

2. BÀI TẬP LUYỆN TẬP TỔNG HỢP

Chuyên đề 6: QUANG HỆ GHÉP

41. Hai gương phẳng có mặt phản xạ hợp với nhau góc $\alpha = 60^\circ$. Trong mặt phẳng phân giác của α có một điểm sáng S . Khoảng cách giữa hai ảnh ảo đầu tiên của S là H .

Thay đổi α trong khoảng $(0^\circ; 360^\circ)$. Định α để khoảng cách giữa hai ảnh nói trên vẫn là H .

Bài giải

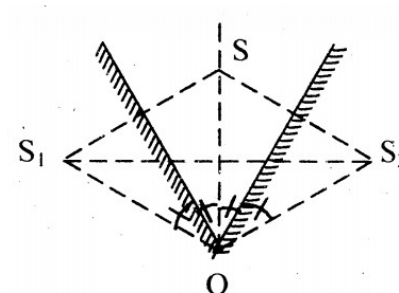
Đặt $SO = a$ (SO xác định).

Do tính đối xứng nên $S_1O = S_2O = SO = a$.

- Khoảng cách giữa hai ảnh đầu tiên S_1, S_2 là:

$$H = S_1S_2 = 2S_1O \cdot \sin \angle SOS_1 = 2a \cdot \sin \alpha$$

với: $\alpha = 60^\circ \Rightarrow H = 2a \cdot \sin 60^\circ = 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.



- Khi thay đổi α , để khoảng cách giữa hai ảnh vẫn là H thì độ lớn sin của góc giữa hai gương vẫn phải là $\frac{\sqrt{3}}{2}$. Trong khoảng $(0^\circ; 360^\circ)$ các góc thỏa điều kiện trên là $120^\circ, 240^\circ$ và 300° .

Vậy: Để khoảng cách giữa hai ảnh nói trên vẫn là H thì α có thể có các giá trị $120^\circ, 240^\circ$ và 300° .

42. Một gương phẳng đặt vuông góc với trục chính của gương cầu lõm tiêu cự f , cách gương cầu lõm đoạn l , hai mặt phản xạ hướng vào nhau.

Tìm điều kiện về l để một điểm sáng A trên trục chính trong khoảng giữa hai gương có ảnh sau 2 lần phản xạ trùng với chính nó.

Bài giải

- Sơ đồ tạo ảnh: $A \xrightarrow{G_p} A_1 \xrightarrow{G_c} A_2$.

- Theo nguyên lý thuận nghịch của ánh sáng, nếu A_2 là vật đối với gương cầu thì A_1 là ảnh của nó qua gương cầu, do đó nếu A_2 trùng với A thì:

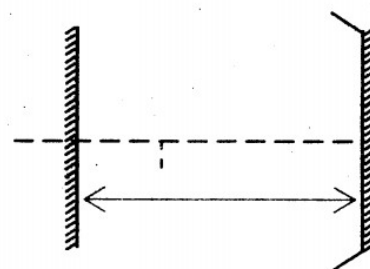
$$A \xrightarrow{G_p} A_1; A_2 \equiv A \xrightarrow{G_c} A_1$$

Gọi $x = OA$ là khoảng cách từ A đến gương phẳng thì $OA_1 = -x$.

Đối với gương cầu: A có $d = l - x$; A_1 có:

$$d' = l + x \text{ và } \frac{1}{f} = \frac{1}{l - x} + \frac{1}{l + x} \Leftrightarrow x^2 = l(l - 2f)$$

Vì $l > 0$ nên để hệ thức trên có nghĩa thì: $l - 2f > 0 \Rightarrow l > 2f$.



Vậy: Điều kiện về l để một điểm sáng A trên trục chính trong khoảng giữa hai gương có ảnh sau 2 lần phản xạ trùng với chính nó là $l > 2f$.

43. Hai gương cầu lõm giống hệt nhau đồng trục được đặt quay mặt phản xạ hướng vào nhau sao cho hai tiêu điểm chính trùng nhau. Một điểm sáng S trên trục chính trong khoảng giữa hai gương.

Chứng minh rằng một tia sáng bất kì từ S sau hai lần phản xạ liên tiếp trên hai gương sẽ đi qua một điểm cố định.

Bài giải

Gọi x là khoảng cách từ S đến (G_1) : $l = 2f$ là khoảng cách giữa hai gương cầu.

✧ Xét sự phản xạ trên gương (G_1) trước:

- Sơ đồ tạo ảnh như sau: $S \xrightarrow{G_1} S_1 \xrightarrow{G_2} S_2$.

- Xét quá trình tạo ảnh liên tiếp:

$$\text{Qua } (G_1): d_1 = x; d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{x f}{x - f}.$$

$$\text{Qua } (G_2): d_2 = l - d'_1 = 2f - \frac{x f}{x - f} = \frac{x f - 2f^2}{x - f} = \frac{f(x - 2f)}{x - f}.$$

$$d'_2 = \frac{d_2 f}{d_2 - f} = \frac{\frac{f(x - 2f)}{x - f} \cdot f}{\frac{f(x - 2f)}{x - f} - f} = \frac{f^2(x - 2f)}{fx - 2f^2 - fx + f^2} = 2f - x.$$

- Vì $d_1 + d'_2 = x + (2f - x) = 2f = l$ nên ảnh cuối cùng S_2 luôn trùng với S .

✧ Xét sự phản xạ trên gương (G_2) trước:

- Sơ đồ tạo ảnh như sau: $S \xrightarrow{G_2} S_1 \xrightarrow{G_1} S_2$.

- Xét quá trình tạo ảnh liên tiếp:

$$+ \text{Qua } (G_2): d_2 = l - x = 2f - x; d'_2 = \frac{d_2 f}{d_2 - f} = \frac{(2f - x)f}{2f - x - f} = \frac{(2f - x)f}{f - x}$$

$$+ \text{Qua } (G_1): d_1 = l - d'_2 = 2f - \frac{(2f - x)f}{f - x} = \frac{fx}{x - f}.$$

$$d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{\frac{fx}{x - f} \cdot f}{\frac{fx}{x - f} - f} = x.$$

- Vì $d_1 + d'_2 = (2f - x) + x = 2f$ nên ảnh cuối cùng S_2 luôn trùng với S .

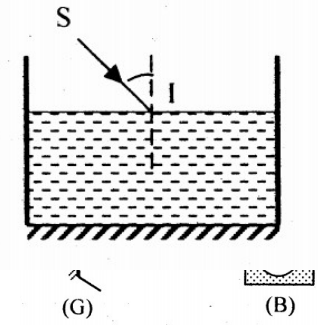
Vậy: Tia sáng bất kì qua S sau hai lần phản xạ liên tiếp trên hai gương luôn qua S_2 trùng với S .

• **Chú ý:** Có thể chứng minh dựa vào đặc điểm đường đi của các tia sáng.

44. Cho quang hệ như hình vẽ, với (G) là gương cầu lõm và (B) là bản mặt song song. Cho $R = 20\text{cm}$; $SA = 5\text{cm}$; $e = 15\text{cm}$; $n = 1,5$.

a) Xác định các ảnh của A.

b) Nhìn qua bản song song, mắt thấy được những ảnh nào?



Bài giải

a) Xác định các ảnh của A

Các tia sáng phát ra từ A truyền theo hai cách (hình vẽ):

- Qua bản mặt song song:

Sơ đồ tạo ảnh: $A \xrightarrow{(B)} A_1$

Vật thật A qua bản (B) cho ảnh ảo A_1 dời theo chiều ánh sáng một đoạn AA_1 xác định bởi:

$$AA_1 = e \left(1 - \frac{1}{n} \right) = 15 \left(1 - \frac{1}{1,5} \right) = 5\text{cm}$$

- Qua hệ ghép (gương cầu + bản):

Sơ đồ tạo ảnh:

$$A \xrightarrow{(G)} A_2 \xrightarrow{(B)} A_3$$

Xét sự tạo ảnh liên tiếp:

Với A_2 : A là vật thật: $f = \frac{R}{2} = 10\text{cm}$; $d = SA = 5\text{cm}$;

$$d' = \frac{df}{d - f} = \frac{5 \cdot 10}{5 - 10} = -10\text{cm} = -SA_2$$

Vì $d' < 0$ nên A_2 là ảnh ảo sau gương (G), cách gương 10cm.

• Với A_3 : A_2 là vật thật qua bản (B) cho ảnh ảo A_3 dời theo chiều ánh sáng một đoạn A_2A_3 xác định bởi:

$$A_2A_3 = e \left(1 - \frac{1}{n} \right) = 15 \left(1 - \frac{1}{1,5} \right) = 5\text{cm}$$

Ta có: $SA_3 = SA_2 - A_2A_3 = 10 - 5 = 5\text{cm}$

Vậy: Có tất cả là 3 ảnh A_1, A_2, A_3 của A.

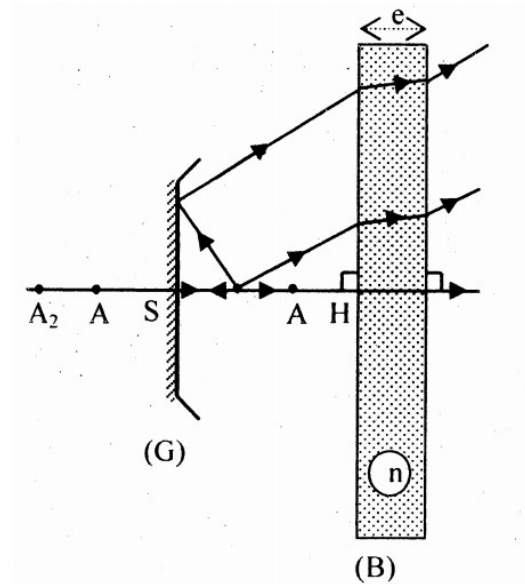
b) Các ảnh mắt nhìn thấy được: Các tia sáng tạo ảnh lọt vào mắt thì mắt thấy được ảnh đó.

Như vậy, khi nhìn qua bản song song mắt thấy được hai ảnh là A_1 và A_3 .

45. Chiếu vào chậu nước có đáy là một gương phẳng một tia sáng đơn sắc nghiêng 45° so với mặt nước có chiết suất $4/3$.

a) Tính khoảng cách từ điểm tia tới đi vào mặt nước đến điểm ló của tia phản xạ ra khỏi mặt nước.

b) Chậu phải nghiêng một góc bao nhiêu để tia phản xạ nói trên không còn ló ra khỏi mặt nước.



c) Một người soi mặt vào chậu khi nằm ngang sẽ thấy ảnh mình cách xa bao nhiêu nếu mặt người ấy cách mặt nước 10 cm.

Biết độ cao của mực nước trong chậu là $h = 10\text{cm}$.

Bài giải

a) Khoảng cách từ điểm tia tới đi vào mặt nước đến điểm ló của tia phản xạ ra khỏi mặt nước

Gọi I là điểm tia tới mặt nước, J là điểm tia ló trên mặt nước. Do tính chất phản xạ, suy ra I và J đối xứng qua O , Do đó: $IJ = 2IO$.

- Trong tam giác vuông IOH , ta có:

$$IO = ON \cdot \tan r = h \cdot \tan r.$$

$$\Rightarrow IJ = 2h \cdot \tan r \quad (1)$$

- Theo định luật khúc xạ, tại I ta có:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n \Rightarrow \sin r = \frac{\sin i}{n}$$

$$\Rightarrow \cos r = \sqrt{1 - \sin^2 r} = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 i}{n^2}} = \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}{n} \quad (2)$$

- Thay (2) vào (1), ta được:

$$IJ = 2h \frac{\sin i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} = 2 \cdot 10 \cdot \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}} \approx 12,5\text{cm}.$$

Vậy: Khoảng cách từ điểm tia tới đi vào mặt nước đến điểm ló của tia phản xạ ra khỏi mặt nước là: $IJ \approx 12,5\text{cm}$.

b) Góc nghiêng của chậu để tia phản xạ nói trên không còn ló mặt nước

- Khi chậu nghiêng một góc α với phương ngang, tia phản xạ tới mặt thoáng có góc tới: $i' = r + 2\alpha$ nên để không có tia ló ra mặt thoáng thì: $i' \geq i_{gh}$.

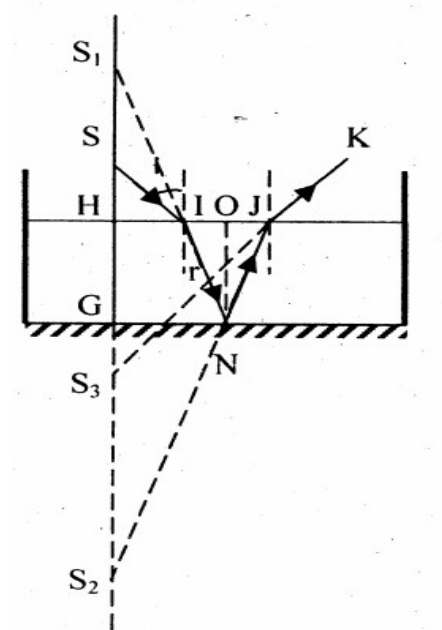
$$\Leftrightarrow r + 2\alpha \geq i_{gh} \Rightarrow \alpha \geq \frac{i_{gh} - r}{2}$$

$$\text{Với: } \sin i_{gh} = \frac{1}{n} = \frac{3}{4} = 0,75 \Rightarrow i_{gh} \approx 48^\circ$$

- Mặt khác:

$$\sin r = \frac{\sin i}{n} = \frac{\sin 45^\circ}{\frac{4}{3}} = \frac{3\sqrt{2}}{8} = 0,53$$

$$\Rightarrow r = 32^\circ.$$



của tia
ra khỏi

$$\text{Do đó: } \alpha \geq \frac{48^\circ - 32^\circ}{2} = 8^\circ.$$

Vậy: Để tia phản xạ nói trên không còn ló ra khỏi mặt nước thì phải nghiêng chậu một góc $\alpha \geq 8^\circ$.

c) Khoảng cách từ ảnh đến người

- Qua lưỡng chất phẳng (không khí, nước), ta có:

$$\frac{HS}{n_1} = \frac{HS_1}{n_2} \Rightarrow HS_1 = \frac{n_2}{n_1} HS = \frac{4}{3} \cdot 10 = \frac{40}{3} \text{ cm}$$

- Qua gương phẳng, ta có:

$$S_2G = S_1G = HS_1 + HG = \frac{40}{3} + 10 = \frac{70}{3} \text{ cm}.$$

- Qua lưỡng chất phẳng (nước, không khí), ta có:

$$\frac{HS_2}{n_2} = \frac{HS_3}{n_1} \Rightarrow HS_3 = \frac{n_1}{n_2} HS_2 = \frac{n_1}{n_2} (S_2G + HG)$$

$$\Leftrightarrow HS_3 = \frac{3}{4} \left(\frac{70}{3} + 10 \right) = 25 \text{ cm}$$

Vậy: Người ấy sẽ nhìn thấy ảnh của mình cách mặt nước 25 cm.

46. Để tìm bề dày của một cái gương (bản thủy tinh hai mặt song song với G_s mạ bạc) người ta đặt lên mặt G_t một dây thẳng nhỏ A và một thước dẹt T song song với dây (hình vẽ). Di chuyển thước cho tới khi nhìn thấy ảnh của mép B trùng với dây A thì đo khoảng cách $AB = d$.

Tính bề dày của gương theo d , chiết suất n của thủy tinh và góc ló i của tia sáng đi ra từ A .

(Trích Đề thi học sinh giỏi Quốc gia, Năm học 1983-1984)

Bài giải

- Khi mắt O của người quan sát nhìn thấy ảnh B' của B trùng với điểm A thì B', A và O thẳng hàng. Gọi e là bề dày của gương.

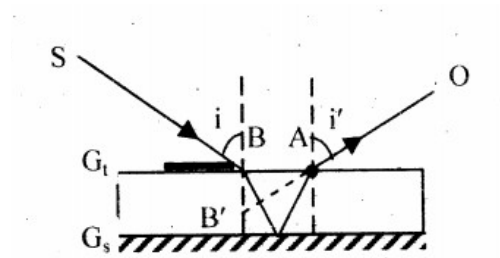
- Từ hình vẽ, tại A: $e = \frac{d}{2 \tan r}$.

Với: $\sin r = \frac{\sin i}{n}$;

$$\cos r = \sqrt{1 - \sin^2 r} = \frac{1}{n} \sqrt{n^2 - \sin^2 i}$$

$$\Rightarrow \tan r = \frac{\sin i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} \text{ và } e = \frac{d \sqrt{n^2 - \sin^2 i}}{2 \sin i}$$

Vậy: Bề dày của gương là $e = \frac{d \sqrt{n^2 - \sin^2 i}}{2 \sin i}$.



47. Một lăng kính thủy tinh, chiết suất $n = \sqrt{3}$ có tiết diện là một tam giác ABC với $A = 45^\circ, B = 112^\circ 30'$, mặt BC được mạ bạc. Một tia sáng đơn sắc SI rọi vào mặt AB tại tâm điểm I của AB (hình vẽ). Vẽ đường đi tiếp theo của tia sáng; tính góc tạo bởi tia tới SI và tia ló ra khỏi lăng kính trong hai trường hợp:

- Tia SI rọi vuông góc vào mặt AB .
- Tia SI rọi xiên một góc nhỏ với mặt AB .

Bài giải

a) Tia SI rọi vuông góc vào mặt AB

Ta có: $\sin i_{gh} = \frac{1}{n} = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0,5774$

$$\Rightarrow i_{gh} = 35^\circ 16'.$$

$$C = 180^\circ - A - B = 22^\circ 30'.$$

- Tia tới SI vuông góc với mặt AB truyền thẳng gặp mặt AC tại J với góc tới $J_1 = A = 45^\circ$.

- Vì $J_1 > i_{gh}$ nên có phản xạ toàn phần tại J với góc phản xạ $J_2 = J_1 = 45^\circ$. Suy ra tia phản xạ JK song song với AB (vuông góc với tia tới SJ).

- Tia JK gặp BC tại K với góc tới

$$K_1 = 90^\circ - C - J_3 = 90^\circ - 22^\circ 30' - 45^\circ = 22^\circ 30'$$

- Vì mặt BC tráng bạc coi như gương phẳng nên có tia phản xạ KH tại K với góc phản xạ $K_2 = K_1 = 22^\circ 30'$.

- Ta thấy $K_2 = C = 22^\circ 30'$ nên tia phản xạ KH vuông góc với mặt AC , truyền thẳng ra không khí cho tia ló HR .

- Góc tạo bởi tia tới SI và tia ló HR là: $D_1 = A = 45^\circ$ (góc có cạnh tương ứng vuông góc).

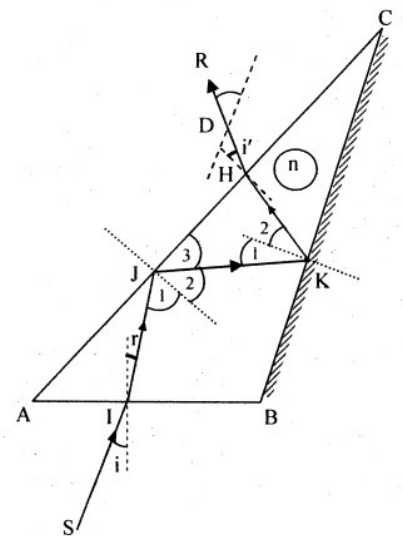
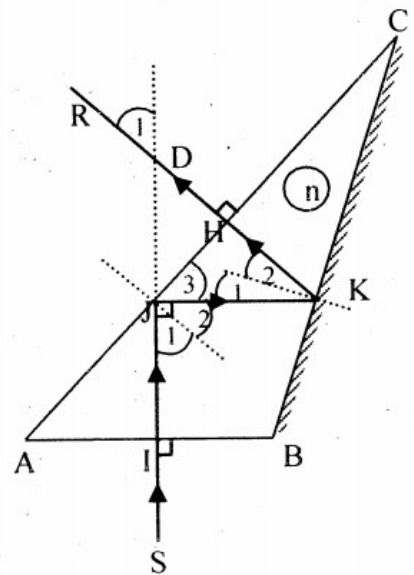
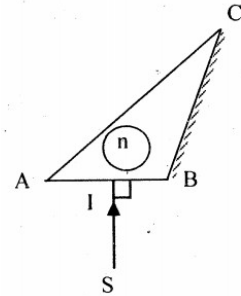
Vậy: Khi SI vuông góc với mặt AB thì góc tạo bởi tia tới SI và tia ló HR là $D_1 = 45^\circ$.

b) Tia SI rọi xiên một góc nhỏ với mặt AB

- Với góc nhỏ, tại I ta có:

$$i \approx nr \Rightarrow r \approx \frac{i}{n}.$$

- Tia khúc xạ IJ đến mặt AC với góc tới: $J_1 = 45^\circ + r$.



Tia phản xạ tương ứng JK đến mặt BC với góc tới: $K_1 = 22^\circ 30' + r$.

- Tia phản xạ KH đến mặt AC với góc tới: $H_1 = r$. Tia ló tương ứng HR với góc ló $i' = nr = i$.

Suy ra: Góc tạo bởi tia tới SI và tia ló HR là $D_2 = D_1 = 45^\circ$.

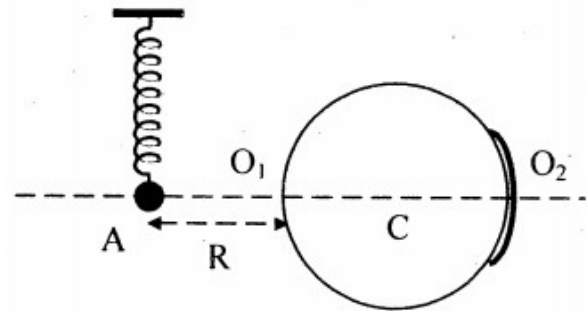
Vậy: Khi SI rơi xiên một góc nhỏ với mặt AB thì góc tạo bởi tia tới SI và tia ló HR vẫn là $D_2 = 45^\circ$.

48. Một vật sáng có khối lượng m , coi như một chất điểm, được gắn dưới một lò xo có độ cứng k và có khối lượng không đáng kể. Khi dao động, vật có vị trí cân bằng nằm trên đường thẳng kéo dài của đường kính O_1O_2 của một quả cầu bằng thủy tinh.

Quả cầu có bán kính R , chiết suất $n = 1,5$. Khoảng cách từ vị trí cân bằng của vật sáng tới O_1 là R . Mặt sau quả cầu được tráng bạc (hình vẽ). Ta chỉ xét ảnh của vật sáng tạo bởi các tia đi từ vật đến quả cầu với góc tới nhỏ. Coi chiết suất của không khí bằng 1.

a) Xác định vị trí ảnh của vật sáng khi vật ở vị trí cân bằng.

b) Khi vật sáng dao động với biên độ A (A có giá trị nhỏ) thì ảnh của vật dao động với vận tốc cực đại bằng bao nhiêu?



(Trích Đề thi chọn học sinh giỏi Quốc gia, Năm 2005)

Bài giải

a) Vị trí ảnh của vật sáng khi vật ở vị trí cân bằng

-Áp dụng công thức lưỡng chất cầu:

$$\frac{n_1}{d} + \frac{n_2}{d'} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad (1)$$

$$\text{Và } \frac{A'B'}{AB} = \frac{n_1 d'}{n_2 d} \quad (2)$$

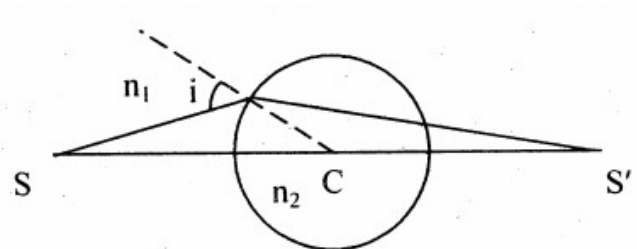
- Khi vật ở vị trí cân bằng, ta có:

Sơ đồ tạo ảnh:

$$MN \xrightarrow{o_1} M_1N_1 \xrightarrow{o_2} M_2N_2 \xrightarrow{o_1} M_3N_3$$

$$\frac{1}{R} + \frac{1,5}{d'} = \frac{1,5 - 1}{R} = \frac{1}{2R} \Rightarrow d'_1 = -3R; d_2 = 2R - d'_1 = 5R$$

Vì O_2 là gương cầu có tiêu cự $f = \frac{R}{2}$ nên ta có:



$$\frac{1}{d_2} + \frac{1}{d'_2} = \frac{1}{f} \Leftrightarrow \frac{1}{5R} + \frac{1}{d'_2} = \frac{2}{R} \Rightarrow d'_2 = \frac{5}{9}R$$

$$d_3 = 2R - d'_2 = 2R - \frac{5}{9}R = \frac{13}{9}R$$

$$\frac{1,5}{d_3} + \frac{1}{d'_3} = \frac{1 - 1,5}{-R} = \frac{1}{2R} \Rightarrow d'_3 = -\frac{13R}{7} < 0$$

Vậy: Ảnh qua hệ là ảnh ảo, cách O_2 là $\frac{13R}{7}$.

b) Tốc độ dao động cực đại của ảnh

- Khi vật sáng dịch chuyển từ $M \rightarrow N$ thì ảnh dịch chuyển từ $M_3 \rightarrow N_3$.

$$\text{Áp dụng (2) ta được: } \frac{M_1N_1}{MN} = \left| \frac{d'_1}{1,5d_1} \right|; \frac{M_2N_2}{M_1N_1} = \left| \frac{d'_2}{d_2} \right|; \frac{M_3N_3}{M_2N_2} = \left| \frac{d'_3}{d_3} \right|$$

$$\Rightarrow \frac{M_3N_3}{MN} = \left| \frac{d'_1}{d_1} \cdot \frac{d'_2}{d_2} \cdot \frac{d'_3}{d_3} \right| = \frac{3}{7} \Rightarrow M_3N_3 = \frac{3}{7}MN$$

- Gọi v là vận tốc của vật, v' là vận tốc của ảnh. Đạo hàm hai vế hệ thức trên theo t ta được:

$$v' = \frac{3}{7}v \Rightarrow v'_{\max} = \frac{3}{7}v_{\max} = \frac{3}{7}A\omega = \frac{3}{7}A\sqrt{\frac{k}{m}}$$

Vậy: Tốc độ dao động cực đại của ảnh là $v'_{\max} = \frac{3}{7}A\sqrt{\frac{k}{m}}$.

49. Một quang hệ có cấu tạo theo sơ đồ như trên hình dưới. Thấu kính (L) có tiêu cự $f = 30\text{cm}$.

a) Xác định vị trí ảnh A' khi chưa đặt (M).

b) Xác định lại vị trí ảnh A' tạo bởi quang hệ trong hai trường hợp:

- (M) được đặt vuông góc với trục chính.

- (M) được đặt nghiêng 45° so với trục chính.

Bài giải

a) Vị trí của ảnh A' khi chưa đặt M

$$\text{Ta có: } d' = \frac{df}{d - f} = \frac{40 \cdot 30}{40 - 30} = 120\text{cm} > 0$$

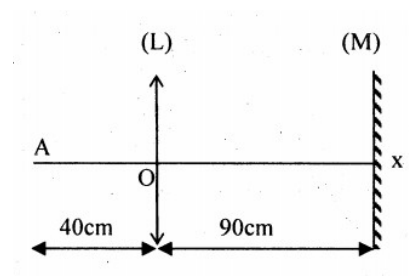
Vậy: Ảnh A' là ảnh thật, cách thấu kính (L) 120 cm.

a) Vị trí của ảnh A' khi đặt M

* Khi (M) đặt vuông góc với trục chính:

$$\text{- Sơ đồ tạo ảnh: } A \xrightarrow{\left[\begin{smallmatrix} (L) \\ d_1 \end{smallmatrix} \right]} A_1 \xrightarrow{\left[\begin{smallmatrix} (M) \\ d_2 \end{smallmatrix} \right]} A_2 \xrightarrow{\left[\begin{smallmatrix} (L) \\ d_3 \end{smallmatrix} \right]} A'$$

- Xét sự tạo ảnh liên tiếp:

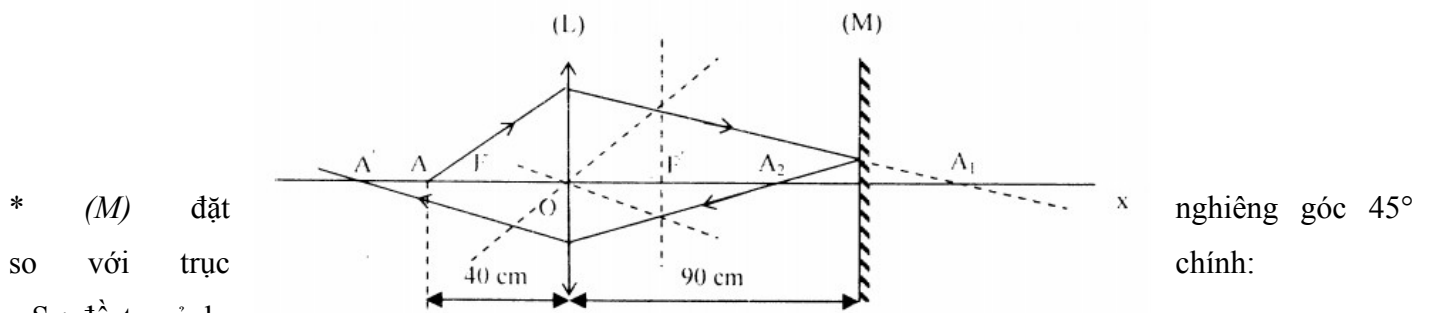


$$\text{Với } A_1 : \begin{cases} d_1 = 40 \text{ cm} \\ d_1' = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{40 \cdot 30}{40 - 30} = 120 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\text{Với } A_2 : \begin{cases} d_2 = a - d_1' = 90 - 120 = -30 \text{ cm} \\ d_2' = -d_2 = 30 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\text{Với } A' : \begin{cases} d_3 = 90 - 30 = 60 \text{ cm} \\ d_3' = \frac{d_3 f}{d_3 - f} = \frac{60 \cdot 30}{60 - 30} = 60 \text{ cm} > 0 \end{cases}$$

Vậy: Ảnh A' tạo bởi quang hệ là ảnh thật, cách thấu kính 60cm.



$$A \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_1 \\ d_1' \end{smallmatrix} \right\}]{(L)} A_1 \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_2 \\ d_2' \end{smallmatrix} \right\}]{(M)} A_2$$

(Chùm sáng sau khi phản xạ trên gương (M) không qua thấu kính nữa)

- Xét sự tạo ảnh liên tiếp:

$$\text{Với } A_1 : \begin{cases} d_1 = 40 \text{ cm} \\ d_1' = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{40 \cdot 30}{40 - 30} = 120 \text{ cm} \end{cases}$$

Gọi O' là giao điểm của gương phẳng với trục chính thấu kính, ta có:

$$O'A_1 = OA_1 - OO' = 120 - 90 = 30 \text{ cm}$$

$$A_1H = O'A_1 \cdot \sin 45^\circ = 15\sqrt{2} \text{ cm}$$

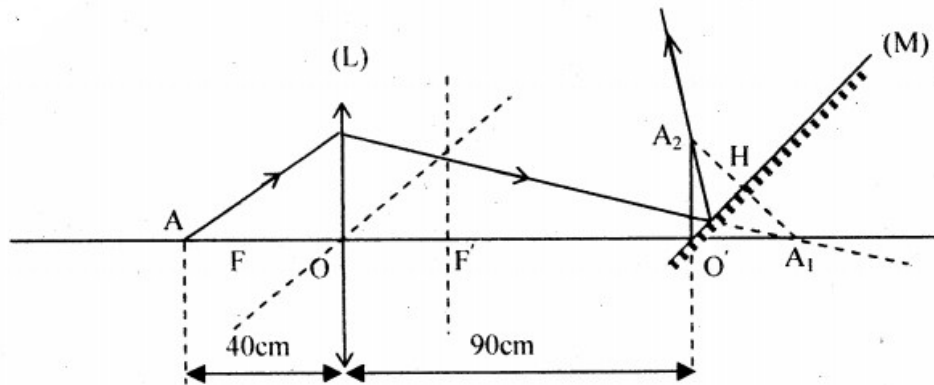
$$\text{Với } A_2 : \begin{cases} d_2 = -15\sqrt{2} \text{ cm} \\ d_2' = -d_2 = 15\sqrt{2} \text{ cm} \end{cases}$$

$\Rightarrow A_2$ cách thấu kính (L) một đoạn $O'A = L = 90 \text{ cm}$.

Vậy: Ảnh A_2 tạo bởi quang hệ là ảnh thật, cách thấu kính 90cm, cách trục chính 30cm.

50. Thấu
phẳng -
cong

suất $n = 1,5$.



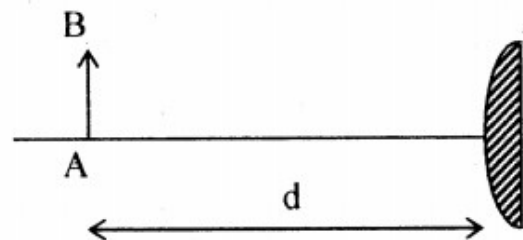
kính hội tụ
lồi có bán kính
 $R = 30cm$, chiết

a) Tính tiêu cự và độ tụ của thấu kính.

b) Vật AB đặt vuông góc với trục chính về phía mặt lồi ở vị trí cách thấu kính $d = 80cm$. Xác định ảnh A_1B_1 của AB tạo bởi thấu kính. Vẽ ảnh.

c) Tráng bạc mặt phẳng của thấu kính. Chứng minh rằng thấu kính tráng bạc như vậy tương đương với gương cầu lõm. Ứng dụng để xác định ảnh A_2B_2 của AB tạo bởi thấu kính tráng bạc như trên. Vẽ ảnh.

d) Xác định vị trí vật AB để các ảnh A_1B_1 (tạo bởi thấu kính ban đầu) và ảnh A_2B_2 (tạo bởi thấu kính tráng bạc) có vị trí trùng nhau.



Bài giải

a) Tiêu cự và độ tụ của thấu kính

$$\text{Ta có: } D = \frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{\infty} \right) = (1,5 - 1) \left(\frac{1}{0,3} + \frac{1}{\infty} \right) = 1,67 dp$$

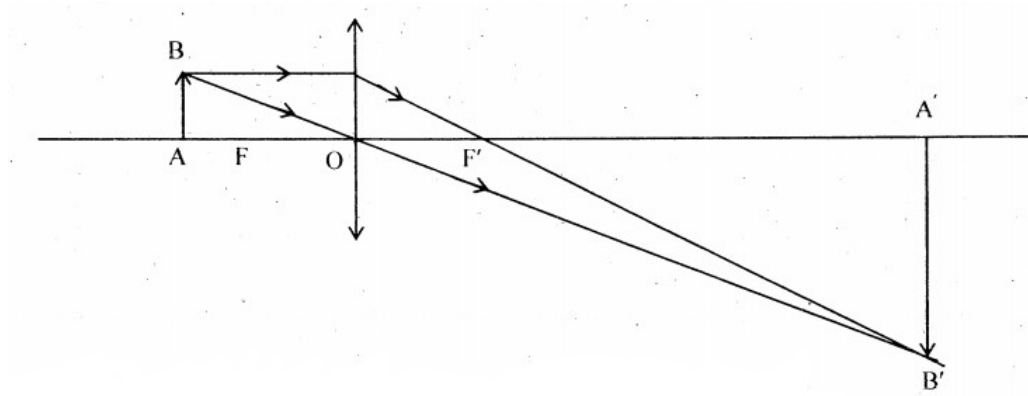
$$\text{Và } f = \frac{1}{D} = \frac{1}{1,67} = 0,6m = 60cm.$$

Vậy: Tiêu cự và độ tụ của thấu kính là 60 cm và 1,67 dp.

b) Vị trí ảnh A_1B_1 của AB qua thấu kính

$$\text{Ta có: } d' = \frac{df}{d - f} = \frac{80 \cdot 60}{80 - 60} = 240cm > 0 \text{ và } k = -\frac{d'}{d} = -\frac{240}{80} = -3$$

Vậy: Ảnh A_1B_1 của AB là ảnh thật, cách thấu kính 240 cm, ngược chiều và bằng 3 lần vật.



c) Chứng minh thấu kính tráng bạc tương đương với gương cầu

* Chứng minh thấu kính tráng bạc tương đương với gương cầu

- Có thể xem quang hệ gồm thấu kính hội tụ (L) ghép sát với gương phẳng (M).

- Với thấu kính: $\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{\infty} \right) \Rightarrow f = \frac{R}{n-1}$

- Sơ đồ tạo ảnh: $AB \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} (L) \\ d_1' \end{smallmatrix} \right\}]{d_1} A_1B_1 \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} (M) \\ d_2' \end{smallmatrix} \right\}]{d_2} A_2B_2 \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} (L) \\ d_3' \end{smallmatrix} \right\}]{d_3} A'B'$

- Xét sự tạo ảnh liên tiếp:

Với A_1B_1 : $\frac{1}{d_1'} + \frac{1}{d_1} = \frac{1}{f} = \frac{n-1}{R} \Rightarrow \frac{1}{d_1'} = \frac{n-1}{R} - \frac{1}{d_1}$

Với A_2B_2 : $\begin{cases} d_2 = -d_1' \\ d_2' = -d_2 = d_1' \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{d_2'} = \frac{1}{d_1'} = \frac{n-1}{R} - \frac{1}{d_1}$

Với $A'B'$: $\frac{1}{d_3'} + \frac{1}{d_3} = \frac{1}{f} = \frac{n-1}{R}$

Mà: $d_3 = -d_2' \Rightarrow \frac{1}{d_3} = -\frac{1}{d_2'} = -\frac{1}{d_1'} = \frac{1}{d_1} - \frac{n-1}{R} \Leftrightarrow \frac{1}{d_3'} + \frac{1}{d_1} = \frac{2(n-1)}{R}$

Đặt $\frac{1}{f'} = \frac{2(n-1)}{R}$ ta được $\frac{1}{d_3'} + \frac{1}{d_1} = \frac{1}{f'}$, $f' > 0$.

Tổng quát, với $d = d_1$; $d' = d_3'$, ta được: $\frac{1}{d'} + \frac{1}{d} = \frac{1}{f'}$.

Vậy: Thấu kính tráng bạc tương đương với một gương cầu lõm ($f' > 0$).

* Ảnh A_2B_2 qua hệ

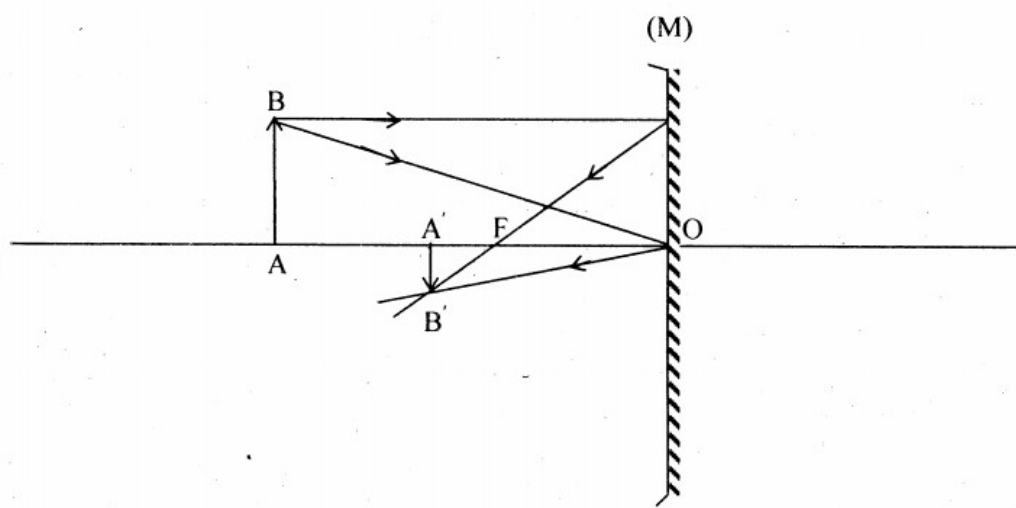
- Quang hệ tương đương (X) tạo ảnh theo sơ đồ: $AB \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} (X) \\ d' \end{smallmatrix} \right\}]{d} A'B'$

(d' có dấu đại số xác định như với $d_1 = d$)

- Giá trị của d' được xác định bởi công thức: $\frac{1}{d'} + \frac{1}{d} = \frac{1}{f'}$.

Với: $f' = \frac{R}{2(n-1)} = \frac{30}{2(1,5-1)} = 30\text{cm}$.

$$\Rightarrow d' = \frac{df'}{d-f'} = \frac{80 \cdot 30}{80-30} = 48\text{cm} > 0.$$



Vậy: Ảnh A_2B_2
qua hệ là ảnh

thật, ngược chiều, cách thấu kính 48 cm.

d) Vị trí vật AB để các ảnh A_1B_1 và ảnh A_2B_2 có vị trí trùng nhau

Gọi x là khoảng cách từ vật đến thấu kính sao cho ảnh A_1B_1 tạo bởi thấu kính ban đầu và A_2B_2 tạo bởi thấu kính tráng bạc có vị trí trùng nhau.

- Vị trí ảnh A_1B_1 của AB : $d' = \frac{df}{d-f} = \frac{60x}{x-60}$.

- Vị trí ảnh A_2B_2 của AB : $d' = \frac{df'}{d-f'} = \frac{30x}{x-30}$.

- Để hai ảnh có vị trí trùng nhau thì trong hai ảnh phải có một ảnh là thật và một ảnh là ảo, do đó:

$$\frac{60x}{x-60} = -\frac{30x}{x-30} \Leftrightarrow 60(x-30) = -30(x-60) \Rightarrow x = 40\text{cm}$$

Vậy: Để hai ảnh có vị trí trùng nhau thì phải đặt vật cách thấu kính 40 cm.

51. Một hệ quang gồm một thấu kính hội tụ mỏng có tiêu cự f và một gương phẳng được đặt sao cho trục chính của thấu kính vuông góc với gương và mặt phản xạ của gương hướng về phía thấu kính. Khoảng cách giữa thấu kính và gương là l .

a) Chứng tỏ rằng hệ quang trên tương đương với một gương cầu. Nêu cách xác định vị trí của tiêu điểm, tâm và đỉnh của gương cầu đó.

b) Khoảng cách l cần phải thỏa mãn điều kiện gì để hệ quang trên tương đương với một gương cầu lõm hoặc tương đương với một gương cầu lồi?

(Trích Đề thi chọn học sinh giỏi Quốc gia, năm 2008)

Bài giải

a) Chứng tỏ rằng hệ quang trên tương đương với một gương cầu

- Sơ đồ tạo ảnh:

$$A - \frac{TK}{d_1} \rightarrow A_1 - \frac{G}{d_2} \rightarrow A_2 - \frac{TK}{d_3} \rightarrow A_3$$

- Áp dụng các công thức thấu kính, ta được:

$$d_3 = 2l - \frac{d_1 f}{d_1 - f} \quad \text{và} \quad d_3' = f \frac{(2l - f)d_1 - 2lf}{(2l - 2f)d_1 - 2lf + f^2} \quad (1)$$

- Vị trí tiêu điểm F^* của gương cầu tương đương được xác định từ điều kiện

$$d_1 \rightarrow \infty : d_3' = f \frac{2l - f - \frac{2lf}{d_1}}{2(l - f) - \frac{2lf}{d_1} + \frac{f^2}{d_1}}$$

$$\text{Khi } d_1 \rightarrow \infty \text{ thì } d_3' = f \frac{2l - f}{2(l - f)} \quad (2)$$

- Vị trí của tâm và đỉnh gương được xác định từ điều kiện: $d_3' = d_1$ (3)

- Từ (1) ta có hai giá trị của d_1 : $d_{11} = \frac{lf}{l - f}$; $d_{12} = f$.

Hai giá trị này xác định vị trí của tâm C^* và đỉnh O^* của gương so với quang tâm của thấu kính.

(Trong đó đỉnh gương O^* của gương tương đương phải nằm sau thấu kính so với chiều truyền của ánh sáng tới hệ quang).

b) Điều kiện của khoảng cách l để hệ quang trên tương đương với một gương cầu lõm hoặc tương đương với một gương cầu lồi

- Xét dấu của d_3' ta thấy có ba trường hợp:

+ $0 < l < \frac{f}{2}$ thì $d'_3 > 0$: Tiêu điểm F^* nằm trước thấu kính, F^* là tiêu điểm thật, nên hệ là gương cầu lõm.

Trường hợp này $d_{11} < 0$ (còn d_{12} luôn luôn dương), vì thế d_{11} xác định vị trí đỉnh O^* còn d_{12} xác định vị trí tâm C^* và tiêu cự của gương là:

$$f^* = d'_3 - d_{11} = f \frac{2l - f}{2(l - f)} - \frac{lf}{l - f} = -\frac{f^2}{2(l - f)}$$

+ $\frac{f}{2} < l < f$ thì $d'_3 < 0$: Tiêu điểm F^* là ảo, nên hệ là gương cầu lồi. Trường hợp này $d_{11} < 0$ (còn d_{12} luôn

luôn dương), vì thế d_{11} xác định vị trí tâm C^* còn d_{12} xác định vị trí đỉnh O^* và tiêu cự của gương là:

$$f^* = d'_3 - d_{12} = f \frac{2l - f}{2(l - f)} - f = \frac{f^2}{2(l - f)}$$

+ $f < l$ thì $d'_3 > 0$: Tiêu điểm F^* là thật, nên hệ gương là gương cầu lõm. Trường hợp này $d_{11} < 0$ (còn d_{12} luôn luôn dương) vì thế d_{11} xác định vị trí tâm C^* còn d_{12} xác định vị trí đỉnh O^* và tiêu cự của gương là:

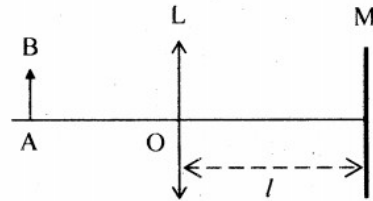
$$f^* = d'_3 - d_{12} = f \frac{2l - f}{2(l - f)} - f = \frac{f^2}{2(l - f)}$$

52. Một vật sáng nhỏ AB đặt vuông góc với trục chính của một thấu kính hội tụ L có tiêu cự $f = 30 \text{ cm}$, cho ảnh ảo cao 3 cm. Di chuyển AB một đoạn 10 cm dọc theo trục chính thì ảnh thu được vẫn là ảnh ảo và cao 6 cm.

a) Tìm khoảng cách từ AB đến thấu kính L trước khi AB dịch chuyển. Tính chiều cao của vật sáng AB .

b) Sau thấu kính L đặt thêm một gương phẳng (M) vuông góc với trục chính và cách thấu kính một khoảng

$l = 37,5 \text{ cm}$ như hình vẽ.



Tìm vị trí đặt vật để ảnh cuối cùng qua hệ là ảnh thật nằm đúng vị trí của vật.

(Trích Đề thi học sinh giỏi Đắk Lắk, năm 2011)

Bài giải

a) Khoảng cách từ AB đến thấu kính L trước khi AB dịch chuyển và chiều cao của vật sáng AB

- Trước khi AB di chuyển, ta có:

$$d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} \Rightarrow k_1 = -\frac{d'_1}{d_1} = -\frac{f}{d_1 - f} = \frac{30}{30 - d_1} \quad (1)$$

- Sau khi AB dịch chuyển, ta có:

$$k_2 = -\frac{d'_2}{d_2} = -\frac{f}{d_2 - f} = \frac{30}{30 - d_2} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: $\frac{k_1}{k_2} = \frac{30 - d_2}{30 - d_1}$ (3)

- Vì cả hai ảnh $A'B'$ và $A''B''$ đều là ảnh ảo cùng chiều nên k_1 và k_2 cùng dấu, do đó:

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{30 - d_2}{30 - d_1} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad (4)$$

Và $d_2 = d_1 + 10$ (vì $d_1 > d_2$) (5)

- Thay vào (4), ta được: $\frac{30 - (d_1 + 10)}{30 - d_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow d_1 = 10 \text{ cm}$.

- Từ (1), ta được: $k_1 = \frac{A'B'}{AB} = \frac{30}{30 - d_1} \Rightarrow AB = 2 \text{ cm}$.

Vậy: Vật AB cao 2cm và cách thấu kính 10cm trước khi dịch chuyển,

b) Vị trí đặt vật để ảnh cuối cùng qua hệ là ảnh thật nằm đúng vị trí của vật

- Sơ đồ tạo ảnh: $AB \xrightarrow{L} A_1B_1 \xrightarrow{G} A_2B_2 \xrightarrow{L} A'B'$

Ta có: $d_1' = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{30 d_1}{d_1 - 30}$; $d_2 = l - d_1' = 37,5 - \frac{30 d_1}{d_1 - 30} = \frac{7,5 d_1 - 1125}{d_1 - 30}$

$$d_2' = -d_2 = \frac{1125 - d_1}{d_1 - 30}; d_3 = l - d_2' = 37,5 - \frac{1125 - 7,5 d_1}{d_1 - 30} = \frac{45 d_1 - 2250}{d_1 - 30}$$

$$d_3' = \frac{d_3 f}{d_3 - f} = 30 \left(\frac{45 d_1 - 2250}{d_1 - 30} \right) : \left(\frac{45 d_1 - 2250}{d_1 - 30} - 30 \right) = \frac{45 d_1 - 2250}{0,5 d_1 - 45}$$

- Để ảnh cuối cùng qua hệ thống là ảnh thật nằm đúng vị trí của vật AB thì:

$$d_1 = d_3' = \frac{45 d_1 - 2250}{0,5 d_1 - 45} \Leftrightarrow d_1^2 - 180 d_1 + 4500 = 0$$

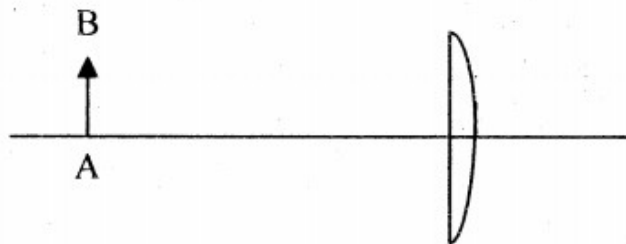
$$\Rightarrow d_{11} = 150 \text{ cm}; d_{12} = 30 \text{ cm}$$

Vậy: Phải đặt vật cách thấu kính L một khoảng $d_1 = 150 \text{ cm}$ hoặc $d_1 = 30 \text{ cm}$.

53. Cho một thấu kính mỏng phẳng - lồi có chiết suất $n = 1,5$ đặt trong không khí. Mặt cong của thấu kính là mặt bán phản xạ (dù ánh sáng chiếu vào mặt cong theo chiều nào thì một phần ánh sáng truyền qua, một phần bị phản xạ).

Vật sáng AB đặt vuông góc với trục chính và ở phía trước mặt phẳng thấu kính qua quang hệ cho hai ảnh.

Người ta thấy ảnh ở phía bên kia quang hệ so với AB thì ngược chiều với AB và cao gấp 1,5 lần AB . Ảnh này cách AB một khoảng 100 cm.



a) Xác định vị trí và tính độ phóng đại của ảnh còn lại.

b) Cố định vị trí vật, quay thấu kính 180° sao cho mặt cong quay về phía vật. Xác định vị trí các ảnh qua hệ.

Bài giải

a) Vị trí và độ phóng đại của ảnh còn lại

- Vì mặt cong bán phản xạ nên hệ tạo hai ảnh: ảnh A_1B_1 là ảnh khúc xạ qua mặt cong và ảnh A_3B_3 được tạo thành theo sơ đồ:

$$AB \xrightarrow[\left. \begin{smallmatrix} TK \\ d_1 \\ d_2 \end{smallmatrix} \right\}]{} A_1B_1 \xrightarrow[\left. \begin{smallmatrix} TK \\ d_2 \\ d_2' \end{smallmatrix} \right\}]{} A_2B_2 \xrightarrow[\left. \begin{smallmatrix} TK \\ d_3 \\ d_3' \end{smallmatrix} \right\}]{} A_3B_3$$

- Ảnh phía bên kia thấu kính, ngược chiều và cao gấp 1,5 lần vật chính là ảnh A_1B_1 . Do đó:

$$\begin{cases} k_1 = -\frac{d_1'}{d_1} = -1,5 \\ d_1 + d_1' = 100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d_1 = 40cm \\ d_1' = 60cm \end{cases}; f_{TK} = \frac{d_1 d_1'}{d_1 + d_1'} = \frac{40 \cdot 60}{40 + 60} = 24cm$$

$$\text{Mặt khác: } \frac{1}{f_{TK}} = (n-1) \frac{1}{R} \Rightarrow R = (n-1) f_{TK} = (1,5-1) \cdot 24 = 12cm.$$

$$\text{Và } f_G = \frac{R}{2} = \frac{12}{2} = 6cm$$

$$d_2 = -d_1' = -60cm; d_2' = \frac{d_2 f_G}{d_2 - f_G} = \frac{(-60) \cdot 6}{-60 - 6} = \frac{60}{11} cm$$

$$d_3 = -d_2' = -\frac{60}{11} cm; d_3' = \frac{d_3 f_{TK}}{d_3 - f_{TK}} = \frac{\left(-\frac{60}{11}\right) \cdot 24}{\left(-\frac{60}{11}\right) - 24} = \frac{40}{9} cm$$

$$\text{- Độ phóng đại của ảnh } A_3B_3 \text{ qua hệ: } k = \left(-\frac{d_1'}{d_1}\right) \left(-\frac{d_2'}{d_2}\right) \left(-\frac{d_3'}{d_3}\right).$$

$$\Leftrightarrow k = \left(-\frac{-60}{40}\right) \left(-\frac{\frac{60}{11}}{-60}\right) \left(-\frac{\frac{40}{9}}{-\frac{60}{11}}\right) = -\frac{1}{9}.$$

Vậy: Ảnh thứ hai cách thấu kính $\frac{40}{9} cm$ và có độ phóng đại $k = -\frac{1}{9}$.

b) Vị trí các ảnh qua hệ khi quay thấu kính

- Khi quay mặt cong lại, hệ tạo hai ảnh theo các sơ đồ:

$$\text{Qua gương cầu lồi } (f_G' = -6cm): AB \xrightarrow{GC} A_1'B_1'$$

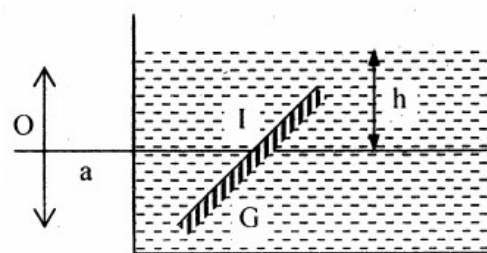
$$\Rightarrow d' = \frac{d f_G'}{d - f_G'} = \frac{40 \cdot (-6)}{40 + 6} = -\frac{120}{23} cm$$

Qua thấu kính ($f_{TK} = 24cm$): $AB \xrightarrow{TK} A_2B_2'$

$$\Rightarrow d' = \frac{df_{TK}}{d - f_{TK}} = \frac{40.24}{40 - 24} = 60cm$$

Vậy: Vị trí các ảnh qua hệ khi quay thấu kính 180° : một ảnh nằm trước và cách thấu kính $\frac{120}{23}cm$, ảnh kia nằm sau và cách thấu kính $60cm$.

54. Thấu kính hội tụ (O) tiêu cự $f = 15cm$ đặt thẳng đứng trước thành (P) của một bể thủy tinh chứa nước cách thành đó đoạn $a = 8cm$. Trục chính thấu kính song song mặt nước, ở dưới mặt nước khoảng $h = 6cm$. Vật phẳng $AB = 1,2cm$ đặt trước thấu kính cách (O) đoạn $d = 60cm$.



a) Xác định ảnh $A'B'$ của AB . Vẽ ảnh.

b) Tại I trên trục chính và cách P đoạn 6cm, đặt gương phẳng (G) sao cho mặt phản xạ hợp với trục chính góc 45° và hướng lên trên. Xác định ảnh sau cùng $A'B'$ của AB .

c) Để ảnh $A'B'$ ở đúng mặt nước, phải dịch (G) bao nhiêu, theo chiều nào? (Cho biết chiết suất của nước là $n = 4/3$, bỏ qua bề dày của thành bình).

Bài giải

a) Xác định ảnh $A'B'$ của AB , vẽ ảnh

- Sơ đồ tạo ảnh: $AB \xrightarrow{(O)} A_1B_1 \xrightarrow{(LCP)} A'B'$

- Xét quá trình tạo ảnh liên tiếp:

$$\text{Với } A_1B_1: d = 60cm; d' = \frac{df}{d - f} = \frac{60.15}{60 - 15} = 20cm.$$

Với $A'B'$: Ta có: $A_1H = OA_1 - a = 20 - 8 = 12cm$.

Theo công thức lưỡng chất phẳng; ta có:

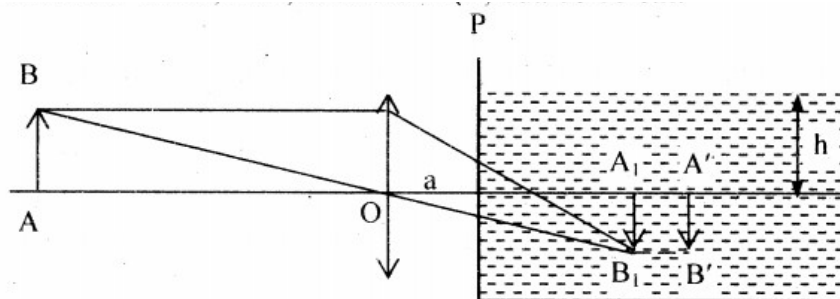
$$\frac{A'H}{A_1H} = \frac{n}{n_0} = n \quad (n_0 = 1: \text{chiết suất của không khí})$$

$$\Rightarrow A'H = nA_1H = \frac{4}{3}.12 = 6cm$$

$$\text{- Độ phóng đại của ảnh } A'B' \text{ là: } k = -\frac{d'}{d} = -\frac{20}{60} = -\frac{1}{3}.$$

$$\Rightarrow A'B' = |k|.AB = \frac{1}{3}.1,2 = 0,4cm$$

Vậy: Ảnh $A'B'$ cao $0,4cm$, cách thành (P) của bể $16cm$



b) Khi đặt gương phẳng (G) tại I: Khi đó:

- $A'B'$ là vật ảo đối với gương phẳng (G), cách điểm I trên gương một đoạn: $A'I = 16 - 6 = 10\text{cm}$

- $A'B'$ qua gương phẳng (G) cho ảnh thật $A''B''$ song song với mặt nước, cách điểm I trên gương một đoạn:

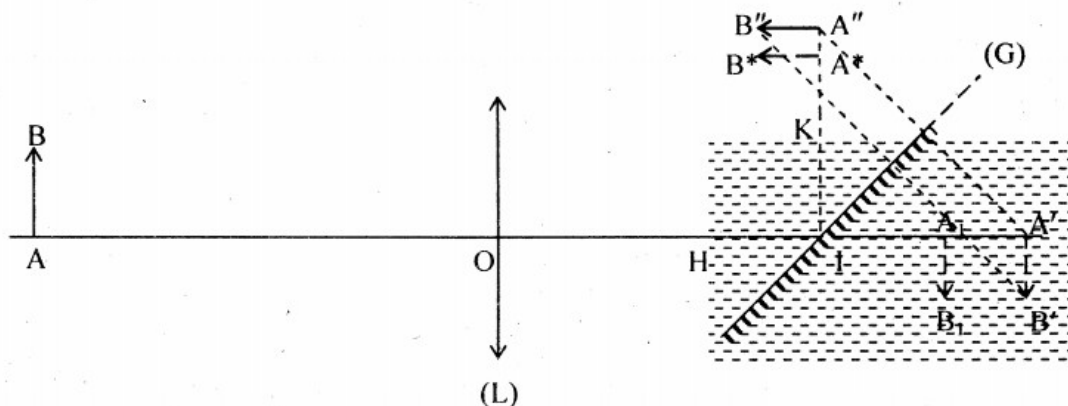
$$A''I = A'I = 10\text{cm}$$

$A''B''$ cách mặt nước một đoạn: $A''K = 10 - 6 = 4\text{cm}$

- $A''B''$ là vật ảo đối với lưỡng chất phẳng nước - không khí, qua lưỡng chất phẳng cho ảnh thật A^*B^* song

song với mặt nước, cách điểm I trên gương một đoạn: $\frac{A^*K}{A''K} = \frac{n_0}{n} = \frac{1}{n} \Rightarrow A^*K = \frac{A''K}{n} = \frac{4}{\frac{4}{3}} = 3\text{cm}$

Vậy: Ảnh cuối cùng qua hệ A^*B^* là ảnh thật, cao 0,4 cm, song song với mặt nước và cách mặt nước 3 cm.



c) Độ dịch chuyển của (G) để ảnh cuối cùng ở đúng mặt nước

Gọi I' là vị trí mới của (G) để ảnh cuối cùng ở đúng mặt nước.

- Vì ảnh A_1B_1 được tạo bởi thấu kính (O), ảnh $A'B'$ được tạo bởi lưỡng chất phẳng không khí - nước nên khi gương (G) dịch chuyển không ảnh hưởng đến các ảnh này. Do đó, ta luôn có:

$$A_1H = 12\text{cm}, A'H = 16\text{cm}; A'A_1 = 16 - 12 = 4\text{cm}$$

- Để ảnh cuối cùng ở đúng trên mặt nước thì:

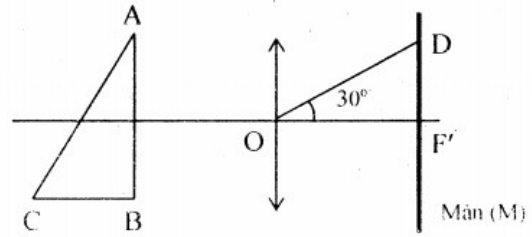
$$A^*K = 0; A''K = 0 \Rightarrow A'I' = h = 6\text{cm}.$$

Do đó: $A'I' = A''I' = 6\text{cm} \Rightarrow HI' = A'H - A'I' = 16 - 6 = 10\text{cm}$

$$\Rightarrow II' = HI' - HI = 10 - 6 = 4\text{cm}$$

Vậy: Để để ảnh cuối cùng ở đúng mặt nước thì phải dịch chuyển gương ra xa thành (P) một đoạn $II' = 4\text{cm}$.

55. Để đo chiết suất của một lăng kính bằng thủy tinh, có góc ở đỉnh là $\angle A = 30^\circ$, người ta đặt nó trước một thấu kính hội tụ sao cho mặt AB vuông góc với trục chính của thấu kính. Đặt một màn M ở tiêu diện của thấu kính.



Khi chiếu sáng mặt AC bằng ánh sáng đơn sắc và tán xạ

(có mọi phương truyền) thì thấy trên màn có hai vùng sáng, tối. Đường thẳng nối tâm thấu kính với điểm D phân chia hai vùng làm với trục chính một góc 30° . Giải thích tại sao có hai vùng sáng, tối và tính n .

(Trích Đề thi học sinh giỏi Quốc gia, năm học 1984-1985)

Bài giải

Nhận xét: Mọi tia sáng phát ra trên mặt AC sau khi qua lăng kính đều bị lệch về phía đáy.

- Tại điểm I trên mặt AC , ta có: $\frac{\sin i}{\sin r_1} = n$.

Do đó, i lớn thì r_1 càng lớn. Vì $r_1 = r_2 + \alpha$ nên r_1 càng lớn thì r_2 càng lớn.

- Khi $r_2 \geq i_{gh}$ thì có sự phản xạ toàn phần trên mặt AB nên phía trên D là tối, phía dưới D là sáng. Khi r_2 ứng với góc ló 30° là góc tới lớn nhất để có tia ló ra ngoài mặt AB . Do đó:

$$\frac{\sin r_2}{\sin 30^\circ} = \frac{1}{n} \Rightarrow \sin r_2 = \frac{1}{2n}$$

$$\text{Vì } r_1 = r_2 + 30^\circ \Leftrightarrow \sin r_1 = \sin(r_2 + 30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin r_2 + \frac{1}{2} \cos r_2.$$

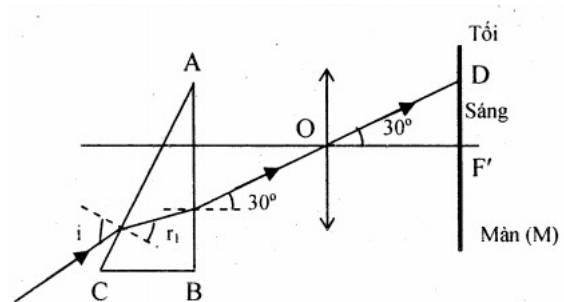
$$\text{Từ đó: } r_2 = r_{2(\max)} \Leftrightarrow r_1 = r_{1(\max)} \Leftrightarrow i = 90^\circ.$$

$$\text{Và } \sin r_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin r_2 + \frac{1}{2} \cos r_2 = \frac{\sin 90^\circ}{n} = \frac{1}{n}$$

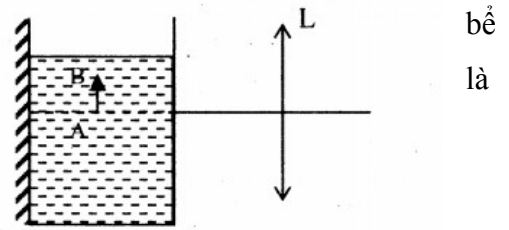
$$\Leftrightarrow \frac{1}{n} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2n} + \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{1}{4n^2}} \Leftrightarrow \frac{1}{n} = \frac{\sqrt{3}}{4n} + \frac{1}{4n} \sqrt{4n^2 - 1}$$

$$\Rightarrow n = \frac{1}{2} \sqrt{1 + (4 - \sqrt{3})^2} \approx 1,24$$

Vậy: Chiết suất của lăng kính là $n \approx 1,24$.



56. Một bể nhỏ hình hộp chữ nhật trong có chứa nước. Thành bể phía trước là một tấm thủy tinh có độ dày không đáng kể, thành phía sau là một gương phẳng, khoảng cách giữa hai thành bể này $a = 32\text{cm}$. Giữa bể có một vật phẳng AB thẳng đứng. Đặt một thấu kính hội tụ L trước bể và một màn M để thu ảnh của vật (hình vẽ).



Ta thấy có hai vị trí của màn cách nhau một khoảng $d = 2\text{cm}$ đều thu được ảnh rõ nét. Độ lớn của ảnh trên màn lần lượt là 6cm và 4,5cm. Tính tiêu cự của thấu kính, khoảng cách từ thấu kính đến thành bể trước và độ lớn của vật.

(Trích Đề thi học sinh giỏi Quốc gia, Năm học 1994-1995)

Bài giải

- Vì thành bể mỏng nên bỏ qua sự tạo ảnh của thành bể. Hai vị trí của màn ứng với hai sơ đồ tạo ảnh sau đây:

$$AB - \xrightarrow{LCP} A_1B_1 - \xrightarrow{L} A_2B_2 \quad (1) \text{ (ảnh này cao 6 cm)}$$

$$AB - \xrightarrow{G} A'_1B'_1 - \xrightarrow{LCP} A'_2B'_2 - \xrightarrow{L} A_3B_3 \quad (2) \text{ (ảnh này cao 4,5 cm)}$$

- Từ sơ đồ (1), ta có: $\frac{d_1}{d'_1} = \frac{4}{3} \Rightarrow d'_1 = \frac{3d_1}{4} = \frac{3 \cdot 16}{4} = 12\text{cm}$.

- Ảnh A_1B_1 là ảnh ảo và là vật thật cho L, qua L cho ảnh thật A_2B_2 , với:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_2} + \frac{1}{d'_1} \quad (3)$$

- Từ sơ đồ (2), ta có: $d' = -d = -16$ ($A'_1B'_1$ là ảnh ảo nằm sau G cách G 16cm và là vật thật cho lưỡng chất phẳng nước – không khí, cho ảnh ảo $A'_2B'_2$; $A'_2B'_2$ nằm cách lưỡng chất phẳng một đoạn là:

$$\frac{(32+16) \cdot 3}{4} = 36\text{cm}. A'_2B'_2 \text{ làm vật thật cho L và cho ảnh thật } A_3B_3, \text{ với:}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_3} + \frac{1}{d'_2} \quad (4)$$

$$(d'_3 = (d'_2 - 2)\text{cm}; d_3 = (d_2 + 24\text{cm}))$$

- Từ (3) và (4), ta được:

$$\frac{1}{d_2} + \frac{1}{d'_2} = \frac{1}{d_2 + 24} + \frac{1}{d'_2 - 2} \Leftrightarrow \frac{d_2(d_2 + 24)}{d'_2(d'_2 - 2)} = 12 \quad (5)$$

- Mặt khác: $k_1 = -\frac{d'_2}{d_2} = -\frac{6}{AB}$;

$$k_2 = -\frac{d'_3 - 2}{d_2 + 24} = -\frac{4,5}{AB} \Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{4}{3} \quad (6)$$

$$\text{Và } \frac{d'_2(d_2 + 24)}{d_2(d'_2 - 2)} \quad (7)$$

- Từ (5) và (7) ta có: $d_2 = 3d'_2$.

Thay vào (5), ta được: $d'_2 = 32\text{cm}; d_2 = 96\text{cm}$.

$$\Rightarrow f = \frac{d_2 d'_2}{d_2 + d'_2} = \frac{96 \cdot 32}{96 + 32} = 24\text{cm}$$

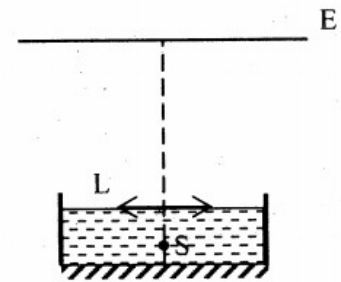
- Khoảng cách từ thấu kính tới thành bể: $x = d_2 - 12 = 96 - 12 = 84\text{cm}$.

$$\text{- Chiều cao của } AB: AB = \frac{A_2 B_2}{|k_1|} = \frac{A_2 B_2 |d_2|}{|d'_2|} = \frac{6 \cdot 96}{32} = 18\text{cm}.$$

Vậy: Tiêu cự của thấu kính là $f = 24\text{cm}$, khoảng cách từ thấu kính đến thành bể trước là $x = 84\text{cm}$ và độ lớn của vật là $AB = 18\text{cm}$.

57. Một chậu nước có đáy là một bản kim loại nhẵn bóng (coi là một gương phẳng) chứa một lớp nước có độ cao $h_0 = 32\text{cm}$, chiết suất $n = \frac{4}{3}$. Trong nước có một bóng đèn nhỏ S

nằm cách mặt thoáng một khoảng h . Trên sát mặt thoáng người ta đặt một thấu kính hội tụ L có tiêu cự $f = 12\text{cm}$, có trục chính vuông góc với mặt thoáng và đi qua S như hình vẽ. Đặt một màn E vuông góc với trục chính của thấu kính, thì thấy có hai vị trí của màn nhận được ảnh rõ nét của S , hai ảnh này cách nhau 17 cm.



a) Tìm h và các vị trí của màn E .

b) Để hai ảnh đó trùng nhau thì phải đặt bóng đèn ở đâu?

(Trích Đề thi học sinh giỏi Đắk Lắk, năm 2010)

Bài giải

a) Tìm h và các vị trí của màn E

- Sơ đồ tạo ảnh qua quang hệ (hai ảnh):

$$S \xrightarrow{\frac{LCP}{d, d'}} S_1 \xrightarrow{\frac{L}{d_2, d'_2}} S_2$$

$$S \xrightarrow{\frac{G}{d_1, d'_1}} S'_1 \xrightarrow{\frac{LCP}{d_0, d'_0}} S'_2 \xrightarrow{\frac{L}{d_3, d'_3}} S_3$$

Với ảnh 1: $d = h$.

$$\text{* Qua LCP: } \frac{d'}{d} = \frac{1}{n} \Rightarrow d' = \frac{d}{n} = \frac{3h}{4}.$$

$$\text{* Qua TK: } d_2 = d' \Rightarrow d'_2 = \frac{d_2 f}{d_2 - f} = \frac{36h}{4\left(\frac{3h}{4} - 12\right)} = \frac{36h}{3h - 48} = \frac{12h}{h - 16}.$$

Với ảnh 2: $d_1 = h_0 - d = h_0 - h = 32 - h$.

* Qua GP: $d'_1 = -d_1 = h - 32$.

* Qua LCP: $d_0 = h_0 - d'_1 = 32 - (h - 32) = 64 - h$;

$$\frac{d'_0}{d_0} = \frac{1}{n} \Rightarrow d'_0 = \frac{d_0}{n} = \frac{64 - h}{\frac{4}{3}} = \frac{192 - 3h}{4}$$

* Qua TK: $d_3 = d'_0 = \frac{192 - 3h}{4}$.

$$d'_3 = \frac{d_3 f}{d_3 - f} = \frac{\frac{192 - 3h}{4} \cdot 12}{\frac{192 - 3h}{4} - 12} = \frac{(192 - 3h)12}{144 - 3h} = \frac{(64 - h)12}{48 - h} = \frac{768 - 12h}{48 - h}$$

- Khoảng cách giữa hai vị trí của màn chính là khoảng cách giữa hai ảnh S_1 và S_2 , tức là: $S_1 S_2 = 16 \text{ cm}$.

Do đó, từ biểu thức của d'_2 và d'_3 , ta có: $d'_3 - d'_2 = l = \pm 17 \text{ cm}$ hay $\frac{768 - 12h}{48 - h} - \frac{12h}{h - 16} = l = \pm 17 \text{ cm}$

Khi $l = 17 \text{ cm}$, ta có:

$$\begin{aligned} (768 - 12h)(h - 16) - 12h(48 - h) &= 17(48 - h)(h - 16) \\ \Leftrightarrow 768h - 12h^2 - 768 \cdot 16 + 12 \cdot 16h - 12 \cdot 48h + 12h^2 &= 17(48h - h^2 - 48 \cdot 16 + 16h) \\ \Leftrightarrow 768h - 12288 - 384h &= 17(64h - h^2 - 768) \\ \Leftrightarrow 384h - 12288 &= 17(64h - h^2 - 768) \\ \Leftrightarrow 364h - 12288 &= 1088h - 17h^2 - 13056 \\ \Leftrightarrow 17h^2 - 704h + 768 &= 0 \\ \Rightarrow h &= \frac{352 \pm 332,938}{17} \Rightarrow \begin{cases} h \approx 40,29 \text{ cm} \\ h \approx 1,12 \text{ cm} \end{cases} \end{aligned}$$

(Bỏ nghiệm $h = 40 \text{ cm}$ vì $h > h_0$)

Với $h = 1,21 \text{ cm}$, ta có:

$$d'_2 = \frac{12h}{h - 16} = \frac{12 \cdot 1,21}{1,21 - 16} = \frac{14,52}{-14,79} = -0,98 < 0 \text{ (loại vì ảnh thật nên } d'_2 > 0 \text{)}$$

$\Rightarrow$ không xảy ra trường hợp $l = 17 \text{ cm}$

Khi $l = -17 \text{ cm}$, ta có:

$$(768 - 12h)(h - 16) - 12h(48 - h) = -17(48 - h)(h - 16)$$

$$\Leftrightarrow 768h - 12h^2 - 768.16 + 12.16h - 12.48h + 12h^2 = -17(48h - h^2 - 48.16 + 16h)$$

$$\Leftrightarrow 768h - 1288 - 384h = -17(64h - h^2 - 768)$$

$$\Leftrightarrow 384h - 1288 = -17(64h - h^2 - 768)$$

$$\Leftrightarrow 384h - 1288 = 17h^2 - 1088h + 13056$$

$$\Leftrightarrow 17h^2 - 1472h + 25344 = 0$$

$$\Rightarrow h = \frac{736 \pm 332,938}{17} \Rightarrow \begin{cases} h \approx 62,88cm \\ h \approx 23,71cm \end{cases}$$

(Bỏ nghiệm $h = 62,88cm, h > 32cm$)

Với $h = 23,7cm$, ta có:

$$d'_2 = \frac{12h}{h - 16} = \frac{12.23,7}{23,7 - 16} = \frac{284,4}{7,7} = 36,9cm$$

$$\text{Và } d'_3 = \frac{768 - 12h}{48 - h} = \frac{768 - 12.23,7}{48 - 23,7} = \frac{768 - 284,4}{24,3} = \frac{483,6}{24,3} = 19,9cm$$

Đó là hai vị trí của màn E .

b) Vị trí của bóng đèn để hai ảnh trùng nhau

- Để hai ảnh trùng nhau, ta phải có:

$$d'_2 = d'_3 = \frac{768 - 12h}{48 - h} = \frac{12h}{h - 16}$$

$$\Leftrightarrow (768 - 12h)(h - 16) = 12h(48 - h)$$

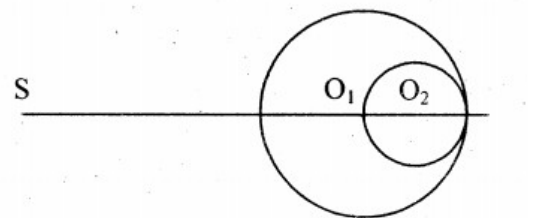
$$\Leftrightarrow 768h - 12h^2 - 768.16 + 12.16h = 12.48h - 12h^2$$

$$\Leftrightarrow 768h - 12288 + 192h = 576h$$

$$\Leftrightarrow 384h = 12288 \Rightarrow h = 32cm.$$

Vậy: Phải đặt bóng đèn ở sát đáy chậu.

58. Một khối cầu trong suốt bán kính R , chiết suất n đặt trong không khí. Bên trong khối cầu có một lỗ rỗng hình cầu chứa đầy không khí, bán kính lỗ rỗng là $r = O_1O_2 = \frac{R}{2}$ (hình vẽ).



Điểm sáng S nằm ngoài quả cầu và trên đường thẳng đi qua O_1O_2 với $SO_1 = 4R, SO_1 < SO_2$. Chỉ xét những tia sáng từ S có góc lệch

rất bé so với đường nối S với O_1, O_2 cho ảnh cuối cùng qua khối cầu là ảnh điểm. Xác định vị trí ảnh cuối cùng của S qua khối cầu đối với O_1 theo R và n .

Bài giải

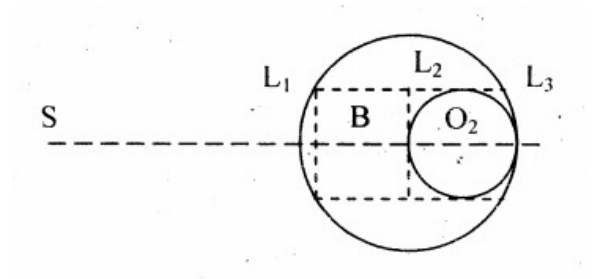
Coi khối cầu như một quang hệ gồm thấu kính mỏng L_1, L_2, L_3 và bản mặt song song B như hình vẽ.

- Tiêu cự của thấu kính L_1 , L_2 và L_3 lần lượt là f_1 , f_2 và f_3 , với:

$$\frac{1}{f_1} = (n-1)\frac{1}{R};$$

$$\frac{1}{f_2} = (n-1)\frac{2}{-R} = -\frac{2}{R}(n-1)$$

$$\frac{1}{f_3} = (n-1)\left(\frac{1}{R} - \frac{2}{R}\right)$$



- Sơ đồ tạo ảnh: $S \xrightarrow{L_1} S_1 \xrightarrow{B} S_B \xrightarrow{L_2} S_2 \xrightarrow{L_3} S_3$

Ta có: $d_1 = SO_1 - R = 4R - 4 = 3R$;

$$d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{d_1}{\frac{d_1}{f_1} - 1} = \frac{3R}{3R \frac{n-1}{R} - 1} = \frac{3R}{3n-4}$$

- Độ dời của ảnh S_1 qua bản mặt song song là: $d = R \frac{n-1}{n}$

Ta có: $d_2 = R - (d'_1 + d) = R - \left(\frac{3R}{3n-4} + R \frac{n-1}{n}\right) = -\frac{4R}{(3n-4)n}$

$$d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{4R}{3n^2 - 12n + 8}; d'_3 = R - d'_2 = \frac{3n^2 - 12n + 4}{3n^2 - 12n + 8} R$$

$$d'_3 = \frac{d_3 f_3}{d_3 - f_3} = -\frac{3n^2 - 12n + 4}{n(3n^2 - 12n + 4) + 4} R$$

$$\Rightarrow S_3 O = |d'_3 + R| = \left| -\frac{3n^2 - 12n + 4}{n(3n^2 - 12n + 4) + 4} R + R \right| = \left| \frac{3n^2 - 15n^2 + 16n}{3n^3 - 12n^2 + 4n + 4} \right| R$$

Vậy: S_3 nằm cách O_1 một đoạn $S_3 O = \left| \frac{3n^2 - 15n^2 + 16n}{3n^3 - 12n^2 + 4n + 4} \right| R$.

59. Hai thấu kính hội tụ (L_1) và (L_2) có trục chính trùng nhau, các quang tâm O_1 , O_2 cách nhau đoạn $l = 40cm$. Các tiêu cự là $f_1 = 20cm$; $f_2 = 30cm$. Vật AB đặt trên trục chính, vuông góc trục chính trong khoảng $O_1 O_2$ và cách O_1 đoạn x . Định x để cho:

a) Hai ảnh tạo bởi hai thấu kính cùng chiều.

b) Hai ảnh có cùng độ lớn.

Bài giải

- Sơ đồ tạo ảnh: $A_1' B_1' \xleftarrow[d'_1]{(L_1)} AB \xrightarrow[d'_2]{(L_2)} A_2' B_2'$

Ta có:
$$\begin{cases} d_1 = x \Rightarrow d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{x \cdot 20}{x - 20} = \frac{20x}{x - 20} \\ d_2 = 40 - x \Rightarrow d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{(40 - x) \cdot 30}{40 - x - 30} = \frac{30(40 - x)}{10 - x} \end{cases}$$

a) Định x để hai ảnh tạo bởi hai thấu kính cùng chiều

- Số phóng đại của hai ảnh:
$$\begin{cases} k_1 = -\frac{d'_1}{d_1} = \frac{20}{20 - x} \\ k_2 = -\frac{d'_2}{d_2} = \frac{30}{x - 10} \end{cases}$$

- Để hai ảnh cùng chiều thì k_1 và k_2 cùng dấu: $k_1 \cdot k_2 > 0$

Ta có: $\frac{20}{20 - x} \cdot \frac{30}{x - 10} > 0 \Leftrightarrow (x - 20)(x - 10) < 0 \Leftrightarrow 10 < x < 20 \text{ cm.}$

Vậy: để hai ảnh tạo bởi hai thấu kính cùng chiều thì $10 \text{ cm} < x < 20 \text{ cm.}$

b) Định x để hai ảnh tạo bởi hai thấu kính cùng độ lớn

- Số phóng đại của hai ảnh:
$$\begin{cases} k_1 = -\frac{d'_1}{d_1} = \frac{20}{20 - x} \\ k_2 = -\frac{d'_2}{d_2} = \frac{30}{x - 10} \end{cases}$$

- Để hai ảnh cùng độ lớn thì: $|k_1| = |k_2| \Leftrightarrow \left| \frac{20}{20 - x} \right| = \left| \frac{30}{x - 10} \right|$

$$\Leftrightarrow |2x - 20| = |60 - 3x| \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 20 = 60 - 3x \\ 2x - 20 = 3x - 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 16 \text{ cm} \\ x = 40 \text{ cm} \end{cases}$$

Vì $l = 40 \text{ cm}$ nên chỉ nhận trường hợp $x = 16 \text{ cm.}$

Vậy để hai ảnh có cùng độ lớn thì $x = 16 \text{ cm.}$

60. Có ba thấu kính (L_1), (L_2) và (L_3) có thể ghép sát để tạo thành một bản mặt song song như hình vẽ.

- Khi ghép sát (L_1) và (L_2) hệ có tiêu cự f'

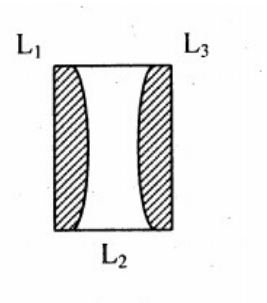
- Khi ghép sát (L_2) và (L_3) hệ có tiêu cự f''

Hãy tính theo f' và f'' các tiêu cự f_1, f_2, f_3 của ba thấu kính.

Bài giải

Ta có: Thấu kính (L_1) và (L_3) là thấu kính hội tụ, thấu kính (L_2) là thấu kính phân kì.

Khi ghép sát (L_1) và (L_2) hệ có tiêu cự: $\frac{1}{f'} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \quad (1)$



Khi ghép sát (L_2) và (L_3) hệ có tiêu cự: $\frac{1}{f''} = \frac{1}{f_2} + \frac{1}{f_3}$ (2)

- Từ (1) và (2), ta có: $\frac{1}{f'} + \frac{1}{f''} = \frac{1}{f_1} + \frac{2}{f_2} + \frac{1}{f_3}$ (3)

- Tiêu cự của thấu kính (L_1): $\frac{1}{f_1} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{\infty} \right) = \frac{n-1}{R_1}$ (4)

- Tiêu cự của thấu kính (L_3): $\frac{1}{f_3} = (n-1) \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{\infty} \right) = \frac{n-1}{R_3}$ (5)

(với quy ước: $R_1 > 0, R_3 > 0$).

- Tiêu cự của thấu kính (L_2):

$$\frac{1}{f_2} = (n-1) \left(\frac{1}{-R_1} + \frac{1}{-R_3} \right) = - (n-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} \right) \quad (6)$$

- Từ (4), (5) và (6), ta có: $\frac{1}{f_2} = - \left(\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_3} \right)$ (7)

- Từ (3) và (7), ta có: $\frac{1}{f'} + \frac{1}{f''} = \frac{1}{f_2}$ (8)

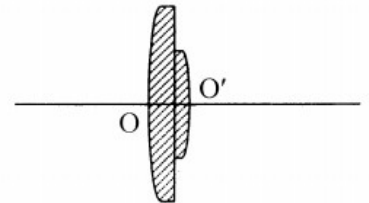
$$\Rightarrow f_2 = \frac{f f''}{f' + f''}$$

- Thay (8) vào (1), ta có: $\frac{1}{f'} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f'} + \frac{1}{f''} \Rightarrow f_1 = - f''$

- Thay (8) vào (2), ta có: $\frac{1}{f''} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{f''} + \frac{1}{f_3} \Rightarrow f_3 = - f'$

$$\text{Vậy: } f_1 = - f''; f_2 = \frac{f f''}{f' + f''}; f_3 = - f'$$

61. Hai thấu kính phẳng - lồi (O) và (O') cùng làm bằng thủy tinh, chiết suất $n = 1,5$ có tiêu cự lần lượt là f và f . Thấu kính (O') nhỏ hơn (O) và mặt phẳng của hai thấu kính được dán với nhau sao cho trục chính của chúng trùng nhau. Một vật phẳng nhỏ AB đặt trên trục chung, vuông góc với trục.



a) Tính bán kính cong R và R' của hai mặt lồi của (O) và (O').

b) Chứng minh rằng vật AB có hai ảnh. Tìm điều kiện để hai ảnh ấy là thật cả hoặc ảo cả.

c) Phải đặt vật ở cách hệ bao nhiêu để hai ảnh ấy là thật cả và ảnh nọ lớn gấp k lần ảnh kia. Biện luận.

Bài giải

a) Bán kính cong R và R' của hai mặt lồi của (O) và (O')

- Với thấu kính (O) : $\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{\infty} \right) = \frac{n-1}{R} \Rightarrow R = (n-1)f$

- Với thấu kính (O') : $\frac{1}{f'} = (n-1) \left(\frac{1}{R'} + \frac{1}{\infty} \right) = \frac{n-1}{R'} \Rightarrow R' = (n-1)f'$

Vậy: Bán kính cong R và R' của hai mặt lồi của (O) và (O') là:

$$R = (n-1)f; R' = (n-1)f'$$

b) Chứng minh vật AB có hai ảnh

- Vật AB qua hệ có hai ảnh: một ảnh tạo bởi phần giữa (phần chung của hai thấu kính), một ảnh tạo bởi phần rìa của thấu kính (O) .

- Sơ đồ tạo ảnh:

$$AB \xrightarrow{O} A_1B_1 \text{ (} O \text{ có tiêu cự } f \text{)}.$$

$$AB \xrightarrow{O, O'} A_2B_2 \text{ (} O, O' \text{ có tiêu cự } f_h : f_h < f, f' \text{)}$$

- Để hai ảnh đều thật thì: $(d > f) \cap (d > f_h) \Rightarrow d > f$.

- Vì AB là vật thật, ta suy ra

- Để hai ảnh đều ảo thì: $(0 < d < f) \cap (0 < d < f_h) \Leftrightarrow 0 < d < f_h$.

$$\text{Với } \frac{1}{f_h} = \frac{1}{f} + \frac{1}{f'} \Rightarrow f_h = \frac{ff'}{f+f'} \Rightarrow 0 < d < \frac{ff'}{f+f'}$$

Vậy: Để hai ảnh đều thật thì $d > f$ để hai ảnh đều ảo thì $0 < d < \frac{ff'}{f+f'}$.

c) Khoảng cách giữa vật và hệ để hai ảnh là thật cả và ảnh nọ lớn gấp k lần ảnh kia

- Để hai vật đều là thật cả và ảnh nọ gấp k lần ảnh kia thì: $\begin{cases} d > f \\ k_2 = kk_1 \end{cases}$

$$\text{Ta có: } k_1 = \frac{f}{f-d}; k_2 = \frac{f'}{f'-d} \Leftrightarrow \frac{f'}{f'-d} = k \cdot \frac{f}{f-d}$$

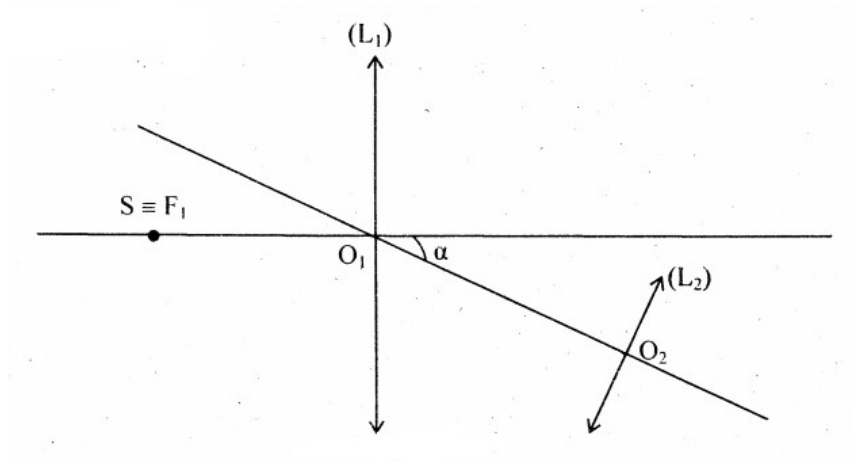
$$\Leftrightarrow (1-k)ff' = d(f'-kf) \Rightarrow d = \frac{ff'(1-k)}{f'-kf}$$

Vậy: Để hai ảnh là thật cả và ảnh nọ lớn gấp k lần ảnh kia thì $d = \frac{ff'(1-k)}{f'-kf}$

62. S là điểm sáng vật được đặt trước hệ gồm hai thấu kính hội tụ bố trí như hình vẽ. Hai thấu kính đều có cùng tiêu cự f . Cho $O_1O_2 = 2f; S \equiv F_1$.

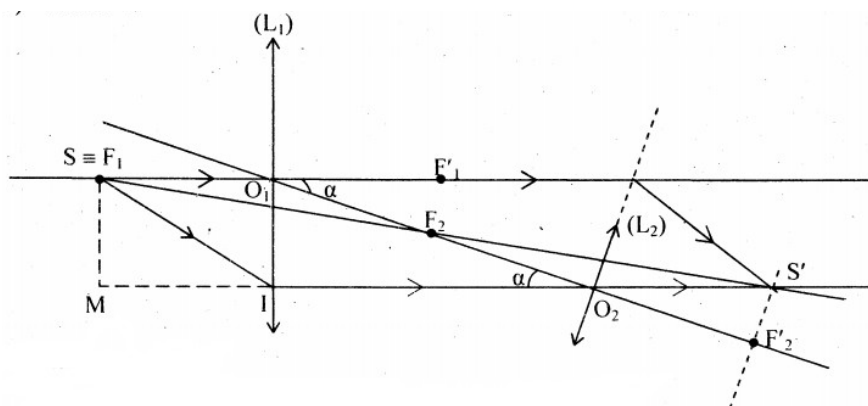
a) Vẽ ảnh S' của S cho bởi hệ.

b) Tính khoảng cách SS' .



Bài giải

a) Vẽ ảnh S'



b) Tính khoảng cách SS' .

Ta có: $SS' = \sqrt{SM^2 + MS'^2} = \sqrt{O_1I^2 + (MI + IO_2 + O_2S'^2)}$

với: $+ O_1I = O_1O_2 \sin \alpha = 2f \cdot \sin \alpha$ (tam giác vuông O_1IO_2).

$+ MI = f$

$+ IO_2 = O_1O_2 \cos \alpha = 2f \cdot \cos \alpha$ (tam giác vuông O_1IO_2).

$+ O_2S' = \frac{O_2F_2'}{\cos \alpha} = \frac{f}{\cos \alpha}$ (tam giác vuông $O_2F_2'S'$).

$$SS' = \sqrt{(2f \cdot \sin \alpha)^2 + \left(f + 2f \cdot \cos \alpha + \frac{f}{\cos \alpha} \right)^2} = f \sqrt{4 \sin^2 \alpha + \left(1 + 2 \cos \alpha + \frac{1}{\cos \alpha} \right)^2}$$

Vậy: Khoảng cách $SS' = f \sqrt{4 \sin^2 \alpha + \left(1 + 2 \cos \alpha + \frac{1}{\cos \alpha}\right)^2}$

63. Một vật phẳng nhỏ AB đặt trước một màn M song song với màn và cách màn một khoảng D . Hai thấu kính mỏng O_1, O_2 tiêu cự lần lượt là f_1, f_2 được gắn ở hai đầu một cái ống, độ dài L . Đặt ống này giữa vật và màn, ta tìm được một vị trí mà ảnh của vật rõ nét trên màn, ảnh này cùng chiều vật, và được phóng đại k lần ($k > 0$).

a) Hãy giải thích tại sao với mỗi giá trị xác định của k , vị trí này là độc nhất.

b) Tìm hệ thức giữa k và các đại lượng D, L, f_1, f_2 . Tính L trong trường hợp

$$k = 2; D = 130 \text{ cm}; f_1 = 12 \text{ cm}; f_2 = 15 \text{ cm}.$$

c) Giải thích tại sao, với giá trị của L tính trong câu b, có thể đặt thấu kính nào trước thấu kính kia cũng được. Hãy kiểm nghiệm lại, bằng cách tính khoảng cách từ vật đến thấu kính thứ nhất, trong mỗi trường hợp với các dữ kiện trong câu b.

(Trích Đề thi học sinh giỏi Quốc gia, Năm học 1995-1996)

Bài giải

a) Chứng minh với mỗi giá trị của k , vị trí của hệ thấu kính là duy nhất.

- Sơ đồ tạo ảnh: $AB \xrightarrow{O_1} A_1B_1 \xrightarrow{O_2} A_2B_2$.

$$\text{Ta có: } k = \frac{f_1 f_2}{(d_1 - f_1)(d_2 - f_2)} = \frac{f_1 f_2}{(d_1 - f_1) \left(L - \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} - f_2 \right)} \quad (1)$$

$$(d_2 = L - d_1')$$

$$\Rightarrow d_1 = \frac{f_1 [f_2 + k(L - f_2)]}{k [L - (f_1 + f_2)]} \quad (2)$$

- Mặt khác:

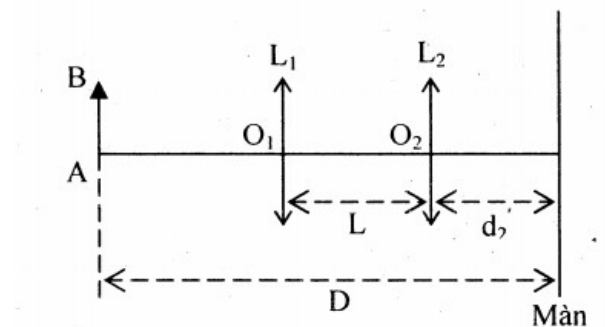
$$d_2' = \frac{d_1 f_2 (L - f_1) - L f_1 f_2}{d_1 [L - (f_1 + f_2)] - L f_1 + f_1 f_2} \quad (3)$$

$$\text{Và } k = \frac{f_1 f_2}{d_1 [L - (f_1 + f_2) - L f_1 + f_1 f_2]}$$

- Từ (2) ta thấy: Ứng với một giá trị của k ta chỉ có một giá trị của d_1 , tức là một vị trí duy nhất của hệ 2 thấu kính.

b) Hệ thức giữa k và D, L, f_1 và f_2

$$\text{- Thay (1) vào (3) ta được: } d_2' = \frac{d_1 k (L - f_1)}{f_1} - kL = D - L - d_1$$



$$\Leftrightarrow d_1 [kL - kf_1 + f_1] = f_1 [D + L(k - 1)] \quad (4)$$

- Thay d_1 vào (4) và biến đổi, ta được:

$$kL^2 - DkL + Dk(f_1 + f_2) + f_1 f_2 (k - 1)^2 = 0 \quad (5)$$

(5) là mối liên hệ giữa k , D , L và f_2 . Đó là phương trình bậc 2 theo L . Thay số vào có phương trình, ta được:

$$2L^2 - 260L + 7200 = 0 \Leftrightarrow L^2 - 130L + 3600 = 0 \Rightarrow L_1 = 90cm; L_2 = 40cm$$

c) Giải thích: Sở dĩ với hai giá trị của L đã tính ở trên ta đặt thấu kính nào cũng được là do nguyên lý thuận nghịch của chiều truyền ánh sáng. Nếu vật ở vị trí ảnh thì cho ảnh ở vị trí vật lúc đầu (vật và ảnh đổi cho nhau):

$$k_1 k_2 = 1 \text{ với } k_1 = 2 \text{ thì } k_2 = \frac{1}{2}$$

(k_1 và k_2 là ứng với hai độ phóng đại khi L_1 ở trước và khi L_2 ở trước).

- Với $k_1 = 2; L = 90cm$ và L_1 đặt trước thì:

$$d_1 = \frac{f_1 [f_2 + k(L - f_2)]}{k_1 [L - (f_1 + f_2)]} = \frac{12 [15 + 2(90 - 15)]}{2 [90 - (12 + 15)]} = 15,714cm$$

và $d_2 = 24,287cm$

- Với $k_1 = 2; L = 40cm$ và L_1 đặt trước, tương tự ta được: $d_1 = 30cm; d_2' = 60cm$.

- Với $k_2 = 0,5$ và L_2 đặt trước, lúc đó công thức tính d_1 trở thành:

$$d_1 = \frac{f_2 [f_1 + k_2(L - f_1)]}{k_2 [L - (f_1 + f_2)]} \quad (d \text{ là khoảng cách từ vật tới } L_2)$$

$$\text{Khi } L = 90cm, \text{ ta có: } d_1 = \frac{15 [12 + 0,5(90 - 12)]}{0,5 [90 - (15 + 12)]} = 24,287cm; d_2' = 15,714cm.$$

$$\text{Khi } L = 40cm, \text{ ta có: } d_1 = \frac{15 [12 + 0,5(40 - 12)]}{0,5 [40 - (15 + 12)]} = 60cm; d_2' = 30cm$$

Vậy: Với hai giá trị của L như đã tính ở câu b thì đặt L_1 trước L_2 hoặc ngược lại đều cho ta ảnh rõ nét trên màn.

64. Xét hệ quang gồm n thấu kính hội tụ mỏng, giống nhau, có tiêu cự f , được đặt đồng trục và cách đều nhau một khoảng bằng $4f$. Ta gọi k là số thứ tự của thấu kính (L_k) và O_k là quang tâm của thấu kính.

Một vật biểu diễn bằng vector $\overrightarrow{AB}$, có điểm A nằm trên quang trục $x'x$, được đặt vuông góc với quang trục, cách thấu kính thứ nhất một khoảng $2f$ ở phía ngoài hệ quang. Gọi $y = \overline{AB}$ là chiều cao của vật. Ảnh của AB sau thấu kính thứ k là $A_k B_k$ có chiều cao $y_k = \overline{A_k B_k}$

1. Xác định vị trí các điểm A_k và các giá trị y_k .

2. Một tia sáng xuất phát từ B nằm trong cùng mặt phẳng với quang trục, đi về phía hệ quang và ra xa quang trục, lập với quang trục một góc α nhỏ.

a) Sau khi qua thấu kính thứ nhất, tia sáng đó lập với quang trục một góc α bằng bao nhiêu?

b) Sau khi qua thấu kính thứ k , tia sáng đó lập với quang trục một góc α_k bằng bao nhiêu?

3. Từ kết quả câu 2 rút ra nhận xét về độ sáng của các điểm trên ảnh thu được sau hệ quang học, giả thiết vật AB có độ sáng đồng đều.

4. Hệ quang này được ứng dụng để truyền ảnh của vật trên một khoảng cách. Trước đây người ta sử dụng hệ này cùng một vài thấu kính thích hợp tạo nên một kính nội soi dùng để quan sát các chi tiết nhỏ của các bộ phận ở sâu bên trong cơ thể người. Hãy nêu một phương án chế tạo kính nội soi như vậy. Cho biểu thức tính gần đúng $\tan \alpha \approx \alpha$ nếu α nhỏ.

(Trích đề thi chọn học sinh giỏi Quốc gia, Năm 2002)

Bài giải

1. Vị trí các điểm A_k và các giá trị y_k

- Áp dụng công thức thấu kính: $\frac{1}{O_1A} + \frac{1}{O_1A_1} = \frac{1}{f}$.

- Ảnh A_1B_1 của AB qua thấu kính thứ nhất L_1 là ảnh thật nằm cách L_1 khoảng $O_1A_1 = 2f$ cũng là cách L_2 khoảng $A_1O_2 = 2f$.

- Số phóng đại ảnh là: $k = \frac{A_1B_1}{AB} = -1$ hay $y_1 = -y$.

- Tương tự, ta có A_k ở sau L_k và cách L_k một khoảng $2f$ và ở trước L_{k+1} , cách L_{k+1} một khoảng $2f$ và: $y_k = -y_{k-1}$

Vậy: $y_k = y$ nếu k chẵn và $y_k = -y$ nếu k lẻ.

2.

a) Góc mà tia sáng đó lập với quang trục sau khi qua thấu kính thứ nhất

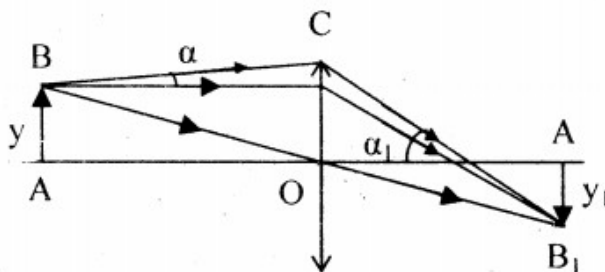
- Đặt $O_1A = d$; $O_1A_1 = d'$. Vì α và α_1 là những góc nhỏ nên:

$$\alpha \approx \tan \alpha = \frac{O_1C + y}{O_1A} = \frac{O_1C}{d} + \frac{y}{d}$$

$$\text{Và } \alpha_1 \approx \tan \alpha_1 = \frac{O_1C - y_1}{O_1A_1} = -\frac{O_1C}{d} + \frac{y_1}{d'}$$

- Quy ước góc có dấu dương nếu ảnh hướng lên trên và ngược lại (hình vẽ)

$$\text{Mặt khác, ta có: } \frac{y}{f} = -\frac{y_1}{d'}$$



Và $O_1C = y + \alpha d, d = 2f$ nên $\alpha_1 = -\alpha - \frac{y}{f}$

Vậy: Góc mà tia sáng đó lập với quang trục sau khi qua thấu kính thứ nhất là:

$$\alpha_1 = -\alpha - \frac{y}{f}$$

b) Góc mà tia sáng đó lập với quang trục sau khi qua thấu kính thứ k

- Lập luận tương tự, ta được dãy các hệ thức sau:

$$\alpha_1 = -\alpha - \frac{y}{f}; \alpha_2 = -\alpha_1 - \frac{y_1}{f} = \alpha + 2\frac{y}{f}; \alpha_3 = -\alpha_2 - \frac{y_2}{f} = -\alpha - 3\frac{y}{f} \dots$$

- Tổng quát: $\alpha_k = \alpha + k\frac{y}{f}$ nếu k là chẵn và $\alpha_k = -\left(\alpha + k\frac{y}{f}\right)$ nếu k là lẻ.

Do đó, có thể viết gộp lại như sau: $\alpha_k = (-1)^k \left(\alpha + k\frac{y}{f}\right)$.

Vậy: Góc mà tia sáng đó lập với quang trục sau khi qua thấu kính thứ k là:

$$\alpha_k = (-1)^k \left(\alpha + k\frac{y}{f}\right)$$

3. Nhận xét về độ sáng của các điểm trên ảnh thu được sau hệ quang học

Từ kết quả trên, ta thấy nếu $y \neq 0$ thì góc α_k tăng lên khi tia sáng đi qua nhiều thấu kính. Do đó, càng nhiều tia sáng bị mất vì đi ra ngoài thấu kính. Góc α tăng nhanh với y lớn, nghĩa là điểm sáng càng xa quang trục thì ảnh của nó càng yếu.

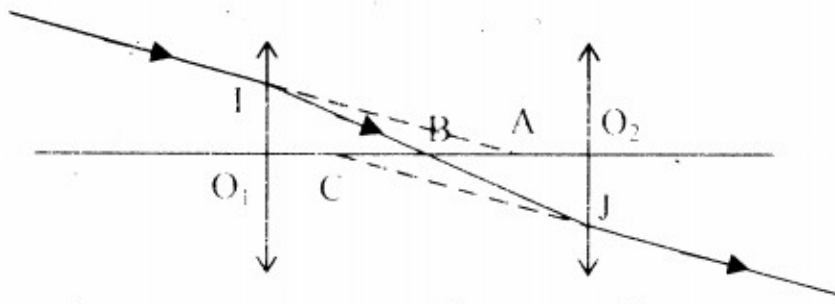
4. Phương án chế tạo kính nội soi

Đặt trước thấu kính L_1 một vật kính có tiêu cự nhỏ, sao cho ảnh thật được phóng đại của vật qua vật kính này hiện ở trước L_1 và cách L_1 khoảng $2f$. Đặt sau thấu kính L_2 một thị kính có tiêu cự lớn hơn của vật kính, được dùng như một kính lúp để quan sát ảnh thu được sau hệ quang. Như vậy, ta cần kết hợp một kính hiển vi (gồm vật kính và thị kính) với quang hệ đang xét. Dụng cụ này cho phép quan sát ảnh của các vật nhỏ với số bội giác lớn và khoảng cách từ vật tới mắt người quan sát có thể khá lớn (tùy thuộc số lượng thấu kính trong hệ và tiêu cự của chúng). Muốn cho ảnh quan sát cùng chiều với vật, cần có số lẻ thấu kính.

65. Cho hệ hai thấu kính hội tụ mỏng, tiêu cự lần lượt là f_1 và f_2 , đặt đồng trục cách nhau một khoảng a . Hãy xác định một điểm A trên trục chính của hệ sao cho mọi tia sáng qua A sau khi lần lượt khúc xạ qua hai thấu kính, thì ló ra khỏi hệ theo phương song song với tia tới.

(Trích Đề thi chọn học sinh giỏi Quốc gia, năm 2003)

Bài giải



- Xét tia sáng truyền như hình vẽ: $A \xrightarrow{O_1} B \xrightarrow{O_2} C$

- Các tam giác đồng dạng $\triangle AIO_1$ và $\triangle CJO_2$; $\triangle BIO_1$ và $\triangle BJO_2$ cho.

$$\frac{IO_1}{JO_2} = \frac{O_1B}{O_2B} = \frac{d'_1}{d_2}; \frac{IO_1}{JO_2} = \frac{O_1A}{O_2C} = \frac{d_1}{d'_2}$$

$$\Rightarrow \frac{d'_1}{d_2} = \frac{d_1}{d'_2} \Leftrightarrow \frac{d'_1}{d_1} \cdot \frac{d'_2}{d_2} = 1$$

$$\text{Và } k = \frac{d'_1}{d_1} \cdot \frac{d'_2}{d_2} = \frac{f_1 f_2}{d_1(a - f_1 - f_2) - f_1 a + f_1 f_2} = 1 \Rightarrow d_1 = \frac{f_1 a}{a - (f_1 + f_2)}$$

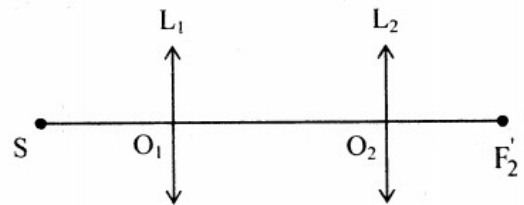
Biện luận: Bài toán có nghiệm ứng với hình vẽ khi $(f_1 + f_2) < a$:

Nếu $(f_1 + f_2) = a, d_1 = \infty$: Điểm A ở xa vô cùng.

Nếu $(f_1 + f_2) > a$

Tương tự, ta có: $\frac{d'_1}{d_1} \cdot \frac{d'_2}{d_2} = 1$ và $d_1 = \frac{f_1 a}{a - (f_1 + f_2)}, d < 0$: Điểm A là ảo ở sau O_1

66. Cho một quang hệ gồm hai thấu kính mỏng L_1 và L_2 giống nhau có cùng tiêu cự f đặt đồng trục. Trên hình a, O_1 và O_2 là quang tâm của hai thấu kính, F'_2 là tiêu điểm ảnh của thấu kính L_2 . Một điểm sáng S đặt tại tiêu điểm của thấu kính L_1 .

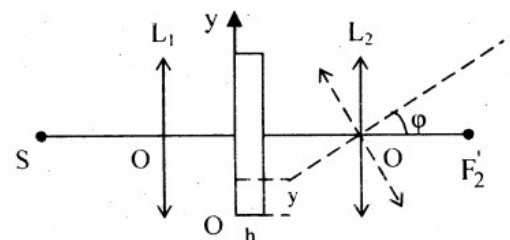


Hình a

1. Tìm khoảng cách giữa hai thấu kính sao cho khi một bản mặt song song đồng chất, chiết suất n , đặt trong vùng giữa S và

O_1 hoặc giữa O_2 và F'_2 theo phương vuông góc với quang trục thì ảnh của S qua hệ đều ở cùng một vị trí.

2. Đặt trong khoảng giữa hệ hai thấu kính L_1 và L_2 một bản mặt song song vuông góc với quang trục để tạo thành một hệ quang mới (hình b). Bản mặt song song này có bề dày h , chiết suất n thay đổi theo quy luật $n = n_0 + ky$ (n_0 và k là hằng số, $k > 0$), với



Hình b

trục Oy vuông góc với quang trục và cắt quang trục của hệ thấu kính. Bỏ qua sự thay đổi chiết suất dọc theo đường truyền của tia sáng trong bản mặt song song.

- Xác định vị trí ảnh của S qua quang hệ.
- Từ vị trí đồng trục, quay thấu kính L_2 một góc φ nhỏ, sao cho trục chính L_2 vẫn nằm trong mặt phẳng chứa Oy và O_2 . Xác định vị trí mới của ảnh.

(Trích Đề thi học sinh giỏi Quốc gia, năm 2011)

Bài giải

1. Khoảng cách giữa hai thấu kính

- Khi chưa đặt bản mặt song song, ảnh của S nằm tại F'_2

- Khi đặt bản mặt song song phía sau thấu kính, ảnh S'' của S qua quang hệ bị dịch đi một đoạn

$a = h \left(1 - \frac{1}{n} \right)$ theo đường truyền tia sáng và do đó

cách L_2 là $d'_2 = f + a$

Từ đó: $d_2 = \frac{(f+a)f}{a}$ (1)

- Khi đặt bản mặt song song phía trước thấu kính L_1

Sơ đồ tạo ảnh: $S \xrightarrow{BMSS} S \xrightarrow{L_1} S'' \xrightarrow{L_2} S'''$

Ta có: $d_1 = f - a; d'_1 = \frac{d_1 d}{d_1 - f} = -\frac{(f-1)f}{a}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $l = d_1 + d'_1 = \frac{(f+a)f}{a} - \frac{(f-a)f}{a} = 2f$.

Vậy: Khoảng cách giữa hai thấu kính lúc này là $l = 2f$.

2.

a) Vị trí ảnh của S qua quang hệ

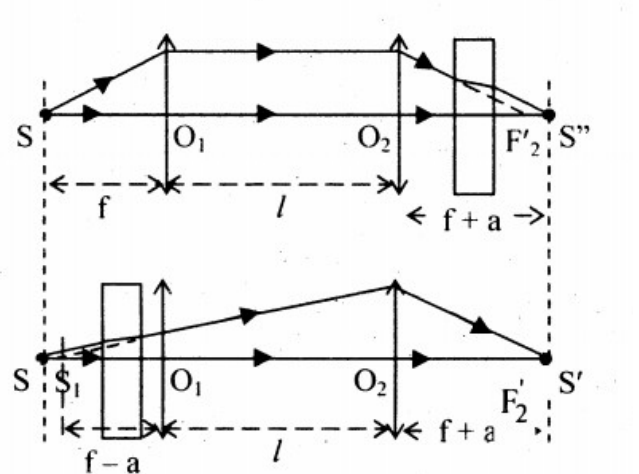
- Xét chùm tia rất hẹp, giới hạn bởi hai tia sáng song song ở độ cao y và $(y + dy)$, các tia ló ra khỏi bản mặt bị lệch góc α so với tia tới. Sự thay đổi chiết suất chỉ có thể bỏ qua nếu đường truyền của mỗi tia trong bản mặt gần như thẳng và gần như vuông góc với bản mặt.

- Quang trình của tia AC và BD là:

$$\Delta s_{AC} = h [n_0 + k(y + dy)]; \Delta s_{BD} = h(n_0 + ky) + dy \sin \alpha.$$

- Vì quang trình của hai tia giữa hai mặt đầu sóng AB và CD bằng nhau nên:

$$h [n_0 + k(y + dy)] = h(n_0 + ky) + dy \sin \alpha$$



Hình c

Suy ra: $\sin \alpha = kh$ không phụ thuộc vào y nên chùm sáng qua bản mặt là chùm song song lệch so với quang trục một góc α , vì vậy chùm tia qua thấu kính L_2 hội tụ tại điểm S'' nằm trên tiêu diện và cách tiêu điểm là:

$$S''F_2 = f \tan \alpha = \frac{k h f}{\sqrt{1 - k^2 h^2}}$$

- Từ giả thiết, có thể suy ra $kh \ll 1$, do đó: $S''F_2 \approx khf$.

Vậy: Ảnh của S qua quang hệ cách F_2 đoạn $S''F_2 \approx khf$.

b) Vị trí mới của ảnh

Điểm ảnh S'' luôn nằm tại giao điểm giữa tia sáng O_2S'' qua quang tâm và tiêu diện ảnh của thấu kính L_2 . Khi trục chính của thấu kính L_2 lệch đi góc φ , tiêu diện ảnh của L_2 cũng quay đi góc φ .

Vậy: S''' nằm trên O_2S'' và cách O_2 một đoạn $O_2S''' = \frac{f}{\cos(\varphi - \alpha)}$.

67.

a) Vật sáng AB qua thấu kính L_1 cho ảnh A_1B_1 cùng chiều và bằng nửa AB . Giữ nguyên thấu kính L_1 , dịch chuyển vật AB 18cm thì thu được ảnh A_2B_2 bằng $\frac{1}{3} AB$. Tính tiêu cự f_1 của L_1 .

b) Đặt vật AB ở vị trí qua L_1 cho ảnh bằng $\frac{1}{3} AB$, sau L_1 đặt thấu kính hội tụ L_2 có tiêu cự 20 cm, đồng trục với L_1 và lúc đầu cách L_1 18 cm. Bây giờ giữ nguyên vật AB và thấu kính L_1 , dịch chuyển thấu kính L_2 ra xa dần thấu kính L_1 thì ảnh cuối cùng cho bởi hệ thống sẽ dịch chuyển như thế nào?

(Trích Đề thi học sinh giỏi Đồng bằng Sông Cửu Long, năm 2010)

Bài giải

a) Tiêu cự f_1 của L_1

- Do ảnh A_1B_1 cùng chiều, nhỏ hơn AB nên A_1B_1 là ảnh ảo và L_1 là thấu kính phân kì. Suy ra A_2B_2 cũng là ảnh ảo và cùng chiều với AB .

$$k_1 = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \frac{-d'_1}{d_1} = \frac{-f_1}{d_1 - f_1} = +\frac{1}{2} \Rightarrow d_1 = -f_1 \quad (1)$$

$$k_2 = \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{AB}} = \frac{-d'_2}{d_2} = \frac{-f_2}{d_2 - f_2} = +\frac{1}{3} \Rightarrow d_2 = -2f_1 \quad (2)$$

Mặt khác: $d_2 - d_1 = 18\text{cm}$

- Từ (1), (2) và (3) ta được: $f_1 = -18\text{cm}$.

Vậy: Tiêu cự của thấu kính L_1 là $f_1 = -18\text{cm}$.

b) Sự dịch chuyển của ảnh cuối cùng cho bởi hệ thống

- Sơ đồ tạo ảnh: $AB \xrightarrow[d_1]{L_1} A_1B_1 \xrightarrow[d_2]{L_2} A_2B_2$

- Từ câu a, ta có: $d_1 = 36\text{cm} \Rightarrow d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{36 \cdot (-18)}{36 - (-18)} = -12\text{cm}$.

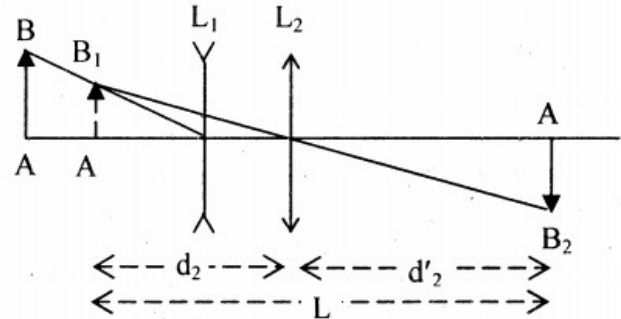
- Khi dịch chuyển L_2 , ta có: $d_2 = a - d'_1 = 18 + 12 = 30\text{cm}$.

$$\Rightarrow d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{30 \cdot 20}{30 - 20} = 60\text{cm}$$

- Khi dịch chuyển L_2 ra xa L_1 thì d_2 luôn lớn hơn f_2 nên ảnh A_2B_2 luôn là ảnh thật. Vì đối với thấu kính hội tụ, khoảng cách từ vật thật cho đến ảnh thật nhỏ nhất là $L_{\min} = 4f = 80\text{cm}$, do đó: $d = d' = 2f_2 = 2 \cdot 20 = 40\text{cm}$.

- Vì lúc đầu $d_2 = 30\text{cm}$, $L = d_2 + d'_2 = 90\text{cm}$ nên khi

dịch chuyển L_2 ra xa L_1 10cm thì ảnh A_2B_2 dịch chuyển lại gần L_1 10 cm. Nếu tiếp tục dịch chuyển L_2 ra xa nữa thì A_2B_2 sẽ dịch chuyển xa L_1 . Khi L_2 ở khá xa L_1 thì ảnh A_2B_2 ở trên tiêu diện ảnh của L_2 .



68.

a) Vật sáng AB qua thấu kính L_1 cho ảnh A_1B_1 cùng chiều và bằng $\frac{1}{3}AB$. Giữ nguyên thấu kính L_1 , dịch chuyển vật AB 9 cm thì thu được ảnh A_2B_2 bằng nửa AB . Tính tiêu cự f_1 của L_1 .

b) Đặt vật AB ở vị trí cho ảnh bằng $\frac{1}{3}AB$, sau L_1 đặt thấu kính hội tụ L_2 có tiêu cự 18 cm, đồng trục với L_1 và lúc đầu cách L_1 9 cm. Bây giờ giữ nguyên vật AB và thấu kính L_1 , dịch chuyển thấu kính L_2 ra xa dần thấu kính L_1 thì ảnh cuối cùng cho bởi hệ thống sẽ dịch chuyển định tính như thế nào?

(Trích Đề thi học sinh giỏi Đồng Nai, năm 2010)

Bài giải

a) Tiêu cự của thấu kính

- Ta có: $d = \frac{d'f}{d' - f} = \frac{f}{1 - \frac{f}{d'}} = \frac{f}{1 + \frac{f}{kd}} \quad \left(k = -\frac{d'}{d} \right)$.

$$d + \frac{f}{k} = f \Rightarrow d = f \left(1 - \frac{1}{k} \right)$$

Ở vị trí ban đầu của vật: $d_1 = f_1 \left(1 - \frac{1}{k_1} \right) = f_1 \left(1 - \frac{1}{\frac{1}{3}} \right) = -2f_1$.

Ở vị trí lúc sau của vật: $d_2 = f_1 \left(1 - \frac{1}{k_2} \right) = f_1 \left(1 - \frac{1}{\frac{1}{2}} \right) = -f_1$.

- Khoảng di chuyển của vật: $\Delta d = d_1 - d_2 = -f_1 \Rightarrow f_1 = -\Delta d = -9\text{cm}$.

Vậy: Tiêu cự của thấu kính L_1 là $f_1 = -9\text{cm}$.

b) Khảo sát sự dịch chuyển của ảnh qua hệ

- Khi vật ở vị trí ban đầu của L_2 , ta có: $d'_1 = -\frac{d_1}{3} = \frac{2}{3}f_1 = \frac{2}{3} \cdot 9 = -6\text{cm}$.

$$\Rightarrow d_2 = l - d'_1 = 9 - (-6) = 15\text{cm} < f_2$$

- Khi dịch chuyển L_2 ra xa L_1 : Ban đầu d_2 tăng dần, đến giá trị bằng f_2 , thì ảnh cuối cùng là ảnh ảo lùi ra xa thấu kính L_1 và khi khoảng cách giữa hai thấu kính bằng 12 cm thì ảnh cuối cùng ở vô cực.

- Khi khoảng cách giữa hai thấu kính lớn hơn 12 cm thì:

$$d_2 = l - d'_1 > 12 - (-6) = 18\text{cm} \Rightarrow d_2 > f_2 : \text{ảnh cuối cùng là ảnh thật.}$$

- Khoảng cách từ ảnh cuối cùng đến thấu kính L_1 :

$$\Delta l = l + d'_2 = l + \frac{(l+6)18}{l-12} = l + \frac{18^2}{l-12} + 18$$

- Lấy đạo hàm theo l ta được: $\Delta l' = 1 - \frac{18^2}{(l-12)^2}$. Ta thấy:

Khi $12\text{cm} < l < 30\text{cm}$ thì $\Delta l' < 0$, khi đó ảnh thật di chuyển về thấu kính L_1 .

Khi $l > 30\text{cm}$ thì $\Delta l' > 0$, khi đó ảnh thật di chuyển ra xa thấu kính L_1 .

69. Hai thấu kính L_1 và L_2 có tiêu cự lần lượt là $f_1 = -40\text{cm}$ và $f_2 = 20\text{cm}$ có cùng trục chính cách nhau một khoảng l . Một điểm sáng S nằm trên trục chính, nằm phía trước và cách L_1 một khoảng 40 cm như hình vẽ.

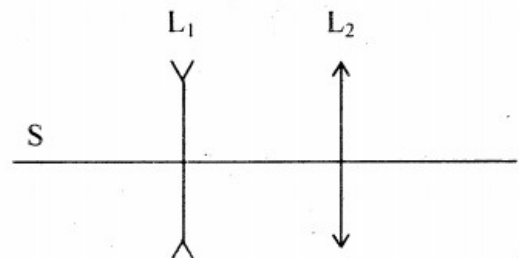
1. Biết ảnh thật S' của S cho bởi hệ thấu kính cách L_2 một khoảng bằng 30cm, tính l .

2. Trong khoảng giữa hai thấu kính người ta đặt một bản mỏng song song, vuông góc với trục chính, có độ dày 6cm và chiết suất $n = 1,5$.

a) Xác định lại vị trí ảnh của S cho bởi hệ.

b) Để ảnh của S trong trường hợp này trùng với ảnh thật S'

trong trường hợp của câu 1 thì phải dịch chuyển thấu kính L_2 đi một khoảng bằng bao nhiêu và theo chiều nào?



(Trích Đề thi học sinh giỏi Đắk Lắk, năm 2010)

Bài giải

1. Khoảng cách giữa hai thấu kính

- Sơ đồ tạo ảnh: $S \xrightarrow{L_1} S_1 \xrightarrow{L_2} S'$

Ta có: $d_1 = 40\text{cm}; d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{40 \cdot (-40)}{40 - (-40)} = -20\text{cm}$

$$d'_2 = l - d'_1 = l + 20; d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{(l + 20)20}{l + 20 - 20} = \frac{20(l + 20)}{l}$$

- Theo đề: $d'_2 = 30\text{cm} \Leftrightarrow \frac{20(l + 20)}{l} = 30\text{cm} \Rightarrow l = 40\text{cm}$.

Vậy: Khoảng cách giữa hai thấu kính là $l = 40\text{cm}$.

2. Ghép thêm bản mặt song song:

a) Xác định lại vị trí của ảnh của S

- Sơ đồ tạo ảnh: $S \xrightarrow{L_1} S_1 \xrightarrow{BMSS} S_2 \xrightarrow{L_2} S''$

Ta có: $d_1 = 40\text{cm}, d'_1 = -20\text{cm}$.

- Độ dịch chuyển của ảnh qua bản mặt song song:

$$\Delta d = e \left(1 - \frac{1}{n} \right) = 6 \left(1 - \frac{1}{1,5} \right) = 2\text{cm} \Rightarrow d''_1 = d'_1 + \Delta d = -20\text{cm} + 2 = -18\text{cm}$$

- Do đó, ảnh qua bản mặt song song cách L_1 18cm và cách L_2 là:

$$d_2 = l - d''_1 = 40 - (-18) = 58\text{cm}$$

- Ảnh cuối cùng qua hệ cách L_2 là:

$$d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{58 \cdot 20}{58 - 20} \approx 30,53\text{cm}.$$

Vậy: Trường hợp này ảnh cuối cùng qua hệ cách L_2 30,53 cm.

b) Khoảng dịch chuyển của thấu kính L_2

- Để ảnh S'' nằm đúng vị trí của S' thì nó phải cách S_2 một đoạn bằng:

$$d_2 + 30 = 58 + 30 = 88\text{cm}$$

- Do đó, phải dịch chuyển L_2 . Gọi khoảng cách mới giữa L_2 và L_1 là l' , khoảng cách giữa S_2 và L_2 là:

$$d = l' - (d'_1 + \Delta d) = l' - (-18) = l' + 18$$

- Khoảng cách giữa ảnh S'' và L_2 là: $d' = 88 - d = 88 - l' - 18 = 70 - l'$

- Từ công thức thấu kính:

$$f_2 = \frac{dd'}{d+d'} \Leftrightarrow 20 = \frac{(l'+18)(70-l')}{(l'+18)+(70-l')}$$

$$\Leftrightarrow l'^2 - 52l' + 500 = 0 \Rightarrow l' \approx 39,2 \text{ cm}, l' \approx 12,8 \text{ cm}$$

Vậy: Phải dịch L_2 về phía L_1 một khoảng cỡ 0,8 cm hoặc 27,2 cm

70. Cho hệ hai thấu kính L_1 và L_2 đặt đồng trục cách nhau $l = 30 \text{ cm}$, có tiêu cự lần lượt là $f_1 = 6 \text{ cm}$ và $f_2 = -3 \text{ cm}$. Một vật sáng $AB = 1 \text{ cm}$ đặt vuông góc với trục chính, cách thấu kính L_1 một khoảng d_1 , cho ảnh $A'B'$ tạo bởi hệ.

a) Cho $d_1 = 15 \text{ cm}$. Xác định vị trí, tính chất và chiều cao của ảnh $A'B'$.

b) Xác định d_1 để khi hoán vị hai thấu kính, vị trí của ảnh $A'B'$ không đổi.

(Trích Đề thi học sinh giỏi Thừa Thiên - Huế, năm 2010)

Bài giải

a) Vị trí, tính chất và chiều cao của ảnh $A'B'$

$$\text{Ta có: } d_1' = \frac{6d_1}{d_1 - 6}; d_2 = \frac{24d_1 - 180}{d_1 - 6}; d_2' = \frac{60 - 8d_1}{3d_1 - 22} \quad (1)$$

- Khi $d_1 = 15 \text{ cm}$ thì $d_2' = -2,6 \text{ cm} < 0$: $A'B'$ là ảnh ảo cách L_2 một khoảng 2,6 cm.

- Độ phóng đại: $k = \frac{f_1}{f_1 - d_1} \cdot \frac{f_2 - d_2'}{f_2} = -\frac{2}{23} < 0$: Ảnh $A'B'$ ngược chiều với AB , có độ lớn là $A'B' = \frac{2}{23} (\text{cm})$.

b) Xác định d_1 để khi hoán vị hai thấu kính, vị trí của ảnh $A'B'$ không đổi

- Khi hoán vị hai thấu kính, ta có: $d_1' = \frac{d_1 f_2}{d_1 - f_2} = \frac{-3d_1}{d_1 + 3}$.

$$d_2 = l - d_1' = 30 - \frac{-3d_1}{d_1 + 3} = \frac{33d_1 + 90}{d_1 + 3}$$

$$\Rightarrow d_2' = \frac{d_2 f_1}{d_2 - f_1} = \frac{2(11d_1 + 30)}{3d_1 + 8} \quad (2)$$

- Từ (1) và (2), ta có: $\frac{60 - 8d_1}{3d_1 - 22} = \frac{2(11d_1 + 30)}{3d_1 + 8} \Leftrightarrow 3d_1^2 - 14d_1 - 60 = 0$

$$\rightarrow d_1 = 7,37.$$

Vậy: Phải đặt vật AB cách thấu kính gần nó nhất một khoảng là 7,37 cm.