**CHỦ ĐỀ 2 – HỆ PHƯƠNG TRÌNH**

[**I.** **HỆ KHÔNG CHỨA THAM SỐ** 1](#_Toc6352670)

[**DẠNG 1: HỆ ĐA THỨC BẬC NHẤT ĐỐI VỚI X VÀ Y** 1](#_Toc6352671)

[**DẠNG 2: HỆ CHỨA PHÂN THỨC** 2](#_Toc6352672)

[**DẠNG 3: HỆ CHỨA CĂN** 4](#_Toc6352673)

[**DẠNG 4: HỆ THỨC CHỨA TRỊ TUYỆT ĐỐI** 6](#_Toc6352674)

[**II. HỆ CHỨA THAM SỐ** 9](#_Toc6352675)

[**HỆ THỐNG BÀI TẬP SỬ DỤNG TRONG CHỦ ĐỀ** 12](#_Toc6352676)

[**I. HỆ KHÔNG CHỨA THAM SỐ** 12](#_Toc6352677)

[**II. HỆ CHỨA THAM SỐ** 12](#_Toc6352678)

1. **HỆ KHÔNG CHỨA THAM SỐ**

## **DẠNG 1: HỆ ĐA THỨC BẬC NHẤT ĐỐI VỚI X VÀ Y**

***Cách giải*** *Rút gọn về hệ phương trình bậc nhất hai ẩn dạng: *

|  |
| --- |
| ***Ví dụ 1.*** Giải hệ phương trình: |

**Lời giải**

Có

****

Vậy: ****

|  |
| --- |
| ***Ví dụ 2.*** Giải hệ phương trình: |

**Lời giải**

Ta có:



Vậy:

|  |
| --- |
| ***Ví dụ 3.*** Giải hệ phương trình: |

**Lời giải**

**Cách 1:** (Giải trực tiếp)

Ta có: 



Vậy: 

**Cách 2:** Đặt ẩn phụ

Đặt: 



Vậy:.

## **DẠNG 2: HỆ CHỨA PHÂN THỨC**

***Bước 1:*** Đặt điều kiện cho hệ phương trình.

***Bước 2:*** Giải bằng cách đặt ẩn phụ hoặc quy đồng giải trực tiếp.

|  |
| --- |
| ***Ví dụ 1.*** Giải hệ phương trình: |

**Lời giải**

**Điều kiện: **

**Cách 1:** Đặt ẩn phụ

Đặt  hệ phương trình trở thành



Suy ra  ( thoả mãn điều kiện)

Vậy: 

***Cách 2:*** (Giải trực tiếp)

Có 

(thỏa mãn điều kiện)

Vậy (x;y) = (3; – 1)

|  |
| --- |
| ***Ví dụ 2*** Giải hệ phương trình |

**Lời giải**

Điều kiện: x + y ≠ 0

***Cách 1:*** (Đặt ẩn phụ)

Đặt hệ đã cho trở thành



Suy ra  (thỏa mãn điều kiện)

Vậy (x ; y) = (; 0)

***Cách 2:*** (Giải trực tiếp)

Có 

 (thỏa mãn điều kiện)

Vậy (x ; y) = (; 0)

|  |
| --- |
| ***Ví dụ 3***Giải hệ phương trình |

**Lời giải**

Điều kiện: x ≠ – 1; y ≠ – 2

Trước hết ta khử x , trên tử trong phương trình (2) của hệ

Có 



***Cách 1:*** (Đặt ẩn phụ)

Đặt hệ đã cho trở thành



Suy ra  (thỏa mãn điều kiện)

Vậy (x ; y) = (– 2 ; – 1)

***Cách 2:*** (Giải trực tiếp)

Có 

 (thỏa mãn điều kiện)

Vậy (x ; y) = (– 2 ; – 1)

## **DẠNG 3: HỆ CHỨA CĂN**

***Bước 1:*** Đặt điều kiện xác định của hệ

***Bước 2:*** Giải bằng cách đặt hai ẩn phụ cho gọn hoặc giải trực tiếp

|  |
| --- |
| **Ví dụ 1** Giải hệ phương trình |

**Lời giải**

Điều kiện: x ≥ – 1 ; y ≥ 2

***Cách 1:*** (Đặt ẩn phụ)

Đặt (điều kiện a ≥ 0 ; b ≥ 0 )hệ đã cho trở thành



Suy ra  (thỏa mãn điều kiện)

Vậy (x ; y) = (0; 6)

***Cách 2:*** (Giải trực tiếp)

Có 

 (thỏa mãn điều kiện)

Vậy (x ; y) = (0; 6)

|  |
| --- |
| **Ví dụ 2** Giải hệ phương trình |

**Lời giải**

Điều kiện: 

***Cách 1:*** (Đặt ẩn phụ)

Đặt  điều kiện b ≥ 0 hệ đã cho trở thành



Suy ra  (thỏa mãn điều kiện). Vậy (x ; y) = (2; )

***Cách 2:*** (Giải trực tiếp)

Có 

 (thỏa mãn điều kiện). Vậy (x ; y) = (2; )

|  |
| --- |
| **Ví dụ 3.** Giải hệ phương trình |

**Lời giải**

Điều kiện: 

Trước hết ta khử  ở trên tử trong phương trình sau của hệ:

Hệ 

***Cách 1*** (Đặt ẩn phụ)

Đặt  (điều kiện: ), hệ trở thành

 (thỏa mãn).

Suy ra  (thỏa mãn điều kiện).

Vậy .

***Cách 2*** (Giải trực tiếp)

Có 

 (thỏa mãn điều kiện).

Vậy .

## **DẠNG 4: HỆ THỨC CHỨA TRỊ TUYỆT ĐỐI**

***Bước 1*** Đặt điều kiện xác định của hệ.

***Bước 2*** Giải bằng cách đặt hai ẩn phụ cho gọn hoặc giải trực tiếp.

|  |
| --- |
| **Ví dụ 1.** Giải hệ phương trình |

**Lời giải**

Điều kiện: 

***Cách 1*** (Đặt ẩn phụ)

Đặt  (điều kiện: ), hệ đã cho trở thành

 (thỏa mãn điều kiện)

Suy ra  (thỏa mãn điều kiện)

Vậy 

***Cách 2*** (Giải trực tiếp)

Có 

 (thỏa mãn điều kiện). Vậy 

|  |
| --- |
| **Ví dụ 2.** Giải hệ phương trình |

**Lời giải**

Điều kiện:  Do  nên hệ 

***Cách 1*** (Đặt ẩn phụ)

Đặt  (điều kiện: ), hệ đã cho trở thành

 (thỏa mãn điều kiện).

Suy ra   (thỏa mãn điều kiện).

***Cách 2*** (Giải trực tiếp)

Có   (thỏa mãn điều kiện).

Vậy 

|  |
| --- |
| **Ví dụ 3.** Giải hệ phương trình |

**Lời giải**

Điều kiện: 

***Cách 1*** (Đặt ẩn phụ)

Có 

Đặt  (điều kiện: ), hệ trở thành



*Trường hợp 1:* Xét  thì  (loại).

*Trường hợp 2:* Xét  thì  (thỏa mãn).

Suy ra 

Thay  vào  ta được  (thỏa mãn).

Vậy 

***Cách 2*** (Giải trực tiếp)

Có 

*Trường hợp 1:*  Xét  thì

 (loại)

*Trường hợp 2:*  Xét  thì

 (thỏa mãn).

Vậy 

# **II. HỆ CHỨA THAM SỐ**

***Bài toán thường gặp:*** Cho hệ  chứa tham số m.

Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất  thỏa mãn điều kiện cho trước

***Bước 1*** Dùng phương pháp thế, cộng, trừ để đưa hệ đã cho về phương trình bậc nhất một ẩn 

***Bước 2***: Lập luận: Hệ có nghiệm duy nhất khi phương trình Ax = B có nghiệm duy nhất  A ≠ 0

***Bước 3:*** Giải nghiệm (x; y) theo m và xử lý điều kiện của bài toán.

**Chú ý:**

\* Hệ vô nghiệm khi phương trình Ax = B vô nghiệm  

\* Hệ vô số nghiệm khi phương trình Ax = B vô số nghiệm  

\* Đối với hệ:  khi a’ , b’ , c’ ≠ 0 thì ta có các điều kiện sau:

+) Hệ có nghiệm duy nhất khi 

+) Hệ vô nghiệm 

+) Hệ vô số nghiệm 

|  |
| --- |
| **Ví dụ 1.** Cho hệ phương trình:  với m là tham số.  1. Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất (x; y) và tìm nghiệm duy nhất đó.  2. Với (x; y) là nghiệm duy nhất ở trên, hãy tìm m để:  a) 2x – 3y > 0.  b) Cả x và y là các số nguyên.  c) Biểu thức S = x2 + y2 đạt giá trị nhỏ nhất.  d) Biểu thức T = xy đạt giá trị lớn nhất. |

**Lời giải**

1. Từ 2x + y = 8  y = 8 – 2x, thay vào 4x + my = 2m + 18 ta được

4x + m(8 – 2x) = 2m + 18  (4 – 2m)x = 18 – 6m (\*)

Hệ có nghiệm duy nhất (x; y) khi phương trình (\*) có nghiệm duy nhất  4 – 2m ≠ 0  m ≠ 2.

Khi đó 

Vậy  thì hệ đã cho có nghiệm duy nhất là .

2. a) Có 

 (do ) (thỏa mãn).

Vậy  thì .

b) Có 

Do đó cả 

 (thỏa mãn )

Vậy thì cả  và  là các số nguyên.

c) 

Đặt , thì 

.

Vậy  khi  (thỏa mãn ).

d) Có 

Đặt , ta được .

Vậy  khi  (thỏa mãn ).

|  |
| --- |
| ***Ví dụ 2.*** Cho hệ phương trình  với  là tham số.  1. Tìm  để hệ có nghiệm duy nhất  và tìm nghiệm duy nhất đó.  2. Với  là nghiệm duy nhất ở trên:  a) Tìm một hệ thức liên hệ giữa  và  không phụ thuộc vào .  b) Tìm  nguyên để cả  và  là các số nguyên.  c) Tìm  để biểu thức  đạt giá trị nhỏ nhất.  d) Tìm để biểu thức  đạt giá trị lớn nhất. |

**Lời giải**

1. Từ , thay vào  ta được



Hệ có nghiệm duy nhất  khi phương trình  có nghiệm duy nhất

.

Khi đó 

.

Vậy  thì hệ đã cho có nghiệm duy nhất là .

2. a) Có .

Suy ra  không phụ thuộc .

Vậy  là hệ thức cần tìm.

b) Có 

Do đó cả 

 (thỏa mãn ).

Vậy  thì  và  là các số nguyên.

c) Có 

Đặt  , ta được .

Xét .

Vậy  khi  (thỏa mãn ).

d) Có 

Đặt , ta được .

Vậy  khi  (thỏa mãn ).

# **HỆ THỐNG BÀI TẬP SỬ DỤNG TRONG CHỦ ĐỀ**

## **I. HỆ KHÔNG CHỨA THAM SỐ**

***Giải các hệ phương trình sau***

**Bài 1.  Bài 2. **

**Bài 3.  Bài 4. **

**Bài 5.  Bài 6. **

**Bài 7.  Bài 8. **

**Bài 9.  Bài 10. **

**Bài 11.  Bài 12. **

## **II. HỆ CHỨA THAM SỐ**

**Bài 1.** Cho hệ phương trình  với  là tham số.

1. Tìm để hệ có nghiệm duy nhất  và tìm nghiệm duy nhất đó.

2. Với là nghiệm duy nhất ở trên, hãy tìm để:

a) .

b) Cả  và  là các số nguyên.

c) Biểu thức  đạt giá trị nhỏ nhất.

d) Biểu thức  đạt giá trị lớn nhất.

**Bài 2.** Cho hệ phương trình  với  là tham số.

1. Tìm để hệ có nghiệm duy nhất  và tìm nghiệm duy nhất đó.

2. Với là nghiệm duy nhất ở trên:

a) Tìm một hệ thức liên hệ giữa  và không phụ thuộc vào .

b) Tìm  nguyên để cả  và là các số nguyên.

c) Tìm  để biểu thức  đạt giá trị nhỏ nhất.

d) Tìm  để biểu thức  đạt giá trị lớn nhất.