

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ 2 - NĂM HỌC: 2022-2023
MÔN: TOÁN KHỐI 11 - THỜI GIAN: 60 PHÚT

Câu 1 (1đ): Tính giới hạn:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 1}{-5x^2 - 3x + 1}$$

Câu 2 (1.5đ): Cho hàm số sau: $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} & (x \neq 1) \\ \frac{1}{4} & (x = 1) \end{cases}$

Xét tính liên tục của hàm số $f(x)$ tại $x = 1$.

Câu 3 (2.5đ): Tính đạo hàm của các hàm số:

a) $y = x^2 - 5x + 1$;

b) $y = \frac{x^2 + x}{x - 2}$;

c) $y = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$

Câu 4 (2đ):

a) Cho đường cong $(C): y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$.

Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp điểm có hoành độ bằng 1.

b) Cho đường cong $(C): y = f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$.

Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $(d): y = -3x + 2023$.

Câu 5 (3đ):

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có O là tâm của đáy, cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $3a$, M là trung điểm của CD .

a) Chứng minh: $BD \perp (SAC)$.

b) Chứng minh rằng: $(SCD) \perp (SOM)$.

c) Xác định và tính góc tạo bởi 2 mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$.

----- Hết -----

ĐÁP ÁN TOÁN 11		Điểm
1)(1 điểm)		
$a) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 1}{-5x^2 - 3x + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2(1 + \frac{1}{x^2})}{x^2(-5 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2})} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + \frac{1}{x^2}}{-5 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2}} = -\frac{1}{5}$		0.5+ 0.5
2)(1.5 điểm)		
$+ f(1) = \frac{1}{4}$		0.5
$+ \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+3-4}{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{x+3}+2} = \frac{1}{4}$		0.5
$+ f(1) = \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ Vậy f(x) liên tục tại $x = 1$.		0.25+ 0.25
3)(2.5 điểm)		
$a) y = x^2 - 5x + 1 \Rightarrow y' = 2x - 5.$		0.5
$b) y = \frac{x^2 + x}{x - 2}$ $y' = \frac{(x^2 + x)'(x - 2) - (x^2 + x)(x - 2)'}{(x - 2)^2}$		0.25
$= \frac{(2x + 1)(x - 2) - (x^2 + x)}{(x - 2)^2}$		0.5
$y' = \frac{x^2 - 4x - 2}{(x - 2)^2}$		0.25
$c) y = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$ $y' = \frac{(\sin x)' \cdot (1 + \cos x) - \sin x \cdot (1 + \cos x)'}{(1 + \cos x)^2}$		0.25
$= \frac{\cos x \cdot (1 + \cos x) - \sin x(-\sin x)}{(1 + \cos x)^2} = \frac{\cos x + \cos^2 x + \sin^2 x}{(1 + \cos x)^2} = \frac{1 + \cos x}{(1 + \cos x)^2}$		0.5
$y' = \frac{1}{1 + \cos x}$		0.25
4)(2 điểm)		
$a) (C): y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 2.$ Viết PTTT của (C) biết tiếp điểm có hoành độ bằng 1. Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm $gt \Rightarrow x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = 0 \Rightarrow M(1; 0).$		0.25
$f'(x) = 3x^2 - 6x.$		0.25
$f'(1) = -3$		0,25
Phương trình tiếp tuyến của (C) tại $M(1; 0)$ là: $y - 0 = -3(x - 1)$ $\Leftrightarrow y = -3x + 3.$		0.25
$b) (C): y = f(x) = \frac{2x + 1}{x - 1}.$ Viết PTTT với (C) biết tiếp tuyến song song với đt (d): $y = -3x + 2023.$		
Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm Vì tiếp tuyến song song với (d) $\Rightarrow k_{tt} = k_{(d)} = -3 \Rightarrow k_{tt} = -3 \Rightarrow f'(x_0) = -3, f'(x) = -\frac{3}{(x-1)^2} \Rightarrow f'(x_0) = -\frac{3}{(x_0-1)^2}$		0.25

$\Rightarrow -\frac{3}{(x_0-1)^2} = -3 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = 5 \Rightarrow M_1(2;5) \\ x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = -1 \Rightarrow M_2(0;-1) \end{cases}$	0.25
*PTTT của (C) tại $M_1(2;5)$ là; $y = -3x + 11$	0.25
*PTTT của (C) tại $M_2(0;-1)$ là; $y = -3x - 1$	0.25
5)(3 điểm)	
a) $CM : BD \perp (SAC)$ Vì S.ABCD là hình chóp đều và O là tâm của đáy nên tg ABCD là hình vuông và $SO \perp (ABCD)$. <u>Ta có:</u> $\begin{cases} BD \perp AC (Tg ABCD - \text{hình vuông}) \\ BD \perp SO (SO \perp (ABCD) \Rightarrow BD) \\ AC \cap SO = O \\ AC, SO \subset (SAC) \end{cases}$ $\Rightarrow BD \perp (SAC)$	0.25 0.25+ 0.25 0.25
b) $(SCD) \perp (SOM)$ $\begin{cases} CD \perp SO (SO \perp (ABCD) \Rightarrow CD) \\ CD \perp SM (\text{xem cmt}) \end{cases}$ $\Rightarrow CD \perp (SOM), CD \subset (SCD) \Rightarrow (SCD) \perp (SOM)$. (tam giác SCD cân tại S có SM là trung tuyến vừa là đường cao)	0.25 0.25 0.25+0.25
c) $((SCD), \hat{(ABCD)}) = \varphi$ $\begin{cases} +(SCD) \cap (ABCD) = CD \\ +OM \subset (ABCD), OM \perp CD (CD \perp (SOM) \Rightarrow OM) \\ +SM \subset (SCD), SM \perp CD (\text{cmt}) \end{cases}$ $\Rightarrow \varphi = (\hat{SM}, \hat{OM}) = \hat{SMO}$. * $\hat{SMO} = ?$	0.25 0.25
OM là đường trung bình của tam giác BCD $\Rightarrow OM = \frac{1}{2}BC = a$. Tam giác SMC vuông tại M $\Rightarrow SM^2 = SC^2 - MC^2 = 8a^2 \Rightarrow SM = 2a\sqrt{2}$. $\Delta SOM \text{ vuông tại } O \Rightarrow \cos \hat{M} = \frac{OM}{SM} = \frac{a}{2a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4} \Rightarrow \hat{M} = \text{Arc cos } \frac{\sqrt{2}}{4}$.	0.25 0.25