL}{4m}$.

- Quãng đường hạt đi được kể từ lúc bắn đến lúc gặp trục Ox lần thứ 1 là:

$$s_1 = s_l = \pi R = \frac{L}{4}$$

- Quãng đường hạt đi được kể từ lúc bắn đến lúc gặp trục Ox lần thứ 3 là:

$$s_3 = 2s_l + s_d$$

- Quãng đường hạt đi được kể từ lúc bắn đến lúc gặp trục Ox lần thứ 5 là:

$$s_5 = 3s_l + s_d$$

Quãng đường hạt đi được từ lúc bắn đến lúc gặp trục Ox lần thứ $(2k - 1)$ là:

$$s_{2k-1} = ks_t + (k-1)s_d = k \frac{\pi L}{4} + (k-1)q \frac{B^2 L^2}{16mE}; k=1,2,3,\dots$$

- Tương tự, quãng đường hạt đi được kể từ lúc bắn đến lúc gặp trục Ox lần thứ $2k$ là:

$$s_{2k} = k(s_t + s_d) = k \left(\frac{\pi L}{4} + q \frac{B^2 L^2}{16mE} \right); k=1,2,3,\dots$$

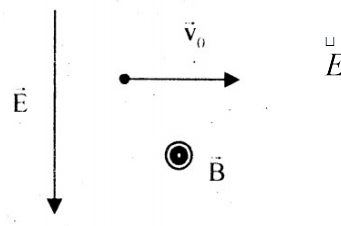
- Đặt $n = 2k - 1$ (n là số lẻ) thì: $s_n = (n+1) \frac{\pi L}{8} + (n-1)q \frac{B^2 L^2}{32mE}$.

Vậy: Vận tốc v của hạt lúc bắn lên là $v = \frac{qBL}{4m}$ và tổng quãng đường hạt đi được từ thời điểm ban đầu đến khi gặp trục Ox lần thứ n là:

$$s_n = (n+1) \frac{\pi L}{8} + (n-1)q \frac{B^2 L^2}{32mE}.$$

19. Một hạt tích điện $q > 0$ chuyển động với vận tốc $\vec{v}_0$ trong điện trường đều và từ trường đều $\vec{B}$, với $\vec{v}_0 \perp \vec{B}$, $\vec{v}_0 \perp \vec{E}$ và $E = v_0 B$ (hình vẽ).

Bỏ qua tác dụng của trọng trường. Độ lớn vận tốc v của hạt bằng bao nhiêu ở thời điểm khi vector vận tốc $\vec{v}$ hợp với $\vec{v}_0$ góc 180° .



Bài giải

- Hạt chuyển động dưới tác dụng của lực điện $\vec{F} = q\vec{E}$ ($\vec{F} \uparrow \uparrow \vec{E}$) và lực Lo-ren-xơ $\vec{F}_L$ ($\vec{F}_L \perp \vec{v}$).

- Theo định luật II Niu-tơn, ta có: $\vec{F} + \vec{F}_L = m\vec{a}$.

- Chiếu phương trình vector trên lên phương ngang Ox , ta được:

$$-F_L \cos \alpha = ma_x \Rightarrow a_x = -\frac{F_L \cos \alpha}{m} = -\frac{qvB \cdot \cos \alpha}{m} = -\frac{qB}{m} v_y \quad (v_y = v \cos \alpha)$$

$$\Leftrightarrow \frac{dv_x}{dt} = -\frac{qB}{m} \frac{dy}{dt} \Rightarrow v_x = -\frac{qB}{m} y + C$$

- Lúc đầu, khi $y = 0$ thì $v_x = v_0$, suy ra: $C = v_0$

$$\text{Do đó: } v_x = v_0 - \frac{qB}{m} y \quad (1)$$

- Nếu chỉ có tác dụng của $\vec{F}_L$ thì quỹ đạo của hạt là tròn đều. Vì có thêm tác dụng của lực điện thẳng đứng hướng xuống nên quỹ đạo của hạt là đường xoắn ốc.

- Tại thời điểm t khi vận tốc $\vec{v}$ của hạt tạo với $\vec{v}_0$ một góc 180° thì $v_x(t) = -v$ và từ (1) ta được:

$$-v = v_0 - \frac{qB}{m}y(t) \Rightarrow y(t) = \frac{m}{qB}(v + v_0) \quad (2)$$

$$- \text{Áp dụng định lí động năng, ta được: } \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = A_F^{\vec{}} + A_{F_L}^{\vec{}} \quad (3)$$

$$(A_{F_L}^{\vec{}} = 0 \text{ vì } \vec{F}_L \perp \vec{v} \text{ và } A_F^{\vec{}} = Fy(t) = qEy(t))$$

- Kết hợp với (2), (3), ta được:

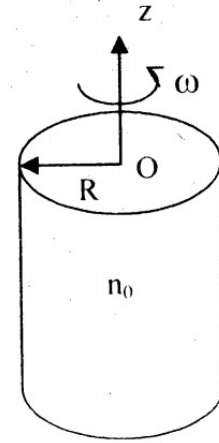
$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = qE \frac{m}{qB}(v + v_0) = \frac{Em}{B}(v + v_0) \quad (4)$$

$$\text{Với } E = v_0 B \text{ nên (4) trở thành: } \frac{1}{2}v^2 - \frac{1}{2}v_0^2 = v_0(v + v_0)$$

$$\Rightarrow v^2 - 2v_0v - 3v_0^2 = 0 \Rightarrow v = 3v_0 \text{ (loại nghiệm âm } v = -v_0)$$

Vậy: Độ lớn vận tốc v của hạt ở thời điểm khi vector vận tốc $\vec{v}$ hợp với $\vec{v}_0$ góc 180° là $v = 3v_0$

20. Xét một đám mây electron có dạng hình trụ, bán kính R , dài vô hạn. Mật độ electron có giá trị đồng đều n_0 , điện tích của electron là $-e$ và khối lượng electron là m . Quanh đám mây là chân không. Có một từ trường đều không đổi dọc theo trục của hình trụ (trục z) sao cho $\vec{B}_0 = B_0 \vec{k}$ với $B_0 > 0$ và $\vec{k}$ là vector đơn vị theo phương z . Đám mây electron quay xung quanh trục z với vận tốc góc ω (hình vẽ). Các vận tốc không tương đối tính, một chất khí gồm các hạt tích điện gọi là một "plasma".



a) Tìm cường độ điện trường tại điểm nằm cách trục một khoảng r ($r < R$) bên trong đám mây.

b) Tìm hợp lực tác dụng lên một electron nằm cách trục một khoảng r bên trong đám mây. Bỏ qua từ trường sinh ra bởi chuyển động quay của đám mây.

c) Sử dụng định luật II Niu-ơn, chỉ ra rằng có hai giá trị của ω là khả dĩ đối với các electron để cho hệ là ổn định. Hãy viết các giá trị ω này theo hai tần số khác liên quan đến bài toán, đó là tần số xyclôtron $\omega_c = \frac{eB_0}{m}$

và tần số "plasma" $\omega_p = \sqrt{\frac{n_0 e^2}{\epsilon_0 m}}$, với ϵ_0 là hằng số điện.

d) Tìm mật độ electron lớn nhất $n_{0(\max)}$ để đám mây electron có thể bị giam giữ bởi từ trường $\vec{B}_0$. Hãy viết

biểu thức của $n_{0(\max)}$ theo mật độ năng lượng $\frac{B_0^2}{2\mu_0}$ và năng lượng nghỉ mc^2 của electron.

e) Hãy tính từ trường B sinh ra bởi chuyển động quay của đám mây tại một điểm nằm cách trục một khoảng r trong đám mây hình trụ.

f) Hãy xác định lực tác dụng lên một điện tích trong đám mây hình trụ do từ trường B gây ra. Hãy chỉ ra rằng tỉ số của lực này và lực điện trường bằng $\frac{v^2}{c^2}$, trong đó v là vận tốc của hạt tích điện và c là tốc độ ánh sáng.

(Điều đó chứng tỏ rằng tác dụng của từ trường B là không đáng kể khi vận tốc quay là không tương đối tính)

(Trích "Tập chí Lượng tử" - Nga)

Bài giải

a) Cường độ điện trường tại điểm nằm cách trục một khoảng r ($r < R$) bên trong đám mây

- Do tính chất đối xứng và vô hạn của đám mây hình trụ nên điện trường tại điểm cách trục r có hướng vuông góc với trục.

- Áp dụng định lý Ôt-trô-grát-xki-Gau-xơ cho mặt trụ trục z , bán kính r , độ cao l , ta được:

$$E(r).2\pi lr = - \frac{\pi r^2 \ln_0 e}{\epsilon_0} \Rightarrow E(r) = - \frac{n_0 e r}{2\epsilon_0}$$

Và $\vec{E}(r) = - \frac{n_0 e r}{2\epsilon_0} \vec{n}$, với $\vec{n}$ là vectơ pháp tuyến, hướng ra ngoài.

Vậy: Cường độ điện trường tại điểm nằm cách trục một khoảng r ($r < R$) bên trong đám mây là

$$\vec{E}(r) = - \frac{n_0 e r}{2\epsilon_0} \vec{n}$$

b) Hợp lực tác dụng lên một electron nằm cách trục một khoảng r bên trong đám mây.

- Lực điện trường hướng ra ngoài và có độ lớn: $F_d = e|E| = \frac{n_0 e^2 r}{2\epsilon_0}$.

- Lực Lo-ren-xơ hướng vào trong và có độ lớn: $F_L = evB_0 = e\omega r B_0$.

- Hợp lực tác dụng lên electron có độ lớn: $F_{hl} = |F_d - F_L| = \left| \frac{n_0 e^2 r}{2\epsilon_0} - e\omega r B_0 \right|$

(Nếu $F_d > F_L$ thì $\vec{F}_{hl}$ hướng ra ngoài; nếu $F_d < F_L$, thì $\vec{F}_{hl}$ hướng vào trong).

Vậy: Hợp lực tác dụng lên một electron nằm cách trục một khoảng r bên trong đám mây có độ lớn

$$F_{hl} = |F_d - F_L| = \left| \frac{n_0 e^2 r}{2\epsilon_0} - e\omega r B_0 \right|$$

c) Chứng minh rằng có hai giá trị của ω là khả dĩ đối với các electron để hệ ổn định và viết các giá trị ω này theo hai tần số ω_C và ω_p

- Để hệ ổn định thì hợp lực tác dụng lên electron phải là lực hướng tâm và $F_d > F_L : e\omega r B_0 - \frac{n_0 e^2 r}{2\epsilon_0} = m\omega^2 r$

- Chia hai vế của hệ thức trên cho $\frac{mr}{2}$ và biến đổi ta được:

$$2 \frac{e\omega B_0}{m} - \frac{n_0 e^2}{m\epsilon_0} = 2\omega^2 \Leftrightarrow 2\omega_c \omega - \omega_p^2 = 2\omega^2$$

hay: $2\omega^2 - 2\omega_c \omega + \omega_p^2 = 0$: phương trình bậc hai theo ω

- Với $\Delta > 0$, ta có $\omega_1 = \frac{\omega_c + \sqrt{\omega_c^2 - 2\omega_p^2}}{2}$ và $\omega_2 = \frac{\omega_c - \sqrt{\omega_c^2 - 2\omega_p^2}}{2}$.

Vậy: Có hai giá trị của ω là khả dĩ đối với các electron để hệ ổn định và các giá trị này là

$$\omega_1 = \frac{\omega_c + \sqrt{\omega_c^2 - 2\omega_p^2}}{2} \text{ và } \omega_2 = \frac{\omega_c - \sqrt{\omega_c^2 - 2\omega_p^2}}{2}.$$

d) Mật độ electron lớn nhất $n_{0(\max)}$ để đám mây electron có thể bị giam giữ bởi từ trường B_0 .

$$\text{Từ } \Delta \geq 0 \Rightarrow \omega_c^2 \geq 2\omega_p^2 \Leftrightarrow \frac{e^2 B_0^2}{m^2} \geq \frac{2n_0^2 e^2}{\epsilon_0 m}.$$

$$\Rightarrow n_0 \leq \frac{B_0^2 \epsilon_0}{2m} = \frac{B_0^2}{2\mu_0} \cdot \frac{1}{mc^2}, c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \Rightarrow n_{0(\max)} = \frac{B_0^2}{2\mu_0 mc^2}$$

Vậy: Mật độ electron lớn nhất $n_{0(\max)}$ để đám mây electron có thể bị giam giữ bởi từ trường B_0 là

$$n_{0(\max)} = \frac{B_0^2}{2\mu_0 mc^2}$$

e) Từ trường B sinh ra bởi chuyển động quay của đám mây

- Các electron chuyển động tròn tạo nên các dòng điện tròn. Một dãy vô hạn các dòng điện tròn song song với nhau sẽ tạo ra từ trường B tại một điểm bất kì có hướng song song với trục hình trụ.

- Xét diện tích chắn bởi hình chữ nhật $MNPQ$ có cạnh MN song song với trục z của hình trụ và cách trục z một khoảng r ($r < R$), cạnh PQ nằm ngoài đám mây hình trụ. Gọi B_l là cảm ứng từ nằm dọc theo MN , B_0 là cảm ứng từ nằm dọc theo PQ . Ta có:

$$\oint B dl = \mu_0 I \Leftrightarrow B_l l - B_0 l = \mu_0 I, l = AD \quad (1)$$

$$\text{Và } dl = n_0 e v l dr, dl = \frac{dq}{dt}$$

$$\Rightarrow I = \int_r^R dl = \int_r^R n_0 e \omega l r dr = n_0 e \omega l \frac{R^2 - r^2}{2} \quad (2)$$

- Từ (1) và (2): $B_1 = B_0 + \frac{\mu_0 n_0 e \omega (R^2 - r^2)}{2} = B_0 + B$

Vậy: Từ trường do đám mây gây ra là $B = \frac{\mu_0 n_0 e \omega (R^2 - r^2)}{2}$

f) Lực tác dụng lên một điện tích trong đám mây hình trụ do từ trường B gây ra

- Lực từ do từ trường B gây nên: $F_t = qvB = \frac{\mu_0 n_0 e^2 \omega^2 r (R^2 - r^2)}{2}, q = e, v = \omega r.$

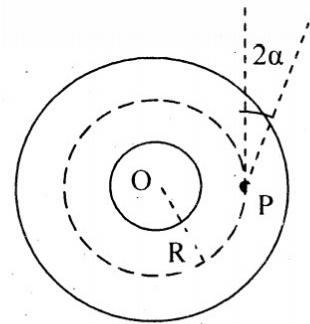
- Lực điện trường: $F_d = e|E| = \frac{n_0 r e^2}{2\epsilon_0}.$

$\Rightarrow \frac{F_t}{F_d} = \mu_0 \epsilon_0 \omega^2 (R^2 - r^2) < \mu_0 \epsilon_0 \omega^2 R^2 = \frac{v^2}{c^2}$

- Vì $v \ll c$ nên $\frac{F_t}{F_d} \ll 1.$

Vậy: Lực từ tác dụng lên điện tích trong đám mây hình trụ do từ trường B gây ra là không đáng kể.

21. Trong lòng một buồng hình xuyên có từ trường với cảm ứng từ $\vec{B}$ có độ lớn không đổi. Từ nguồn điểm P phát ra một chùm electron theo phương các đường cảm ứng từ, các electron này đã được tăng tốc bởi hiệu điện thế U_0 . Góc mở $2\alpha_0$ của chùm là rất nhỏ. P ở trên bán kính R của hình xuyên (hình vẽ). Bỏ qua tương tác giữa các electron trong chùm.



a) Để giữ cho chùm electron chuyển động trong hình xuyên phải có một từ trường gọi là từ trường “lái” $\vec{B}_l$. Tính B_l với một electron chuyển động trên quỹ đạo tròn bán kính R .

b) Tìm giá trị của B sao cho chùm electron hội tụ tại 4 điểm cách nhau $\frac{\pi}{2}$ như trong hình vẽ. Khi xét quỹ đạo của electron có thể bỏ qua sự cong của các đường cảm ứng từ.

c) Không thể giữ cho chùm electron chuyển động trong hình xuyên nếu không có từ trường “lái” $\vec{B}_l$. Thế nhưng electron vẫn có một chuyển động vuông góc với mặt phẳng của hình xuyên mà ta gọi là chuyển động “trôi”.

- Chứng minh rằng độ lệch của bán kính quỹ đạo của electron so với bán kính ban đầu R là hữu hạn.

- Xác định chiều của vận tốc “trôi”.

Cho $\frac{e}{m} = 1,76 \cdot 10^{11} (C / kg); U_0 = 3kV; R = 50mm.$

(Trích Đề thi Olympic Quốc tế, Đức -1987)

Bài giải

a) Tính độ lớn của từ trường “lái” B_1

Gọi v_0 là vận tốc ban đầu của chùm electron. Để giữ cho chùm electron chuyển động trong vòng xuyên thì từ trường “lái” B_1 phải vuông góc với mặt phẳng hình xuyên và hướng ra phía trước. Lực “lái” ở đây phải là lực Lo-ren-xơ nên:

$$f_L = \frac{mv_0^2}{R} \Leftrightarrow ev_0 B_1 = \frac{mv_0^2}{R} \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác: } \frac{mv_0^2}{2} = eU_0 \quad (2)$$

$$\Rightarrow B_1 = \frac{1}{R} \left(\frac{2mU_0}{e} \right)^{1/2} = \frac{1}{5 \cdot 10^{-2}} \left(2 \cdot \frac{1}{1,76 \cdot 10^{11}} \cdot 3 \cdot 10^3 \right)^{1/2} = 0,37 \cdot 10^{-2} T$$

Vậy: Để giữ cho chùm electron chuyển động trong vòng xuyên thì từ trường “lái” B_1 phải có độ lớn $B_1 = 0,37 \cdot 10^{-2} T$.

b) Giá trị của B sao cho chùm electron hội tụ tại 4 điểm cách nhau $\frac{\pi}{2}$

- Hạt tích điện có vận tốc ban đầu gần song song với từ trường B sẽ chuyển động theo đường đing ốc quanh đường sức từ. Hình chiếu của quỹ đạo xuống mặt phẳng vuông góc với các đường sức từ là đường tròn có bán kính r phụ thuộc vào thành phần v_n của vận tốc v_0 vuông góc với đường sức từ, với:

$$\frac{mv_n^2}{r} = ev_n B \Rightarrow r = \frac{mv_n}{eB} \quad (3)$$

$$\text{Và } T = \frac{2\pi r}{v_n} = \frac{2\pi m}{eB} \quad (4)$$

- Thành phần v_t của vận tốc v_0 song song với các đường sức từ là không đổi và hầu như bằng nhau cho mọi electron, vì α_0 rất nhỏ nên:

$$v_t = v_0 \cos \alpha \approx v_0 \quad (5)$$

$$\text{- Khoảng cách giữa hai điểm hội tụ là: } d = v_t T = v_0 \frac{2\pi m}{eB} \quad (6)$$

$$\text{- Mặt khác, theo đề bài: } d = \frac{2\pi R}{4} \quad (7)$$

$$\text{- Từ (6) và (7), ta được: } B = \frac{4mv_0}{eR}.$$

$$\text{- Mặt khác, ta có: } \frac{mv_0^2}{2} = eU_0. \text{ Từ đó:}$$

$$B = \frac{4}{R} \left(\frac{2mU_0}{e} \right)^{1/2} = 4B_1 = 4.0,37.10^{-2} = 1,48.10^{-2} T$$

Vậy: Với $B = 1,48.10^{-2} T$ thì chùm electron hội tụ tại 4 điểm cách nhau $\frac{\pi}{2}$

c) Xác định độ lệch của bán kính quỹ đạo của electron so với bán kính ban đầu và chiều của vận tốc “Trôi”.

Vì bài toán có tính đối xứng qua trục z vuông góc với mặt phẳng hình xuyên nên trong mặt phẳng này ta có thể dùng hệ tọa độ cực r và φ với các đại lượng như v, f_L, B .

- Chứng minh rằng độ lệch của bán kính quỹ đạo của electron so với bán kính ban đầu R là hữu hạn.

Vì α rất nhỏ nên ta chỉ cần xét một electron được bắn vào hình xuyên tại điểm bán kính R với vận tốc v_0 gần tiếp tuyến với đường tròn bán kính R .

$$\text{Động năng electron: } W_d = \frac{1}{2} m (v_r^2 + v_\varphi^2 + v_z^2) = \frac{1}{2} m v_0^2 = \text{const.}$$

$$\text{Tại những điểm đảo của quỹ đạo electron } (v_r = 0) \text{ nên: } v_\varphi^2 + v_z^2 = v_0^2.$$

$$\text{Tại điểm đảo } r = R, \text{ ta có: } v_\varphi = v_0; v_r = 0; v_z = 0.$$

Để tìm lệch cực đại theo bán kính ta tìm một điểm đảo khác ($r \neq R$). Xét điểm đảo r nào đó, đối với trục z ,

$$\text{momen động lượng của electron đối với trục } z \text{ bảo toàn nên: } m v_\varphi r = m v_0 R \Rightarrow v_\varphi = v_0 \frac{R}{r}$$

$$\text{Thành phần lực Lo-ren-xơ theo phương } r: F_z = -e B v_r.$$

$$\text{Gia tốc do nó gây ra: } a_z = -\frac{e}{m} B v_r \Rightarrow \Delta v_z = -\frac{e}{m} B \Delta r$$

$$\text{Vì } \Delta r = r - R, \Delta v_z = v_z \text{ nên } v_z = -\frac{e}{m} B (r - R).$$

$$\text{Từ đó, ta được: } v_0^2 = v_0^2 \left(\frac{R}{r} \right)^2 + \left[\frac{e}{m} B (r - R) \right]^2 \Leftrightarrow 1 = \left(\frac{R}{r} \right)^2 + \left[\frac{e}{m v_0} B (r - R) \right]^2$$

$$\text{Đặt } A = \frac{e}{m} \frac{B R}{v_0} \text{ ta được: } 1 = \left(\frac{R}{r} \right)^2 + A^2 \left(\frac{r - R}{R} \right)^2 \quad (8)$$

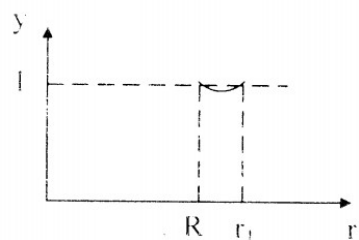
(8) là phương trình để tìm điểm đảo. Xét vế phải của (8), coi đó là hàm số của r , ta có:

$$y = f(r) = \left(\frac{R}{r} \right)^2 + A^2 \left(\frac{r - R}{R} \right)^2 \quad (9)$$

Đồ thị của (9) có dạng như hình bên. Trên đồ thị ta thấy ngoài giá trị

$r - R$ còn có giá trị $r_1 \neq R$ ($r_1 > R$) nhưng hữu hạn. Điều này chứng tỏ

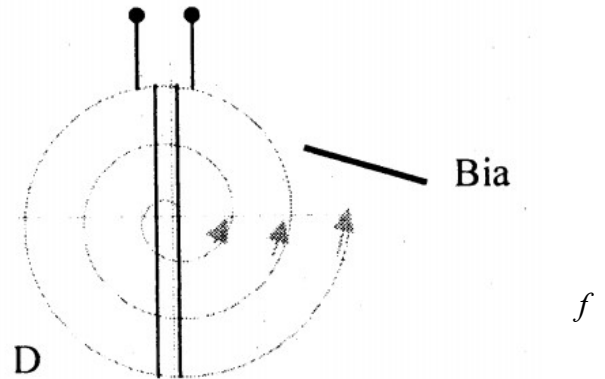
độ lệch $(r - R)$ là hữu hạn.



Chiều của vận tốc "trôi"

Vì $R \leq r \leq r_1$ nên $v_z < 0 \left(v_z = -\frac{e}{m} B(r - R) \right)$, nghĩa là vận tốc "trôi" hướng theo chiều âm của trục z .

22. Xyclôtrôn là máy gia tốc hạt tích điện đầu tiên của vật lý hạt nhân (1931). Nó gồm có hai hộp rỗng có dạng trụ nửa hình tròn gọi là các D , đặt cách nhau một khoảng rất nhỏ (khe) trong một buồng đã rút hết không khí (hình vẽ). Các D được nối với hai cực của một nguồn điện sao cho giữa hai D có một điện áp U với giá trị hiệu dụng u xác định, nhưng dấu lại thay đổi một cách tuần hoàn theo thời gian với tần số nào đó.



Một nam châm điện mạnh tạo ra một từ trường đều, có vectơ cảm ứng từ $\vec{B}$ vuông góc với mặt các D (mặt phẳng hình vẽ). Giữa hai thành khe của Xyclôtrôn có một nguồn phát ra hạt α (khối lượng m_α) với vận tốc ban đầu là $v_0 = 10^7 \text{ (m/s)}$ vuông góc với khe, lúc ấy người ta điều chỉnh điện áp của nguồn điện để cho D bên phải tích điện âm, D bên trái tích điện dương. Sau đó hạt α chuyển động với vận tốc tăng dần cho đến khi đủ lớn thì nó được lái ra ngoài cho đập vào các bia để thực hiện các phản ứng hạt nhân.

Cho $m_\alpha = 6,64 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, điện tích nguyên tố $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $B = 1 \text{ T}$, $U = 2 \cdot 10^5 \text{ V}$

1. Chứng minh rằng trong lòng các D quỹ đạo của hạt α là nửa đường tròn. Tìm mối liên hệ của bán kính quỹ đạo vào khối lượng, vận tốc, điện tích của hạt α và vào cảm ứng từ B . Với chiều đi của hạt α như trong hình vẽ thì $\vec{B}$ hướng ra trước hay sau mặt phẳng hình vẽ?

2. Nếu mỗi lần đi qua khe, hạt α đều chuyển động cùng chiều với điện trường do U sinh ra và nó cũng đều được tăng tốc, thì để có sự đồng bộ này, f phải thỏa mãn điều kiện gì và lấy giá trị bằng bao nhiêu? Tính vận tốc v_n của hạt α khi đi trên nửa đường tròn thứ n và bán kính R_n của nửa đường tròn đó.

Nếu bán kính của nửa đường tròn cuối là $0,5 \text{ m}$ thì hạt α đã chuyển động được khoảng bao nhiêu vòng? Tính vận tốc trước khi đi ra ngoài các D của nó?

3. Nếu tần số f lấy giá trị như đã tính ở câu 2 và giữ không đổi, đồng thời tiếp tục cho hạt α chuyển động tăng tốc đến vận tốc ngưỡng $v_{ng} \approx 10^5 \text{ (km/s)}$ thì không điều chỉnh đồng bộ được nữa.

a) Giải thích nguyên nhân.

b) Nêu mối liên hệ tốc độ góc của hạt α và f .

c) Để sự tăng tốc của hạt α đồng bộ với sự đảo chiều của điện áp, thì bán kính tối đa của các D bằng bao nhiêu?

(Trích Đề thi chọn học sinh giỏi Quốc gia, Năm 2008)

Bài giải

1. Chứng minh quỹ đạo của hạt α trong lòng các D là nửa đường tròn

- Trong lòng D chỉ có từ trường tác dụng lực Lo-ren-xơ lên hạt α :

$$F = qvB \sin \theta = 2evB \sin \theta$$

- Vì lực Lo-ren-xơ là lực hướng tâm nên $\vec{B}$ hướng từ phía trước ra phía sau (đi vào) mặt phẳng hình vẽ, do đó:

$$\frac{m_\alpha v^2}{R} = 2evB \Rightarrow R = \frac{m_\alpha v}{2eB} \quad (1)$$

Vậy: Quỹ đạo của hạt α trong lòng các D là nửa đường tròn bán kính $R = \frac{m_\alpha v}{2eB}$

2. Vận tốc v_n của hạt α khi đi trên nửa đường tròn thứ n và bán kính R_n của nửa đường tròn đó

- Hạt α đi được một vòng thì phải đổi chiều hai lần, tức là chu kì chuyển động của hạt α và chu kì đổi chiều của u phải bằng nhau:

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{\pi m_\alpha}{eB} \Rightarrow f = \frac{1}{T} = \frac{eB}{\pi m_\alpha} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1}{3,14 \cdot 6,64 \cdot 10^{-27}} \approx 7,67 \text{ MHz}$$

$$\text{Và } \omega_\alpha = 2\pi f = \frac{2eB}{m_\alpha} \quad (2)$$

- Cứ mỗi lần đi qua khe, hạt α lại thu thêm được một động năng bằng $2eU$. Như vậy, nếu hạt α qua khe lần thứ n và đi trên nửa đường tròn thứ n , động năng của hạt α tăng thêm một lượng $2neU$. Vì động năng ban đầu của hạt là $W_{d0} = \frac{1}{2} m_\alpha v_0^2$ nên động năng của hạt α khi đi trên nửa đường tròn thứ n là:

$$W_d = W_{d0} + 2neU = \frac{1}{2} m_\alpha v_0^2 + 2neU = \frac{1}{2} m_\alpha v_n^2$$

- Vận tốc của hạt α khi đi trên nửa đường tròn thứ n là:

$$v_n = \sqrt{v_0^2 + \frac{4neU}{m_\alpha}} \quad (3)$$

Từ (1), bán kính của nửa đường tròn thứ n là:

$$R_n = \frac{m_\alpha v_n}{2eB} = \frac{m_\alpha \sqrt{v_0^2 + \frac{4neU}{m_\alpha}}}{2eB} \quad (4)$$

$$\text{- Từ (4) suy ra: } n = \frac{m_\alpha}{4eU} \left[\left(\frac{2eBR_n}{m_\alpha} \right)^2 - v_0^2 \right]$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{6,64 \cdot 10^{-27}}{4 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 10^5} \left[\left(\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1 \cdot 0,5}{6,64 \cdot 10^{-27}} \right)^2 - 10^{14} \right] \approx 24 \text{ lượt}$$

- Từ (3) suy ra, sau 12 vòng vận tốc của hạt α là:

$$v = \sqrt{(10^{14})^2 + \frac{4.24.1,6.10^{-19}.2.10^5}{6,64.10^{-27}}} \approx 2,4.10^7 \text{ (m/s)}$$

Vậy: Số vòng mà hạt α đã chuyển động là 12 và sau 12 vòng vận tốc của hạt α là $v = 2,4.10^7 \text{ (m/s)}$

3. Khi tiếp tục cho hạt α chuyển động tăng tốc đến vận tốc ngưỡng $v_{ng} \approx 10^5 \text{ (km/s)}$

a) Giải thích nguyên nhân

- Khi vận tốc của hạt tăng, do hiệu ứng tương đối tính khối lượng của hạt α tăng theo hệ thức Anh-xtanh:

$$m = \frac{m_\alpha}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \text{ nên tốc độ góc của nó theo (2) sẽ giảm.}$$

- Vì thế, nếu tần số f của U giữ không đổi thì hạt α đến khe chậm hơn trước, lẽ ra vào lúc tăng tốc thì lại đi ngược chiều điện trường và sẽ bị hãm lại.

b) Mối liên hệ tốc độ góc của hạt α và f

$$\text{Ta có: } \omega_\alpha = \frac{2eB}{m} = \frac{2eB}{m_\alpha} \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} = 2\pi f \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}$$

$$\text{Vậy: Mối liên hệ tốc độ góc của hạt } \alpha \text{ và } f \text{ là } \omega_\alpha = 2\pi f \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}$$

c) Bán kính tối đa của các D

$$\text{Ta có: } R_{\max} = \frac{mv}{2eB} = \frac{m_\alpha v}{2eB \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{6,64.10^{-27}.10^8}{2.1,6.10^{-19}.1 \sqrt{1 - \left(\frac{10^8}{3.10^8}\right)^2}} \approx 2,2m.$$

Vậy: Bán kính tối đa của các D là $R_{\max} \approx 2,2m$.

23. Một electron trong đèn hình của máy thu hình có năng lượng $W = 12keV$. Ống phóng được đặt sao cho electron chuyển động nằm ngang và theo hướng Nam - Bắc địa lý. Cho biết thành phần thẳng đứng của từ trường Trái Đất có cảm ứng từ $B = 5,5.10^{-5} T$ và hướng xuống dưới. Bỏ qua tác dụng của trọng lực. Cho $e = 1,6.10^{-19} C$; $m_e = 9,1.10^{-31} kg$.

a) Dưới tác dụng của từ trường trái đất, electron bị lệch về hướng nào? Tính gia tốc của electron dưới tác dụng của lực từ.

b) Khi chạm vào màn hình electron bị lệch đi một khoảng bao nhiêu so với phương ban đầu. Biết rằng khoảng cách từ điểm phóng của electron đến màn hình là $l = 20cm$.

(Trích Đề thi học sinh giỏi Đắk Lắk, Năm 2011)

Bài giải

a) Hướng lệch và gia tốc của electron

- Theo quy tắc “Bàn tay trái”, electron lệch về hướng Đông địa lý.

- Lực Lo-ren-xơ tác dụng lên electron: $F = evB$.

- Mặt khác: $W = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2W}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 12 \cdot 10^3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 6,5 \cdot 10^7 \text{ (m/s)}$

- Gia tốc: $a = \frac{F}{m} = \frac{evB}{m} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 5,5 \cdot 10^{-5}}{9,1 \cdot 10^{-31}} \cdot 2,05 \cdot 10^6 = 6,28 \cdot 10^{14} \text{ (m/s}^2\text{)}$

Vậy: Electron sẽ bị lệch về hướng Đông địa lý với gia tốc $a = 6,28 \cdot 10^{14} \text{ (m/s}^2\text{)}$.

b) Độ lệch của electron so với phương ban đầu

- Bỏ qua ảnh hưởng của trọng lực, dưới tác dụng của lực Lo-ren-xơ, electron chuyển động cong với các phương trình theo hai phương như sau:

$$\begin{cases} x = vt \\ y = \frac{at^2}{2} = \frac{evB}{2m} t^2 \end{cases}$$

- Phương trình quỹ đạo của electron: $y = \frac{evB}{2m} \left(\frac{x}{v} \right)^2 = \frac{eB}{2mv} x^2; x \geq 0$.

- Khi electron chạm đến màn hình: $x = l = 20 \text{ cm}$; thì độ lệch của electron so với phương ban đầu:

$$y = \frac{eB}{2mv} x^2 = \frac{a}{2v^2} x^2 = \frac{6,4 \cdot 10^{14}}{2(2,05 \cdot 10^6)^2} \cdot 0,2^2 = 3,04 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 3 \text{ mm}$$

Vậy: Độ lệch của electron so với phương ban đầu là $y = 3 \text{ mm}$.

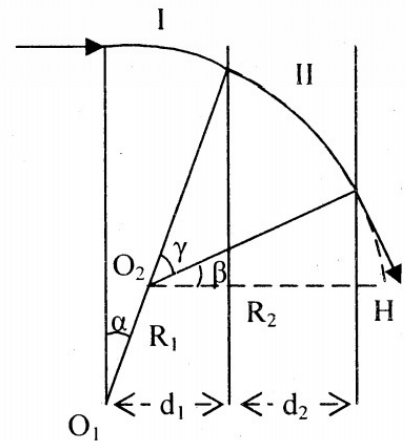
24. Một proton đi vào một vùng không gian có bề rộng $d = 4 \cdot 10^2 \text{ m}$ và có từ trường đều $B_1 = 0,2 \text{ T}$. Sau đó proton đi tiếp vào vùng không gian cũng có bề rộng d , có từ trường $B_2 = 2B_1$. Ban đầu, proton có vận tốc vuông góc với các vectơ cảm ứng từ và vuông góc với mặt biên của vùng không gian có từ trường (hình vẽ). Bỏ qua tác dụng của trọng lực. Cho khối lượng của proton

$m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, điện tích của proton $q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

a) Hãy xác định giá trị của hiệu điện thế U_0 để tăng tốc cho proton sao cho proton đi qua được vùng đầu tiên.

b) Hãy xác định hiệu điện thế U_0 sao cho proton đi qua được vùng thứ hai.

c) Hãy xác định hiệu điện thế U_0 sao cho proton sau khi đi qua được vùng thứ hai thì có hướng vector vận tốc hợp với hướng của vector vận tốc ban đầu một góc 60° .



Bài giải

a) Xác định giá trị của hiệu điện thế U_0 để proton đi qua được vùng đầu tiên

- Khi v vuông góc với $\vec{B}$ trong từ trường, proton có quỹ đạo là đường tròn, bán kính: $R_1 = \frac{mv}{qB_1}$

- Theo định luật bảo toàn năng lượng, ta có: $\frac{mv^2}{2} = qU_0 \Rightarrow R_1 = \sqrt{\frac{2mU_0}{qB_1^2}}$

- Để proton đi qua được vùng thứ nhất (I) thì $R_1 > d$.

$$\Rightarrow U_0 > \frac{qB_1^2 d^2}{2m} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,2^2 \cdot (4 \cdot 10^{-2})^2}{2 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27}} = 3065V = 3,065kV$$

Vậy: Để proton đi qua được vùng đầu tiên thì $U_0 > 3,065kV$.

b) Xác định giá trị của hiệu điện thế U_0 để proton đi qua được vùng thứ hai

- Sau khi qua vùng I, proton vẫn giữ nguyên giá trị vận tốc, lực Lo-ren-xơ chỉ làm thay đổi phương của hạt mang điện. Lúc này vector vận tốc của hạt lệch đi một góc α , với: $\sin \alpha = \frac{d}{R_1}$.

- Theo đề: $B_2 = 2B_1 \Rightarrow R_2 = \sqrt{\frac{2mU_0}{qB_2^2}} = \frac{1}{2} R_1$.

- Để proton qua được vùng II, dựa vào hình vẽ, ta có: $\overline{O_2 H} = R_2 > (R_2 \sin \alpha + d)$.

$$\Rightarrow R_1 > 3d$$

$$\text{Và: } U_0 > 9 \frac{qB_1^2 d^2}{2m} = 9 \cdot 3,065 = 27,285kV.$$

Vậy: Để proton đi qua được vùng thứ hai thì $U_0 > 27,285kV$.

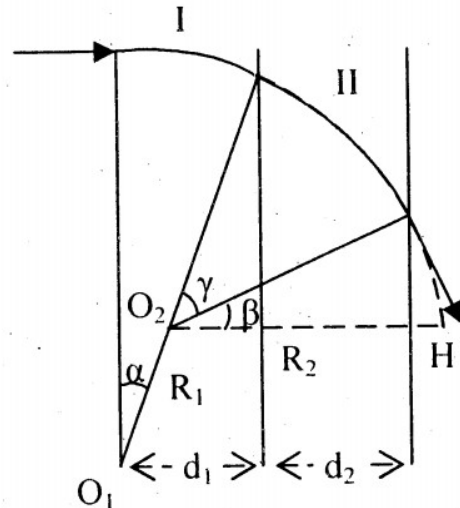
c) Xác định U_0 để proton sau khi đi qua được vùng thứ hai thì có hướng vector vận tốc hợp với hướng của vector vận tốc ban đầu một góc 60°

- Gọi $\delta = \alpha + \gamma$ là góc lệch toàn bộ giữa hướng của vector vận tốc ban đầu và hướng của vector vận tốc của proton khi qua khỏi vùng 2. Trên hình vẽ, ta có:

$$\delta = \alpha + \left(\frac{\pi}{2} - \alpha - \beta \right) = \frac{\pi}{2} - \beta = \frac{\pi}{3}$$

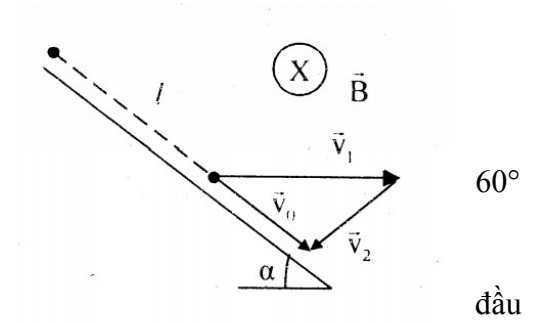
$$\Leftrightarrow \sin \left(\frac{\pi}{2} - \beta \right) = \cos \beta = \sin \frac{\pi}{3}$$

$$\text{Mà } \cos \beta = \frac{(R_2 \sin \alpha + d)}{R_2} = \frac{2d}{R_1}$$



$$\Rightarrow U_0 = 12 \frac{qB_1^2 d^2}{2m} = 12.3,065 = 36,78kV$$

Vậy: Để prôtôn sau khi đi qua được vùng thứ hai thì có hướng vector vận tốc hợp với hướng của vector vận tốc ban đầu một góc thì $U_0 = 36,78kV$



25. Một vật nhỏ tích điện trượt không ma sát, không vận tốc ban dọc theo một mặt phẳng nghiêng có góc nghiêng α . Vật chuyển động trong một từ trường đều hướng vuông góc với mặt phẳng hình vẽ và trong trường trọng lực. Sau khi trượt được một quãng đường l , nó rời mặt phẳng nghiêng và bay theo một đường phức tạp như hình vẽ.

- Hãy xác định vận tốc của vật lúc bắt đầu rời mặt phẳng nghiêng.
- Hãy xác định mức biến thiên chiều cao của vật so với mặt đất trong khi bay.

Bài giải

- Vận tốc của vật lúc bắt đầu rời mặt phẳng nghiêng

Vì lực Lo-ren-xơ không sinh công nên vận tốc của vật lúc bắt đầu rời mặt phẳng nghiêng được tính theo định luật bảo toàn cơ năng:

$$mgl \sin \alpha = \frac{mv_0^2}{2}$$

$$\Rightarrow v_0 = \sqrt{2gl \sin \alpha} \quad (1)$$

Vậy: Vận tốc của vật lúc bắt đầu rời mặt phẳng nghiêng là

$$v_0 = \sqrt{2gl \sin \alpha}$$

- Mức biến thiên chiều cao của vật so với mặt đất trong khi bay

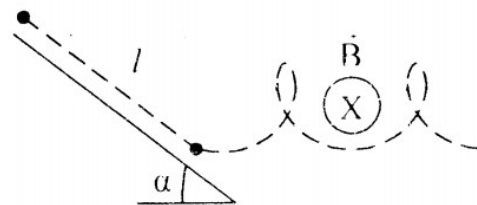
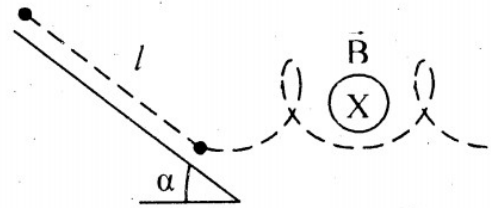
- Lúc vật bắt đầu rời mặt phẳng nghiêng là lúc mà phản lực của mặt phẳng nghiêng tác dụng lên vật là $N = 0$ và lực Lo-ren-xơ là:

$$qv_0 B = mg \cos \alpha \quad (2)$$

- Phân tích: $\vec{v}_0 = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$, trong đó: Thành phần $\vec{v}_1$ nằm ngang gây ra lực Lo-ren-xơ $\vec{F}_1$ cân bằng với trọng lực:

$$mg = qv_1 B \Rightarrow v_1 = \frac{mg}{qB} \quad (3)$$

Thành phần $\vec{v}_2$ gây ra lực Lo-ren-xơ $\vec{F}_2$ vuông góc với $\vec{v}_2$ tạo chuyển động tròn cho hạt trong mặt phẳng vuông góc với vector $\vec{B}$:



$$qv_2B = \frac{mv_2^2}{R} \Rightarrow v_2 = \frac{qBR}{m} \quad (4)$$

- Kết quả là hạt tham gia hai chuyển động gồm: chuyển động thẳng đều theo phương ngang và chuyển động tròn trong mặt phẳng thẳng đứng, do đó độ biến thiên độ cao sau khi rời mặt phẳng nghiêng là:

$$\Delta h = 2R \Rightarrow v_2 = \frac{qB \cdot \Delta h}{2m} \quad (5)$$

- Đặt $k = \frac{mg}{qB}$, Từ (2), (3), (4) ta được: $v_0 = k \cos \alpha; v_1 = k; v_2 = \frac{g \cdot \Delta h}{2k}$ (6)

- Theo định lí hàm số cosin trong tam giác: $v_2^2 = v_1^2 + v_0^2 - 2v_1v_0 \cos \alpha$ (7)

- Thay (6) vào (7) ta được: $k^2 \cos^2 \alpha + k^2 - 2k^2 \cos^2 \alpha = \left(\frac{g \cdot \Delta h}{2k} \right)^2 \Rightarrow k^2 = \frac{g \cdot \Delta h}{2 \sin \alpha}$

- Thay vào (6) và kết hợp với (1), ta được: $v_0^2 = k^2 \cos^2 \alpha$.

$$\Leftrightarrow 2gl \sin \alpha = \frac{g \cdot \Delta h}{2 \sin \alpha} \cos^2 \alpha \Rightarrow \Delta h = 4l \tan^2 \alpha$$

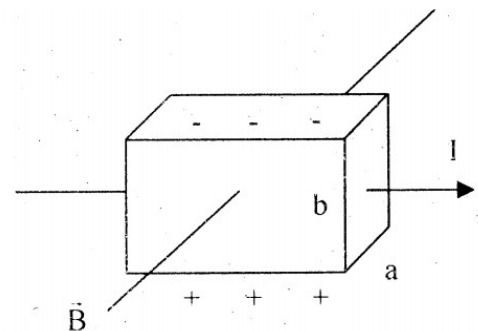
Vậy: Mức biến thiên chiều cao của vật so với mặt đất trong khi bay là $\Delta h = 4l \tan^2 \alpha$

26. Một dòng điện có cường độ $I = 2A$ chạy qua một dây dẫn bằng đồng có tiết diện là một hình chữ nhật, chiều dài là $a = 0,55mm$, chiều cao $b = 10mm$ đặt trong từ trường đều có cảm ứng từ $B = IT$. Cảm ứng từ có phương vuông góc với cạnh b và chiều dòng điện. Khi đó, giữa mặt trên và mặt dưới của bản đồng xuất hiện một hiệu điện thế $U = 3,1.10^{-6}V$. Hãy giải thích sự hình thành hiệu điện thế trên, xác định mật độ electron dẫn trong đồng và vận tốc trung bình của chúng.

Bài giải

- Dòng điện trong các bản đồng là dòng các electron dẫn chuyển động định hướng. Khi bản đồng được đặt trong từ trường như trên hình vẽ, các electron dẫn chịu tác dụng của lực Lo-ren-xơ khiến quỹ đạo của chúng bị lệch lên trên. Do đó, mặt trên của bản đồng chứa nhiều electron hơn và tích điện âm, mặt dưới tích điện dương, giữa mặt trên và mặt dưới xuất hiện một hiệu điện thế. Trong bản đồng sẽ xuất hiện điện trường hướng từ dưới lên.

- Điện trường này gây ra lực tác dụng lên các electron và ngược chiều với lực Lo-ren-xơ. Đến một lúc nào đó, có sự cân bằng giữa lực điện trường và lực Lo-ren-xơ, khi đó hiệu điện thế U giữa mặt trên và mặt dưới đạt giá trị ổn định gọi là hiệu điện thế Hall. Hiện tượng trên gọi là hiệu ứng Hall. Mỗi electron dẫn chịu tác dụng của lực Lo-ren-xơ có độ lớn: $f = evB$.



- Khi đạt trạng thái ổn định, electron chịu lực điện trường có cùng độ lớn nhưng ngược chiều với lực Lo-ren-xơ: $eE = f = evB \Rightarrow E = vB$

$$eE = f = evB \Rightarrow E = vB$$

- Điện trường này gây ra bởi hai lớp điện tích trái dấu ở mặt trên và mặt dưới của bản, giống như trường hợp của một tụ điện phẳng. Hiệu điện thế Hall:

$$U = Eb = vBb \Rightarrow vb = \frac{U}{B}$$

- Mật độ dòng điện: $i = \frac{I}{S} = \frac{I}{ab} = nev$

$$\Rightarrow n = \frac{i}{ev} = \frac{i}{evab} = \frac{IB}{eaU} = \frac{20.1}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} \cdot 3,1 \cdot 10^{-6}} = 8,1 \cdot 10^{28} m^{-3}$$

- Vận tốc trung bình của chuyển động định hướng của electron dẫn:

$$v = \frac{i}{ne} = \frac{I}{abne} = \frac{U}{Bb} = \frac{3,1 \cdot 10^{-6}}{1 \cdot 10 \cdot 10^{-3}} = 3,1 \cdot 10^{-4} (m/s)$$

Vậy: Mật độ electron dẫn trong đồng và vận tốc trung bình của chúng là $n = 8,1 \cdot 10^{28} m^{-3}$ và $v = 3,1 \cdot 10^{-4} (m/s)$