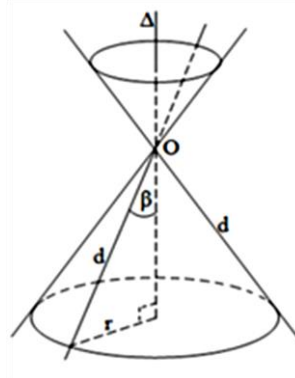


CHỦ ĐỀ 2 : KHỐI NÓN - TRỤ - CẦU

LÍ THUYẾT

❖ MẶT NÓN TRÒN XOAY VÀ KHỐI NÓN

1. Mặt nón tròn xoay

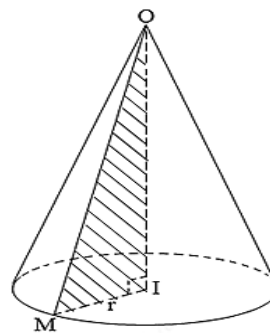


- Đường thẳng d, Δ cắt nhau tại O và tạo thành góc β với $0^\circ < \beta < 90^\circ$. Mặt phẳng (P) chứa d, Δ và (P) quay quanh trục Δ với góc β không đổi thì tạo thành mặt nón tròn xoay đỉnh O .

Trong đó:

- Δ gọi là trục
- d được gọi là đường sinh
- Góc 2β được gọi là góc ở đỉnh

2. Khối nón

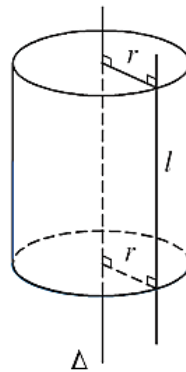


Hình 2

- Khối nón là phần không gian được giới hạn bởi một hình nón tròn xoay, kể cả hình nón đó.
- Đỉnh, mặt đáy, đường sinh của một hình nón cũng là đỉnh, mặt đáy, đường sinh của khối nón tương ứng.
- Cho hình nón có chiều cao h , đường sinh l và bán kính đáy r . Khi đó, ta có các công thức sau:
 - Diện tích xung quanh của hình nón: $S_{xq} = \pi.r.l$
 - Diện tích đáy của hình nón: $S_{day} = \pi.r^2$
 - Diện tích toàn phần của hình nón: $S_{tp} = S_{xq} + S_{day} = \pi.r.l + \pi.r^2$
 - Thể tích của khối nón: $V_{non} = \frac{1}{3} \pi.r^2.h$

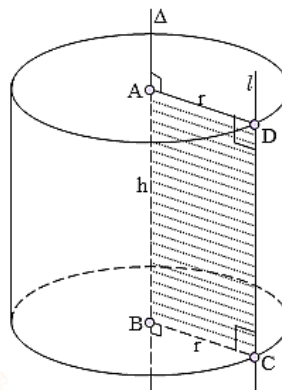
❖ MẶT TRỤ TRÒN XOAY

1. Mặt trụ

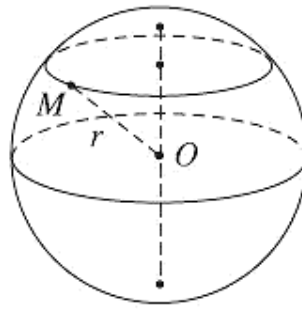


- Trong mặt phẳng (P) cho hai đường thẳng Δ và l song song với nhau, cách nhau một khoảng r . Khi quay mặt phẳng (P) xung quanh đường thẳng Δ thì đường thẳng l sinh ra một mặt tròn xoay được gọi là mặt trụ tròn xoay hay gọi tắt là mặt trụ. Trong đó:
 - Đường thẳng Δ gọi là trục
 - Đường thẳng l gọi là đường sinh
 - r là bán kính của mặt trụ đó

2. Hình trụ tròn xoay và khối trụ tròn xoay



- Khối trụ tròn xoay hay khối trụ là phần không gian được giới hạn bởi một hình trụ tròn xoay kể cả hình trụ tròn xoay đó.
- Mặt đáy, đường sinh, chiều cao, bán kính của một hình trụ cũng là mặt đáy, đường sinh, chiều cao, bán kính của khối trụ tương ứng.
- Cho hình trụ có chiều cao h , đường sinh l , bán kính đáy r . Khi đó ta có các công thức sau:
 - Diện tích xung quanh: $S_{xq} = 2\pi.r.l$
 - Diện tích toàn phần: $S_{tp} = 2\pi.r.l + 2\pi.r^2$
 - Thể tích của khối trụ: $V = \pi.r^2.h$

❖ **MẶT CẦU VÀ KHỐI CẦU****1. Mặt cầu**

- Cho một điểm I cố định và một số thực dương R . Tập hợp tất cả các điểm M trong không gian cách I một khoảng R được gọi là mặt cầu tâm I , bán kính R . Được kí hiệu là: $S(I; R)$.
- Khi đó $S(I; R) = \{M / IM = R\}$.

2. Công thức tính diện tích mặt cầu và thể tích khối cầu

- Cho mặt cầu (S) có tâm I , bán kính R . Khi đó, ta có các công thức như sau:
 - Diện tích mặt cầu: $S = 4\pi.R^2$
 - Thể tích của khối cầu: $V = \frac{4}{3}\pi.R^3$.

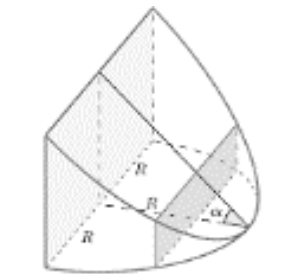
3. Một số công thức tính đặc biệt về khối tròn xoay

- **Hình nêm loại 1**



$$\text{Thể tích : } V = \frac{2}{3}.R^3.\tan \alpha$$

- **Hình nêm loại 2**



$$\text{Thể tích: } V = \left(\frac{\pi}{2} - \frac{2}{3}\right).R^3.\tan \alpha$$

VÍ DỤ MINH HỌA

VÍ DỤ 1: Một hình nón tròn xoay có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh bằng a . Tính diện tích S_{tp} toàn phần của hình nón đó:

A. $S_{tp} = \frac{\pi a^2 (\sqrt{2} + 8)}{2}$.

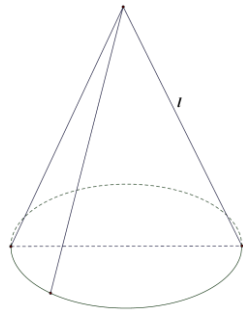
B. $S_{tp} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$.

C. $S_{tp} = \frac{\pi a^2 (\sqrt{2} + 1)}{2}$.

D. $S_{tp} = \frac{\pi a^2 (\sqrt{2} + 4)}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Theo đề suy ra đường sinh $l = a$, và đường tròn đáy có bán kính $r = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Khi đó $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$

, diện tích đáy $S = \frac{\pi a^2}{2}$. Vậy $S_{tp} = \frac{\pi a^2 (\sqrt{2} + 1)}{2}$.

VÍ DỤ 2: Một hình nón đỉnh S , đáy hình tròn tâm O và $SO = h$. Một mặt phẳng (P) qua đỉnh S cắt đường tròn (O) theo dây cung AB sao cho góc $AOB = 90^\circ$, biết khoảng cách từ O đến (P) bằng $\frac{h}{2}$. Khi đó diện tích xung quanh hình nón bằng.

A. $\frac{\pi h^2 \sqrt{10}}{3}$.

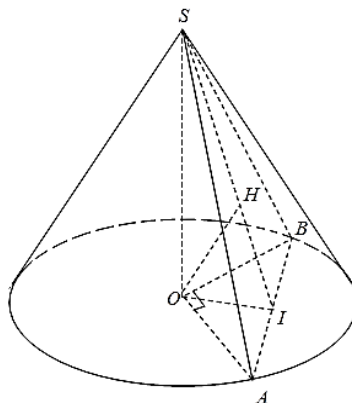
B. $\frac{\pi h^2 \sqrt{10}}{3\sqrt{3}}$.

C. $\frac{2\pi h^2 \sqrt{10}}{3}$.

D. $\frac{\pi h^2 \sqrt{10}}{6}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi I là trung điểm của AB .

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OI^2} \Rightarrow \frac{1}{OI^2} = \frac{4}{h^2} - \frac{1}{h^2} = \frac{3}{h^2} \Rightarrow OI = \frac{h\sqrt{3}}{3}.$$

Tam giác OAB vuông cân tại O nên: $AB = 2OI = \frac{2h\sqrt{3}}{3}$, $R = OA = OB = \frac{h\sqrt{6}}{3}$.

Suy ra: $SB = \sqrt{SO^2 + OB^2} = \sqrt{h^2 + \left(\frac{h\sqrt{6}}{3}\right)^2} = \frac{h\sqrt{15}}{3}.$

Diện tích xung quanh của hình nón: $S_{xq} = \pi R.SB = \pi \cdot \frac{h\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{h\sqrt{15}}{3} = \frac{\pi h^2 \sqrt{10}}{3}.$

VÍ DỤ 2: Hình nón (N) có đỉnh S , tâm đường tròn đáy là O , góc ở đỉnh bằng 120° . Một mặt phẳng qua S cắt hình nón (N) theo thiết diện là tam giác vuông SAB . Biết rằng khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SO bằng 3. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (N)

A. $S_{xq} = 27\sqrt{3}\pi$.

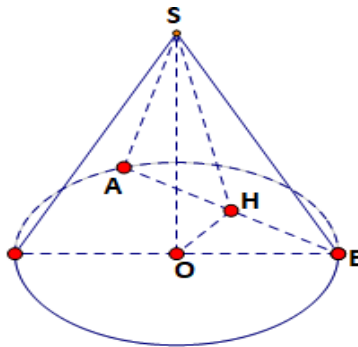
B. $S_{xq} = 18\sqrt{3}\pi$.

C. $S_{xq} = 9\sqrt{3}\pi$.

D. $S_{xq} = 36\sqrt{3}\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Theo bài ra ta có tam giác SAB vuông tại S và $OH = 3$; và $BSO = 60^\circ$.

Gọi r là bán kính đường tròn đáy của hình nón thì đường sinh $l = SB = \frac{r}{\sin 60^\circ} \Rightarrow l = \frac{2r}{\sqrt{3}}.$

Suy ra $BH = \frac{1}{2}AB = \frac{r\sqrt{6}}{3}.$

Xét tam giác OBH vuông tại H , ta có $9 + \frac{6r^2}{9} = r^2 \Leftrightarrow r = 3\sqrt{3}.$

Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (N) là $S_{xq} = \pi.r.l = \pi.3\sqrt{3}.\frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 18\pi\sqrt{3}.$