**CHỦ ĐỀ 2 – HỆ PHƯƠNG TRÌNH**

[**I.** **HỆ KHÔNG CHỨA THAM SỐ** 1](#_Toc6352670)

[**DẠNG 1: HỆ ĐA THỨC BẬC NHẤT ĐỐI VỚI X VÀ Y** 1](#_Toc6352671)

[**DẠNG 2: HỆ CHỨA PHÂN THỨC** 2](#_Toc6352672)

[**DẠNG 3: HỆ CHỨA CĂN** 4](#_Toc6352673)

[**DẠNG 4: HỆ THỨC CHỨA TRỊ TUYỆT ĐỐI** 6](#_Toc6352674)

[**II. HỆ CHỨA THAM SỐ** 9](#_Toc6352675)

[**HỆ THỐNG BÀI TẬP SỬ DỤNG TRONG CHỦ ĐỀ** 12](#_Toc6352676)

[**I. HỆ KHÔNG CHỨA THAM SỐ** 12](#_Toc6352677)

[**II. HỆ CHỨA THAM SỐ** 12](#_Toc6352678)

1. **HỆ KHÔNG CHỨA THAM SỐ**

## **DẠNG 1: HỆ ĐA THỨC BẬC NHẤT ĐỐI VỚI X VÀ Y**

***Cách giải*** *Rút gọn về hệ phương trình bậc nhất hai ẩn dạng: *

|  |
| --- |
| ***Ví dụ 1.*** Giải hệ phương trình:  |

**Lời giải**

Có

****

Vậy: ****

|  |
| --- |
| ***Ví dụ 2.*** Giải hệ phương trình:  |

**Lời giải**

Ta có:



Vậy:

|  |
| --- |
| ***Ví dụ 3.*** Giải hệ phương trình:  |

**Lời giải**

**Cách 1:** (Giải trực tiếp)

Ta có: 



Vậy: 

**Cách 2:** Đặt ẩn phụ

Đặt: 



Vậy:.

## **DẠNG 2: HỆ CHỨA PHÂN THỨC**

***Bước 1:*** Đặt điều kiện cho hệ phương trình.

***Bước 2:*** Giải bằng cách đặt ẩn phụ hoặc quy đồng giải trực tiếp.

|  |
| --- |
| ***Ví dụ 1.*** Giải hệ phương trình:  |

**Lời giải**

**Điều kiện: **

**Cách 1:** Đặt ẩn phụ

Đặt  hệ phương trình trở thành



Suy ra  ( thoả mãn điều kiện)

Vậy: 

***Cách 2:*** (Giải trực tiếp)

Có 

(thỏa mãn điều kiện)

Vậy (x;y) = (3; – 1)

|  |
| --- |
| ***Ví dụ 2*** Giải hệ phương trình  |

**Lời giải**

Điều kiện: x + y ≠ 0

***Cách 1:*** (Đặt ẩn phụ)

Đặt hệ đã cho trở thành



Suy ra  (thỏa mãn điều kiện)

Vậy (x ; y) = (; 0)

***Cách 2:*** (Giải trực tiếp)

Có 

 (thỏa mãn điều kiện)

Vậy (x ; y) = (; 0)

|  |
| --- |
| ***Ví dụ 3***Giải hệ phương trình  |

**Lời giải**

Điều kiện: x ≠ – 1; y ≠ – 2

Trước hết ta khử x , trên tử trong phương trình (2) của hệ

Có 



***Cách 1:*** (Đặt ẩn phụ)

Đặt hệ đã cho trở thành



Suy ra  (thỏa mãn điều kiện)

Vậy (x ; y) = (– 2 ; – 1)

***Cách 2:*** (Giải trực tiếp)

Có 

 (thỏa mãn điều kiện)

Vậy (x ; y) = (– 2 ; – 1)

## **DẠNG 3: HỆ CHỨA CĂN**

***Bước 1:*** Đặt điều kiện xác định của hệ

***Bước 2:*** Giải bằng cách đặt hai ẩn phụ cho gọn hoặc giải trực tiếp

|  |
| --- |
| **Ví dụ 1** Giải hệ phương trình  |

**Lời giải**

Điều kiện: x ≥ – 1 ; y ≥ 2

***Cách 1:*** (Đặt ẩn phụ)

Đặt (điều kiện a ≥ 0 ; b ≥ 0 )hệ đã cho trở thành



Suy ra  (thỏa mãn điều kiện)

Vậy (x ; y) = (0; 6)

***Cách 2:*** (Giải trực tiếp)

Có 

 (thỏa mãn điều kiện)

Vậy (x ; y) = (0; 6)

|  |
| --- |
| **Ví dụ 2** Giải hệ phương trình  |

**Lời giải**

Điều kiện: 

***Cách 1:*** (Đặt ẩn phụ)

Đặt  điều kiện b ≥ 0 hệ đã cho trở thành



Suy ra  (thỏa mãn điều kiện). Vậy (x ; y) = (2; )

***Cách 2:*** (Giải trực tiếp)

Có 

 (thỏa mãn điều kiện). Vậy (x ; y) = (2; )

|  |
| --- |
| **Ví dụ 3.** Giải hệ phương trình   |

**Lời giải**

Điều kiện: 

Trước hết ta khử  ở trên tử trong phương trình sau của hệ:

Hệ 

***Cách 1*** (Đặt ẩn phụ)

Đặt  (điều kiện: ), hệ trở thành

 (thỏa mãn).

Suy ra  (thỏa mãn điều kiện).

Vậy .

***Cách 2*** (Giải trực tiếp)

Có 

 (thỏa mãn điều kiện).

Vậy .

## **DẠNG 4: HỆ THỨC CHỨA TRỊ TUYỆT ĐỐI**

***Bước 1*** Đặt điều kiện xác định của hệ.

***Bước 2*** Giải bằng cách đặt hai ẩn phụ cho gọn hoặc giải trực tiếp.

|  |
| --- |
| **Ví dụ 1.** Giải hệ phương trình   |

**Lời giải**

Điều kiện: 

***Cách 1*** (Đặt ẩn phụ)

Đặt  (điều kiện: ), hệ đã cho trở thành

 (thỏa mãn điều kiện)

Suy ra  (thỏa mãn điều kiện)

Vậy 

***Cách 2*** (Giải trực tiếp)

Có 

 (thỏa mãn điều kiện). Vậy 

|  |
| --- |
| **Ví dụ 2.** Giải hệ phương trình   |

**Lời giải**

Điều kiện:  Do  nên hệ 

***Cách 1*** (Đặt ẩn phụ)

Đặt  (điều kiện: ), hệ đã cho trở thành

  (thỏa mãn điều kiện).

Suy ra   (thỏa mãn điều kiện).

***Cách 2*** (Giải trực tiếp)

Có   (thỏa mãn điều kiện).

Vậy 

|  |
| --- |
| **Ví dụ 3.** Giải hệ phương trình   |

**Lời giải**

Điều kiện: 

***Cách 1*** (Đặt ẩn phụ)

Có 

Đặt  (điều kiện: ), hệ trở thành

 

*Trường hợp 1:* Xét  thì  (loại).

*Trường hợp 2:* Xét  thì  (thỏa mãn).

Suy ra 

Thay  vào  ta được  (thỏa mãn).

Vậy 

***Cách 2*** (Giải trực tiếp)

Có 

*Trường hợp 1:*  Xét  thì

  (loại)

*Trường hợp 2:*  Xét  thì

  (thỏa mãn).

Vậy 

# **II. HỆ CHỨA THAM SỐ**

***Bài toán thường gặp:*** Cho hệ  chứa tham số m.

Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất  thỏa mãn điều kiện cho trước

***Bước 1*** Dùng phương pháp thế, cộng, trừ để đưa hệ đã cho về phương trình bậc nhất một ẩn 

***Bước 2***: Lập luận: Hệ có nghiệm duy nhất khi phương trình Ax = B có nghiệm duy nhất  A ≠ 0

***Bước 3:*** Giải nghiệm (x; y) theo m và xử lý điều kiện của bài toán.

**Chú ý:**

\* Hệ vô nghiệm khi phương trình Ax = B vô nghiệm  

\* Hệ vô số nghiệm khi phương trình Ax = B vô số nghiệm  

\* Đối với hệ:  khi a’ , b’ , c’ ≠ 0 thì ta có các điều kiện sau:

+) Hệ có nghiệm duy nhất khi 

+) Hệ vô nghiệm 

+) Hệ vô số nghiệm 

|  |
| --- |
| **Ví dụ 1.** Cho hệ phương trình:  với m là tham số.1. Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất (x; y) và tìm nghiệm duy nhất đó.2. Với (x; y) là nghiệm duy nhất ở trên, hãy tìm m để:a) 2x – 3y > 0.b) Cả x và y là các số nguyên.c) Biểu thức S = x2 + y2 đạt giá trị nhỏ nhất.d) Biểu thức T = xy đạt giá trị lớn nhất. |

**Lời giải**

1. Từ 2x + y = 8  y = 8 – 2x, thay vào 4x + my = 2m + 18 ta được

 4x + m(8 – 2x) = 2m + 18  (4 – 2m)x = 18 – 6m (\*)

Hệ có nghiệm duy nhất (x; y) khi phương trình (\*) có nghiệm duy nhất  4 – 2m ≠ 0  m ≠ 2.

Khi đó 

Vậy  thì hệ đã cho có nghiệm duy nhất là .

2. a) Có 

 (do ) (thỏa mãn).

Vậy  thì .

b) Có 

Do đó cả 

 (thỏa mãn )

Vậy thì cả  và  là các số nguyên.

c) 

Đặt , thì 

.

Vậy  khi  (thỏa mãn ).

d) Có 

Đặt , ta được .

Vậy  khi  (thỏa mãn ).

|  |
| --- |
| ***Ví dụ 2.*** Cho hệ phương trình  với  là tham số.1. Tìm  để hệ có nghiệm duy nhất  và tìm nghiệm duy nhất đó.2. Với  là nghiệm duy nhất ở trên:a) Tìm một hệ thức liên hệ giữa  và  không phụ thuộc vào .b) Tìm  nguyên để cả  và  là các số nguyên.c) Tìm  để biểu thức  đạt giá trị nhỏ nhất.d) Tìm để biểu thức  đạt giá trị lớn nhất. |

**Lời giải**

1. Từ , thay vào  ta được



Hệ có nghiệm duy nhất  khi phương trình  có nghiệm duy nhất

.

Khi đó 

.

Vậy  thì hệ đã cho có nghiệm duy nhất là .

2. a) Có .

Suy ra  không phụ thuộc .

Vậy  là hệ thức cần tìm.

b) Có 

Do đó cả 

 (thỏa mãn ).

Vậy  thì  và  là các số nguyên.

c) Có 

Đặt  , ta được .

Xét .

Vậy  khi  (thỏa mãn ).

d) Có 

Đặt , ta được .

Vậy  khi  (thỏa mãn ).

# **HỆ THỐNG BÀI TẬP SỬ DỤNG TRONG CHỦ ĐỀ**

## **I. HỆ KHÔNG CHỨA THAM SỐ**

***Giải các hệ phương trình sau***

**Bài 1.  Bài 2. **

**Bài 3.  Bài 4. **

**Bài 5.  Bài 6. **

**Bài 7.  Bài 8. **

**Bài 9.  Bài 10. **

**Bài 11.  Bài 12. **

## **II. HỆ CHỨA THAM SỐ**

**Bài 1.** Cho hệ phương trình  với  là tham số.

1. Tìm để hệ có nghiệm duy nhất  và tìm nghiệm duy nhất đó.

2. Với là nghiệm duy nhất ở trên, hãy tìm để:

a) .

b) Cả  và  là các số nguyên.

c) Biểu thức  đạt giá trị nhỏ nhất.

d) Biểu thức  đạt giá trị lớn nhất.

**Bài 2.** Cho hệ phương trình  với  là tham số.

1. Tìm để hệ có nghiệm duy nhất  và tìm nghiệm duy nhất đó.

2. Với là nghiệm duy nhất ở trên:

a) Tìm một hệ thức liên hệ giữa  và không phụ thuộc vào .

b) Tìm  nguyên để cả  và là các số nguyên.

c) Tìm  để biểu thức  đạt giá trị nhỏ nhất.

d) Tìm  để biểu thức  đạt giá trị lớn nhất.