SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **TỈNH BÌNH DƯƠNG** **ĐỀ CHÍNH THỨC**	**ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT** **NĂM HỌC 2023-2024** **MÔN TOÁN CHUYÊN** **Thời gian : 150 phút**

câu 1: cho biểu thức

A=$\frac{2x+\sqrt{16x}+6}{x+2\sqrt{x}-3}+\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1}+\frac{3}{\sqrt{x}+3}-2$

a, rút gọn biểu thức A

b, tìm tất cả các gía trị x nguyên để A nguyên

bài 2; phương trình $x^2+2mx-1-2m=0(m\, là\, tham\, số)$

a, chứng minh rằng phương trình luôn có 2 nghiệm $x_1,x_2\, vơí\, mọi\, gía\, trị\, m$

b, tìm m để biểu thức P=$\frac{2023(2x_1x_2+1)}{x_2^2-2mx_2-1-2m}$ đạt gía trị nhỏ nhất .

baì 3 :

a, giaỉ phương trình $4x^2+5+\sqrt{3x+1}=13x\, vơí\, x\, thuộc\, R$

b, cho phương trình (ax^2+bx+c ¿$(bx^2+cx+a)(cx^2+ax+b)=0$

x là ẩn số và a,b,c là các số thực khác 0 và thỏa mãn ac+bc+3ab≤ 0 chứng min phương trình đã cho vuông có nghiệm .

baì 4: cho tam giác nhọn ABC(AB>AC) nôí tiếp đường tròn (O) . goị D,E lần lượt là chân đường cao hạ từ A,B. goị F là hình chiếu vuông góc của B trên dường thẳng AO

a, chứng minh 4 điểm B,E,D,F là 4 đỉnh của một hình thang cân

b,chứng minh EF đi qua trung điểm của BC

c, goị P là giao điểm thứ 2 của đường thẳng AO vơí đường tròn (O) ,M,N lần lượt là trung điểm của È và CP . tính $\widehat{BMN}$

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

câu 1: cho biểu thức

A=$\frac{2x+\sqrt{16x}+6}{x+2\sqrt{x}-3}+\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1}+\frac{3}{\sqrt{x}+3}-2$

a, rút gọn biểu thức A

b, tìm tất cả các gía trị x nguyên để A nguyên

giaỉ

đk : $0\le x\ne 1$

a, ta có :

A=$\frac{2x+4\sqrt{x}+6+(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+3)+3(\sqrt{x}-1)-2(x+2\sqrt{x}+3)}{x+2\sqrt{x}-3}$

=$\frac{2x+4\sqrt{x}+6+x+\sqrt{x}-6+3\sqrt{x}-3-2x-4\sqrt{x}+6}{x+2\sqrt{x}-3}$

=$\frac{x+4\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)}$

=$\frac{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)}$

=$\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$

vậy A =$\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$

b, ta biến đôỉ A=$\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$=1+$\frac{2}{\sqrt{x}-1}$

để A nguyên thì $\frac{2}{\sqrt{x}-1}$ *phaỉ là số nguyen do đó* :

$$\left[\begin{array}{c}\sqrt{x}-1=1\\ \sqrt{x}-1=-1\\ \sqrt{x}-1=2\\ \sqrt{x}-1=-2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{c}\sqrt{x}=2\\ \sqrt{x}=0\\ \sqrt{x}=3\\ \sqrt{x}=-1(vn)\end{array}\right.$$

đôí chiếu điều khiện ta thấy x=0,x=4,x=9 đều thỏa mãn .

vậy tất cả các gía trị của x nguyên để A nguyên là ;x=0, x=4, x=9.

baì 2; phương trình $x^2+2mx-1-2m=0$ (m *là tham số*)

a, chứng minh rằng phương trình luôn có 2 nghiệm x_1, x_2 *vơí mọi gía trị* m

b, tìm m để biểu thức P=$\frac{2023(2x_1x_2+1)}{x_2^2-2mx_2-1-2m}$ **đạt gía trị nhỏ nhất .**

giaỉ :

a, ta có $\Delta' = m^2+1+2m = |m+1|^2 \geq 0$ *vơí mọi* m.

vậy phương trình luoon có x_1, x_2 *vơí mọi* m

b, vì x_1 *là số nghiệm của phương trình đã cho nên ta có*

$$x_1^2+2mx_1-1-2m=0 \leq ¿ x_1^2=-2mx_1+1+2m$$

thay vào biểu thức P ta được :

P=$\frac{2023(2x_1x_2+1)}{-2mx_1+1+2m-2mx_2-1-2m}$

=$\frac{2023(2x_1x_2+1)}{-2m(x_1+x_2)}$

áp dụng hệt thức vi ét ta có :

$$x_1+x_2=-2m; x_1.x_2=-1-2m$$

thay vào biểu thức P ta được :

P=$\frac{2023(-2-4m+1)}{-2m.(-2m)}=\frac{-2023(4m+1)}{4m^2}$

ta thấy m=0 thì P không tồn taị

với m$\neq 0$ *thì*

P=$\frac{-2023(4m+1)}{4m^2} \leq ¿ 4P.m^2+4.2023m+2023=0$ (1)

ta tìm P để phương trình (1) có nghiệm vơí m$\neq 0$

nếu P=0 thì m=-$\frac{1}{4}$

nếu P$\neq 0$ để phương trình (1) có nghiệm vơí m$\neq 0$ thì (do c=2023$\neq 0$¿

$$\Delta' \geq 0 \leq ¿ (4046)^2 - 4.2023.P \geq 0 \leq ¿ P \leq 2023$$

ngoaì ra có thể thấy cho m dần về 0 thì P có thể nhân gía trị âm bé tùy ý .

vậy , gía trị nhỏ nhất của P không tồn tại .

baì 3 :

a, giaỉ phương trình $4x^2+5+\sqrt{3x+1}=13x$ *vơí x thuộc R*

b, cho phương trình (ax^2+bx+c ¿ $(bx^2+cx+a)(cx^2+ax+b)=0$

x là ẩn số và a,b,c là các số thực khác 0 và thỏa mãn ac+bc+3ab≤ 0 chứng min phương trình đã cho vuông có nghiệm .

giaỉ

a, đk : x$\geq -\frac{1}{3}$

cách 1: biến dôỉ phương trình $4x^2+5+\sqrt{3x+1}=13x$

$\Leftrightarrow 4x^2-11x+3-(2x-2-\sqrt{3x+1})=0$

$\Leftrightarrow 4x^2-11x+3=2x-2-\sqrt{3x+1}$ (1)

nếu $2x-2-\sqrt{3x+1}=0$

$\Leftrightarrow \sqrt{3x+1}=-2x+2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-1}{3} \leq x \leq 1 \\ 3x+1=4x^2-8x+4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ 4x^2-11x+3=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \leq 1 \\ \left[\begin{array}{l} x=\frac{11+\sqrt{73}}{8} \\ x=\frac{11-\sqrt{73}}{8} \end{array} \right. \end{array} \right. \leq ¿ x=\frac{11-\sqrt{73}}{8}$$

nghiệm này không thỏa mãn pường trình đã cho nên loại nếu $2x-2-\sqrt{3x+1}\neq 0$. nhân vào hai vế của (1) vơí biểu thức $2x-2-\sqrt{3x+1}\neq 0\, ta\, được:$

(1)$\Leftrightarrow(4x^2-11x+3)(2x-2+\sqrt{3x+1})=4x^2-11x+3$

$\Leftrightarrow(4x^2-11x+3)(2x-3+\sqrt{3x+1})=0$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}4x^2-11x+3=0\\ \sqrt{3x+1}=3-2x\end{array}\right.$$

phương trình $4x^2-11x+3=0$ chỉ nhận nghiệm x=$\frac{11+\sqrt{73}}{8}\, loại\, nghiệm\, x=\frac{11-\sqrt{73}}{8}$ do đang xét $2x-2+\sqrt{3x+1}\neq 0$

phương trình $\sqrt{3x+1}=3-2x$

$$\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}3-2x\geq 0\\ 3x+1=9-12x+4x^2\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}\frac{-1}{3}\leq x\leq\frac{3}{2}\\ 4x^2-15x+8=0\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}\frac{-1}{3}\leq x\leq\frac{3}{2}\\ \left[\begin{array}{l}x=\frac{15+\sqrt{97}}{8}\leq ¿\, x=\frac{15-\sqrt{97}}{8}\\ x=\frac{15-\sqrt{97}}{8}\end{array}\right.\end{array}\right.$$

nghiệm này thỏa mãn nên nhận

tóm lại phương trình có 2 nghiệm x==$\frac{11+\sqrt{73}}{8}$ và $x=\frac{15-\sqrt{97}}{8}$

cách 2 :

đưa phương trình về

$$(2x-2)^2-(2x-2)=3x+1-\sqrt{3x+1}$$

đặt u =2x-2 , v =$\sqrt{3x+1}\geq 0\, phương\, trình\, trở\, thành$

$$u^2-u=v^2-v\leq ¿(u-v)(u+v-1)=0\leq ¿\left[\begin{array}{l}u=v\\ u=1-v\end{array}\right.$$

vơí u=v thì

$$\sqrt{3x+1}=2x-2\le¿\begin{cases} x\ge1 \\ 3x+1=4x^2-8x+4 \end{cases}\le>\frac{11+\sqrt{73}}{8}$$

vơí u=1-v thì

$$\sqrt{3x+1}=3-2x\le>\begin{cases} x\le\frac{3}{2} \\ 3x+1=4x^2-12x+9 \end{cases}\le>x=\frac{15-\sqrt{97}}{8}$$

tóm laị phương trình có 2 nghiệm x==$\frac{11+\sqrt{73}}{8}$ và $x=\frac{15-\sqrt{97}}{8}$

b, xét phương trình ($ax^2+bx+c¿(bx^2+cx+a)(cx^2+ax+b)=0$

$$¿>\left[\begin{array}{l} ax^2+bx+c=0(1) \\ bx^2+cx+a=0(2) \\ cx^2+ax+b=0(3) \end{array}\right.$$

xét các biểu thức của các phương trình (1),(2) và (3) ta có :

$$\Delta_1=b^2-4ac,\Delta_2=c^2-4ab;\Delta_3=a^2-4bc$$

xét s=$\Delta_1+\Delta_2+\Delta_3$

$=a^2+b^2+c^2-4(ab+bc+ca)$

$=a^2+b^2+c^2+2ab-2bc-2ca-2(bc+ca+3ab)$

$=(a+b-c)^2-2(bc+ca+3ab)$

.≥0

do đó tồn taị ts nhất một trong các số $\Delta_1\ge0;\Delta_2\ge0;\Delta_3\ge0$

do đó ít nhất một trong các phương trình (1),(2),(3) có nghiệm .

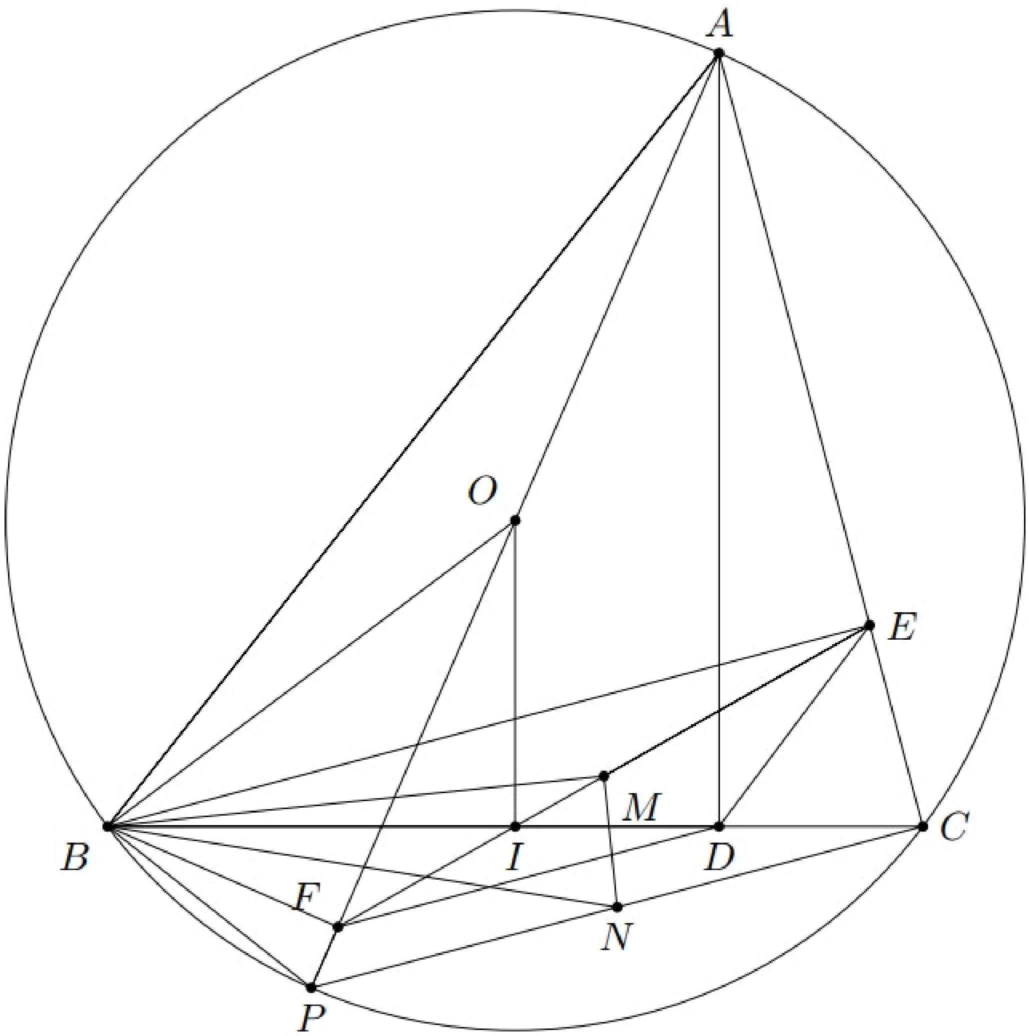
vậy phương trình đã có nghiệm

baì 4: cho tam giác nhọn ABC(AB>AC) nôí tiếp đường tròn (O) . goị D,E lần lượt là chân đường cao hạ từ A,B. goị F là hình chiếu vuông góc của B trên dường thẳng AO

a, chứng minh 4 điểm B,E,D,F là 4 đỉnh của một hình thang cân

b,chứng minh EF đi qua trung điểm của BC

c, gọị P là giao điểm thứ 2 của đường thẳng AO vơí đường tròn (O) ,M,N lần lượt là trung điểm của È và CP . tính $\widehat{BMN}$



a, các điểm E,D,F cùng nhìn cạnh AB dưới một góc vuông nếu chúng cùng thuộc đường tròn đường kính AB.

suy ra tứ giác BEDF nội tiếp

ta có PC\\BE (cùng vuông vơí AC) .(1)

ta cùng có các tứ giác ABFD và ABPC nội tiếp , suy ra

$$\widehat{BAP}=\widehat{BCP};\widehat{BAP}=\widehat{BDF}$$

suy ra $\widehat{BCP}=\widehat{BDF}$ mà hai góc ở vị trí đồng vị nên suy ra PC\\FD(2)

từ (1) và (2) suy ra BE\\FD nên tứ giác BEDF là hình thang

b, goị I là trung điểm của BC

tam giác BEC vuông tại E có EI là trung tuyến nên EI=IB=IC suy ra $\Delta EIC\ cân$

tại I . góc $\widehat{BIC}\ là\ góc\ ngoaì\ đỉnh\ I\ của\ \Delta EIC\ nên\ \widehat{BIC}=2\widehat{BCA}(3)$

ta có $\widehat{BFO}=\widehat{BIO}=90^{\circ}\ nên\ tứ\ giác\ BOI\ nôí\ tiếp\ đường\ tròn\ đường$ kính BO. suy ra

$$\widehat{BIF}+\widehat{BOF}=180^{\circ}-\widehat{BOA}=180^{\circ}-2\widehat{BCA}(4)$$

cộng vế theo vế (3) và (4) ta được :

$$\widehat{BIE}+\widehat{BIF}=180^{\circ}=¿E,I,F\ thẳng\ hàng$$

c, tứ giác ABPC,ABFE nôí tiếp nên

$$\widehat{BEF}=\widehat{BIF}=\widehat{BCP};\widehat{BFE}=180^{\circ}-\widehat{BAC}=\widehat{BPC}$$

suy ra $\Delta BFE\ \ \Delta BPC(g.g)\ suy\ ra$

$$\widehat{BEM}=\widehat{BCN};\frac{BE}{BC}=\frac{EF}{CP}=\frac{EM}{CN}=¿\Delta BEM\ \ \Delta MCN(g.c.g)$$

suy ra $\begin{cases}\widehat{EBM}=\widehat{CBN}\\ \frac{BE}{BC}=\frac{BM}{BN}\end{cases}=¿\begin{cases}\widehat{EBC}=\widehat{MBN}\\ \frac{BE}{BM}=\frac{BC}{BN}\end{cases}=¿\Delta EBC\ \ \Delta MBN(c.g.c)$

vậy $\widehat{BMN}=\widehat{BEC}=90^{\circ}$