

CHUYÊN ĐỀ 4. BIỂU THỨC ĐẠI SỐ

CHỦ ĐỀ 1. KHÁI NIỆM BIỂU THỨC ĐẠI SỐ

GIÁ TRỊ CỦA BIỂU THỨC ĐẠI SỐ

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- Biểu thức đại số là biểu thức chứa các số, các phép toán (cộng, trừ, nhân, chia, nâng lên lũy thừa); ngoài ra có thể còn có cả các chữ (a, b, c, x, y, z,...) đại diện cho các số.
- Trong biểu thức đại số, các chữ có thể đại diện cho những số tùy ý nào đó. Người ta gọi những chữ như vậy là biến số (còn gọi tắt là biến).
- Để tính giá trị của một biểu thức đại số tại các giá trị cho trước của các biến, ta thay các giá trị cho trước đó vào biểu thức rồi thực hiện các phép tính.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Viết các biểu thức đại số theo các mệnh đề cho trước

Phương pháp giải: Dùng các chữ, các số và các phép toán để diễn đạt các mệnh đề phát biểu bằng lời.

1A. Viết biểu thức đại số để biểu thị:

- a) Tổng bình phương của x và y;
- b) Bình phương của tổng x và y;
- c) Tích của tổng x và y với hiệu của x và y;
- d) Trung bình cộng của x, y và z.

1B. Viết biểu thức đại số để biểu thị:

- a) Hiệu bình phương của x và y;
- b) Lập phương của hiệu x và y;
- c) Tổng của x với tích của 5 và y;
- d) Tích của x với tổng của 4 và y.

2A. Viết biểu thức đại số để biểu thị:

- a) Chu vi hình vuông có cạnh bằng a;
- b) Chu vi hình chữ nhật có chiều dài là a (cm) và chiều rộng là 7 (cm.);
- c) Diện tích tam giác có cạnh là a chiều cao tương ứng là h (a và h cùng đơn vị đo).

2B. Viết biểu thức đại số để biểu thị:

- a) Diện tích hình vuông có cạnh bằng a;
- b) Diện tích hình hộp chữ nhật có chiều dài a (cm), chiều rộng b (cm) và chiều cao 5 (cm).
- c) Diện tích hình thang có đáy lớn là a, đáy nhỏ là b và chiều cao là h (các độ dài cùng đơn vị đo).

3A. Viết biểu thức đại số để biểu thị:

- a) Tổng các bình phương của hai số lẻ liên tiếp;
- b) Tổng các bình phương của hai số lẻ bất kỳ;
- c) Tổng của hai số hữu tỉ đối nhau.

3B. Viết biểu thức đại số để biểu thị:

- a) Tổng của hai số tự nhiên liên tiếp;
- b) Tổng của hai số hữu tỉ nghịch đảo của nhau;
- c) Tổng bình phương của hai số chẵn liên tiếp.

Dạng 2. Bài toán dẫn đến việc viết biểu thức đại số

Phương pháp giải: Căn cứ vào nội dung bài toán để viết biểu thức đại số theo yêu cầu của đề bài.

4A. Bạn Tâm mua 5 quyển vở giá x đồng một quyển và 4 cái bút giá y đồng một cái. Hỏi tổng số tiền bạn Tâm phải trả là bao nhiêu?

4B. Bạn An đi mua 4kg táo giá x đồng một kg, 5kg cam giá y đồng một kg, 6kg xoài giá z đồng một kg. Hỏi tổng số tiền bạn An phải trả là bao nhiêu?

5A. Một ngày mùa hè, buổi sáng nhiệt độ là t độ, buổi trưa nhiệt độ tăng thêm x độ so với buổi sáng, buổi chiều mặt trời lặn nhiệt độ giảm y độ so với buổi trưa. Viết biểu thức biểu thị nhiệt độ lúc mặt trời lặn của ngày đó theo t, x, y .

5B. Một người được hưởng mức lương là a đồng trong một tháng. Hỏi người đó nhận được bao nhiêu tiền, nếu:

a) Trong một quý lao động người đó bảo đảm đủ ngày công và làm việc có hiệu suất cao nên được thưởng thêm m đồng?

b) Trong hai quý lao động người đó bị trừ n đồng ($n < a$) vì nghỉ một ngày công không phép?

6A. Một người đi từ nhà đến bến xe buýt mất 15 phút với vận tốc x (km/h) rồi lên xe buýt đi 24 phút nữa thì đến nơi làm việc. Vận tốc của xe buýt là y (km/h). Viết biểu thức biểu thị quãng đường từ nhà người đó đến nơi làm việc.

6B. Viết biểu thức biểu thị quãng đường của một người đi được biết rằng người đó đi bộ trong x (h) với vận tốc 5 (km/h) và đi bằng ô tô trong y (h) với vận tốc 35 (km / h).

7A. Diễn đạt các biểu thức sau bằng lời:

$$\frac{(x+y)(x-y)}{2}$$

a) $x + y$;

b)

2

7B. Diễn đạt các biểu thức sau bằng lời:

a) $5(x + y)$;

b) $(x + y)^2(x - y)^2$

Dạng 3. Tính giá trị của biểu thức đại số

Phương pháp giải: Để tính giá trị của biểu thức đại số ta thay chữ bởi các giá trị cho trước rồi thực hiện phép tính.

8A. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $A = 3x^2 - 9$ tại $x = -1$ và $x = -\frac{1}{2}$

b) $B = 2x^2 + y$ tại $x = 1$ và $y = 1$.

8B. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $A = -x^3 + 2x^2 - 1$ tại $x = 2$;

b) $B = (x^5 + y^6 - 2)(2y - 4)$ tại $x = 100$ và $y = 2$.

9A. Một viên đá được thả từ trên cao xuống đất. Sau t giây viên đá rơi được h (m). Biết rằng $h = 5t^2$, tính quãng đường viên đá rơi được sau 1,5 giây.

9B. Một khu vườn hình chữ nhật có chiều dài là a (m) chiều rộng ngắn hơn chiều dài 8m, người ta đào một cái ao hình vuông có cạnh bằng b (m) ($b < a - 8$). Tính diện tích còn lại của khu vườn biết $a = 50$ m; $b = 10$ m.

Dạng 4. Tính giá trị của biểu thức khi biết mối quan hệ giữa các biến

Phương pháp giải: Sử dụng biểu thức liên hệ giữa các biến để tính giá trị của biểu thức đã cho.

10A. Tính giá trị của biểu thức:

$$\frac{5x - 5y}{2x + y} \quad \frac{x}{y} \quad \frac{1}{2}$$

a) $N = \frac{5x - 5y}{2x + y}$ biết $y = \frac{1}{2}$

b) $M = (x^5 + y^5 - x^2y^2)(x + y) - 1$ biết $x + y = 0$.

2.Đường tuy gần không đi sẽ không đến-Việc tuy nhỏ không làm sẽ không nên

10B. Tính giá trị của biểu thức:

a) $N = \frac{x-y}{x+3y}$ biết $\frac{x}{y} = \frac{1}{3}$

b) $M = (x+y)x^2 - y^3(x+y) + (x^2 - y^3) + 3$ biết $x+y+1=0$.

Dạng 5. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức

Phương pháp giải: Để tìm giá trị lớn nhất (nhỏ nhất) ta biến đổi biểu thức về dưới dạng: hằng số cộng (trừ) với một biểu thức không âm.

Lưu ý: $A^2 \geq 0; -A^2 \leq 0; |A| \geq 0; -|A| \leq 0$

11A. Tìm giá trị lớn nhất (nhỏ nhất) của các biểu thức:

a) $A = 2x^2 + 1;$ b) $B = -3x^2 - 1;$ c) $C = |-3x^2|.$

11B. Tìm giá trị lớn nhất (nhỏ nhất) của các biểu thức:

a) $A = 2(x+1)^2 + 1;$ b) $B = -3(x+1)^2 - 1;$ c) $C = |-3(x-1)^2|$

12A. Tìm giá trị lớn nhất (nhỏ nhất) của các biểu thức:

a) $A = (x-2)^2 + |y-3| + 1;$

b) $B = \sqrt{x^2 - 1} + (x-1)^2 + y^2$

c) $C = \sqrt{2(x+1)^2 + 1}$

12B. Tìm giá trị lớn nhất (nhỏ nhất) của các biểu thức:

a) $A = (2x-3)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 + 2017$

b) $B = 2(x+1)^2 + |-3(x^2-1)|;$

c) $C = \sqrt{2(x+1)^2 + 1}$

III. BÀI TẬP VỀ NHÀ

13. Viết biểu thức đại số để biểu thị:

a) Tích của ba số nguyên liên tiếp;

b) Tổng các bình phương của hai số lẻ bất kỳ.

14. Diễn đạt các biểu thức đại số sau bằng lời:

a) $x + 2y;$

b) $7x - 6y;$

c) $2x^2 + (3y)^2$

15. Hai ga A và B cách nhau 420 km, một tàu khởi hành từ ga A tới ga B với vận tốc 50 (km / h), cùng lúc đó một tàu khác khởi hành từ ga B về ga A với vận tốc 55(km / h).

a) Viết biểu thức biểu thị khoảng cách của hai tàu sau khi chúng di chuyển được t (h)

b) Tính khoảng cách giữa hai tàu sau 2h.

c) Sau bao lâu thì hai tàu gặp nhau?

16. Tính giá trị của biểu thức:

a) $A = 3x^2 - 2x + 5$ tại $x = 1;$

b) $B = 4xy(x-y)$ tại $x = -1, y = 2.$

17. Tính giá trị của biểu thức:

a) $A = \frac{5x-3y}{2x-y}$ biết $\frac{x}{y} = \frac{6}{5}$

b) $B = 2x + 2y + 3xy(x+y) + 5(x^3y^2 + x^2y^3) + 4$ biết: $x+y=0$

18. Tìm giá trị lớn nhất (nhỏ nhất) của biểu thức:

a) $A = (x-1)^2 + 1;$ b) $B = x^2 + x^4 - \frac{1}{2};$

3.Đường tuy gần không đi sẽ không đến-Việc tuy nhỏ không làm sẽ không nên

c) $C = -(x - 2)^4 - |y - 1| + 1$; d) $D = \frac{2}{(x - 1)^2 + 1}$

HƯỚNG DẪN

1A. a) $x^2 + y^2$

b) $(x + y)^2$

d) $\frac{x + y + z}{3}$

c) $(x + y)(x - y)$.

1B. Tương tự **1A.**

a) $x^2 - y^2$

b) $(x - y)^3$

c) $x + 5y$.

d) $x(4 + y)$

2A. a) $4a$.

b) $2(a + 7)$

c) $\frac{1}{2}ah$

2B. Tương tự **2A.**

a) a^2 .

b) $5ab$

c) $\frac{(a + b)h}{2}$

3A. Đây là bài toán mở, kết quả đưa ra dưới đây là các kết quả thường dùng.

a) $(2n - 1)^2 + (2n + 1)^2$ với $n \in \mathbb{Z}$.

b) $(2n + 1)^2 + (2m + 1)^2$ với $m, n \in \mathbb{Z}$,

c) $\frac{a}{b} + \left(-\frac{a}{b}\right)$ với $a, b \neq 0$; $a, b \in \mathbb{Z}$

3B. Tương tự **3A.**

a) $n + (n + 1)$ với $n \in \mathbb{Z}$.

b) $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ với $a, b \neq 0$; $a, b \in \mathbb{Z}$

c) $(2n)^2 + (2n + 2)^2$ với $n \in \mathbb{Z}$

4A. Số tiền Tâm phải trả là $5x + 4y$ đồng.

4B. Số tiền An phải trả là $4x + 5y + 6z$ đồng

5A. Nhiệt độ lúc mặt trời lặn của ngày đó là $t + x - y$ độ.

5B. a) $3a + m$ (đồng). b) $6a - n$ (đồng).

6A. Đổi $15' = \frac{15}{60}h = \frac{1}{4}h$; $24' = \frac{24}{60}h = \frac{2}{5}h$. Quãng đường người đó từ nhà

đến nơi làm việc là $\frac{1}{4}x + \frac{2}{5}y$ (km)

6B. Quãng đường của một người đi được là $5x + 35y$ (km).

7A. a) Tổng hai số x và y .

b) Nửa tích của tổng hai số x, y và hiệu hai số x, y .

7B. a) Năm lần tổng hai số x và y .

b) Tích của bình phương tổng hai số x, y và bình phương của hiệu hai số x, y .

8A. a) Thay $x = -1$ vào biểu thức A ta có: $A = 3x^2 - 9 = 3(-1)^2 - 9 = -6$;

Thay $x = -\frac{1}{2}$ vào biểu thức A ta có:

$$A = 3x^2 - 9 = 3\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 9 = -\frac{33}{4}$$

4.Đường tuy gần không đi sẽ không đến-Việc tuy nhỏ không làm sẽ không nên

b) Thay $x = 1; y = 1$ vào biểu thức ta được: $B = 3$.

8B. a) Thay $x = 2$ vào biểu thức A ta có:

$$A = -x^3 + 2x^2 - 1 = -2^3 + 2.2^2 - 1 = -1$$

b) Thay $x = 1, y = 2$ vào biểu thức B ta có: $B = 4$.

9A. Quảng đường viên đá rơi được $h = 5t^2 = 5.1,5^2 = 11,25$ (m)

9B. Diện tích còn lại của khu vườn a $(a - 8) - b^2$.

Thay $a = 50$ m; $b = 10$ m ta có: $50(50 - 8) - 10^2 = 2000(m^2)$.

10A. a) Ta có $y = 2x \Rightarrow N = \frac{5x - 6x}{2x + 2x} = \frac{1}{4}$

$$N = \frac{5x - 3y}{2x + y} = \frac{\frac{5x - 3y}{y}}{\frac{2x + y}{y}} = \frac{\frac{5x}{y} - 3}{\frac{2x}{y} + 1} = \frac{5 \cdot \frac{1}{3} - 3}{2 \cdot \frac{1}{3} + 1} = -\frac{1}{4}$$

Cách khác:

b) Ta có $x + y = 0 \Rightarrow y = -x$

$$M = x^4 - x(-x)^3 + x^3(-x) - (-x)^4 - 1 \\ = x^4 + x^4 - x^4 - x^4 - 1 = -1.$$

10B. Tương tự **10A.** a) $N = -\frac{1}{5}$

b) Ta có $x + y + 1 = 0 \Rightarrow x + y = -1$ Từ đó tính được $M = 1$.

11A. a) Với mọi $x \in \mathbb{R}$ ta có $2x^2 \geq 0$. Do đó $2x^2 + 1 \geq 1$.

Vậy biểu thức A đạt giá trị nhỏ nhất (GTNN) bằng 1 khi $x = 0$.

b) Với mọi $x \in \mathbb{R}$ ta có $-3x^2 \leq 0$. Do đó $-3x^2 - 1 \leq -1$. Vậy biểu thức B đạt giá trị lớn nhất (GTLN) bằng -1, khi $x = 0$.

c) Với mọi $x \in \mathbb{R}$ ta có $|x^2| \geq 0$. Do đó $|-3x^2| \geq 0$

Vậy biểu $|-3x^2|$ đạt GTNN bằng 0, khi $x = 0$.

11B. Tương tự **11A.** a) A đạt GTNN bằng 1 khi $x = -1$.

b) B đạt GTLN bằng 0, khi $x = -1$.

c) C đạt GTNN bằng 0 khi $x = 1$.

12A. a) Với $x, y \in \mathbb{R}$ ta có $(x - 2)^2 \geq 0; |y - 3| \geq 0$.

Do đó $(x - 2)^2 + |y - 3| + 1 \geq 1$.

Vậy GTNN của A bằng 1 khi $x = 2, y = 3$.

b) Với $x, y \in \mathbb{R}$ ta có $(x - 1)^2 \geq 0; |x^2 - 1| \geq 0; y^2 \geq 0$.

Do đó $|x^2 - 1| + (x - 1) + y^2 \geq 0$.

Vậy GTNN của B bằng 0, khi $x = 1; y = 0$.

c) Theo câu **11B** GTLN C = 1 khi mẫu số đạt GTNN hay $x = -1$

12B. a) $A_{\min} = 2017$ khi $x = \frac{3}{2}; y = \frac{1}{2}$

b) $B_{\max} = 0$ khi $x = -1$

c) $C_{\min} = -1$ khi $x = -1$

13. a) $n(n + 1)(n + 2)$ ($n \in \mathbb{Z}$).

b) $(2n + 1)^2 + (2m + 1)^2$ ($m; n \in \mathbb{Z}$)

14. a) Tổng của hai số x và hai lần số y.

b) Hiệu của bảy lần x và sáu lần y.

c) Tổng của hai lần bình phương số x và bình phương ba lần số y.

15. a) Biểu thức biểu thị khoảng cách giữa hai tàu 420 - 50t - 55t viết gọn là $420 - 105x$.

b) Với $t = 2$ tính được khoảng cách bằng 210 km.

c) Khi hai xe gặp nhau khoảng cách bằng 0, từ đó tính được $t = 4(h)$.

16. a) $A = 6$; b), 24.

17. a) $B = \frac{15}{7}$

b) $A = 2x + 2y + 3xy(x + y) + 5(x^3y^2 + x^2y^3) + 4$
 $= 2(x + y) + 3xy(x + y) + 3x^2y^2(x + y) + 4 = 4.$

18. a) $A \geq 1 \forall x \Rightarrow A_{\min} = 1 \Leftrightarrow x = 1$

b) $b \geq \frac{-1}{2} \forall x \Rightarrow B_{\max} = \frac{-1}{2} \Leftrightarrow x = 0$

c) $C_{\max} = 1 \Leftrightarrow x = 2; y = 1$

d) $D_{\max} = 2 \Leftrightarrow x = 1$

.....

.....