**CÂU 1.** Có bao nhiêu số phức  thỏa mãn  và ?

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

HD.

Áp dụng các tính chất  ta có .

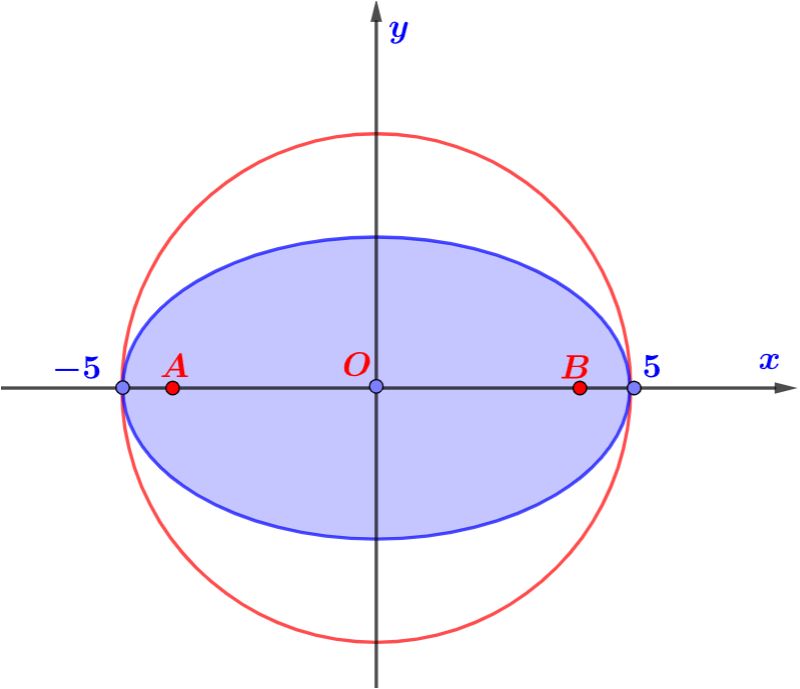
Do đó .

Gọi  là điểm biểu diễn của . Do các số phức ,  lần lượt được biểu diễn bởi  nên ta có .

Suy ra  thuộc hình  được bao bởi đường elip  có hai tiêu điểm là  và có độ dài trục lớn là 10.  có phương trình là .

Mặt khác, do  nên  thuộc là đường tròn  tâm  và bán kính .

Từ đây có  là giao của hình  và  (như hình vẽ).



Nhận thấy hình  và  có  giao điểm.

Vậy có  số phức thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**CÂU 2.** Trong mặt phẳng số phức cho  lần lượt là điểm biểu diễn  sao cho  và  thẳng hàng; phần thực của số phức  không âm. Tính  sao cho  đạt giá trị nhỏ nhất.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

HD.  lần lượt là điểm biểu diễn  sao cho  suy ra  là đường tròn tâm  và bán kính .

.

Theo phương tích đường tròn: nên:



Dấu bằng xảy ra khi .

Chart, diagram

Description automatically generated with medium confidence

Hay  là giao điểm của đường tròn  và đường tròn .

Tọa độ của  là nghiệm của hệ phương trình sau:

.

.

.

**CÂU 3.** Biết rằng hai số phức ,  thỏa mãn  và . Số phức  có phần thực là  và phần ảo là  thỏa mãn . Giá trị nhỏ nhất của  là

**A.** . **B.** . **C.** .**D.** .

HD. Gọi , ,  lần lượt là điểm biểu diễn cho số phức , ,  trên hệ trục tọa độ . Khi đó, điểm  thuộc đường tròn  tâm , bán kính ; điểm  thuộc đường  tròn tâm , bán kính ; điểm  thuộc đường thẳng .

Bài toán trở thành tìm giá trị nhỏ nhất của .



Gọi  có tâm ,  là đường tròn đối xứng với  qua . Khi đó  với .

Gọi ,  lần lượt là giao điểm của đoạn thẳng  với , . Khi đó với mọi điểm , ,  ta có , dấu "=" xảy ra khi . Do đó .

**CÂU 4.** Cho số phức  thỏa mãn . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  bằng

**A.** . **B.** . **C.**  **D.** 

HD. Gọi  là điểm biểu diễn của số phức  trên mặt phẳng   thuộc đường tròn tâm , bán kính .



Gọi  .

Lấy .

Xét  và  có: suy ra hai tam giác ta xét đồng dạng với nhau.

Suy ra .

Khi đó: 

Dấu "=" xảy ra  thuộc đoạn thẳng  hay .

Vậy  khi .

**CÂU 5.** Cho số phức  có phần thực không âm, phần ảo không dương, đồng thời thỏa mãn  và  là số phức có phần ảo không dương. Tìm giá trị lớn nhất của phần thực số phức ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

HD. Đặt  ,  (1).

+) 



 (2).

+) 

.

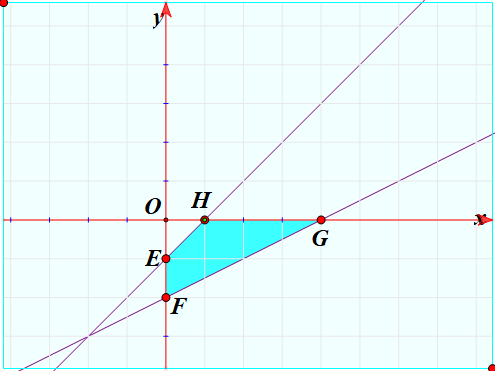
 là số phức có phần ảo không dương  (3).

+) .

Phần thực của số phức  là .

+) Yêu cầu bài toán trở thành tìm bộ số  thỏa mãn điều kiện (1), (2), (3) sao cho  đạt giá trị lớn nhất.

Biểu diễn (1), (2), (3) trên mặt phẳng tọa độ .



Từ đồ thị ta thấy bộ số  thỏa mãn điều kiện (1), (2), (3) là các điểm  nằm ở miền trong tứ giác ( tính cả biên).

Suy ra giá trị lớn nhất của  đạt tại một trong bốn đỉnh .

Ta có , , , .

 ;  ;  ; .

Vậy giá trị lớn nhất của phần thực số phức  bằng 4