**PHIẾU HỌC TẬP TOÁN 9 TUẦN 19 + 20**

**Hình học 9: §7 + 8: Vị trí tương đối của hai đường tròn**

**DẠNG I. XÁC ĐỊNH VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG TRÒN**

**Bài 1.** Cho (O; OA) và đường tròn đường kính OA

1. Xác định vị trí tương đối của đường tròn (O) và đường tròn đường kính OA
2. Dây AD của đường tròn (O) cắt đường tròn đường kính OA tại C.

Chứng minh AC = CD

**Bài 2.** Cho hai đường tròn (O; R) và (O’; R’) có OO’ = d. Hãy xác định vị trí tương đối của hai đường tròn theo bảng sau:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| R | R’ | d | Vị trí tương đối |
| 5cm | 3cm | 7 cm |  |
| 11 cm | 4 cm | 3 cm |  |
| 9 cm | 6 cm | 15 cm |  |
| 7 cm | 2 cm | 10 cm |  |
| 7 cm | 3 cm | 4 cm |  |
| 6 cm | 2 cm | 7 cm |  |

**Bài 3.** Điền giá trị thích hợp vào trong bảng sau:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| R | R’ | d | Vị trí tương đối |
| 8 cm | 2 cm |  | Tiếp xúc trong |
| 7 cm | 3 cm |  | Cắt nhau |
|  | 5 cm | 11 cm | Tiếp xúc ngoài |
| 12 cm |  | 6 cm | Đựng nhau |

**DẠNG II. BÀI TOÁN VỚI HAI ĐƯỜNG TRÒN TIẾP XÚC NHAU**

**Bài 1.** Cho (O) và (O’) tiếp xúc ngoài tại A. Qua A kẻ một cát tuyến bất kì cắt (O) tại B và cắt (O’) tại C. Chứng minh rằng: OB // O’C

**Bài 2.** Cho (O; 9cm) tiếp xúc với (O’; 4cm) tại A. Kẻ tiếp tuyến chung ngoài BC ( và ). Chứng minh rằng:

1. OO’ tiếp xúc với đường tròn đường kính BC
2. BC tiếp xúc với đường tròn đường kính OO’
3. Tính độ dài BC

**Bài 3.** Cho (O; 3cm) tiếp xúc ngoài với (O’; 1cm) tại A. Vẽ hai bán kính OB và O’C song song với nhau cùng thuộc một nửa mặt phẳng bờ OO’.

1. Tính số đo 
2. Gọi I là giao điểm của BC và OO’. Tính độ dài OI

**Bài 4.** Cho hai đường tròn (O) và (O’) tiếp xúc ngoài tại A. Kẻ tiếp tuyến chung ngoài MN . Gọi P là điểm đối xứng với M qua OO’, Q là điểm đối xứng với N qua OO’. Chứng minh rằng:

1. MNQP là hình thang cân
2. PQ là tiếp tuyến chung của hai đường tròn
3. MN + PQ = MP + NQ

**Bài 5.** Cho (O; R) tiếp xúc ngoài với (O’; r) tại A. Kẻ tiếp tuyến chung ngoài BC 

1. Tính 
2. Tính độ dài BC
3. Gọi D là giao điểm của BA và (O’). Chứng minh C, O’, D thẳng hàng

**Bài 6.** Cho  và  tiếp xúc ngoài tại A . Đường nối tâm  cắt (O1) tại B và cắt (O2) tại C. Dây DE của đường tròn (O1) vuông góc với BC tại trung điểm K của BC

1. Chứng minh tứ giác BDCE là hình thoi
2. Gọi K là giao điểm của CE và (O2). Chứng minh D, A, I thẳng hàng
3. Chứng minh KI là tiếp tuyến của (O2).

**DẠNG III. BÀI TOÁN VỚI HAI ĐƯỜNG TRÒN CẮT NHAU**

**Bài 1.** Cho (O1) và (O2) cắt nhau tại A và B. Kẻ các đường kính AC của (O1) và AD của (O2). Chứng minh rằng:

1. Ba điểm C, B, D thẳng hàng
2. CD = 2. O1O2

**Bài 2.** Cho hai đường tròn (O1; 20 cm) và (O2; 15 cm) acwts nhau tại A và B. Tính độ dài đoạn nối tâm O1O2, biết rằng: AB = 24cm (Xét hai trường hợp O1 và O2 nằm khác phía; nằm cùng phía so với AB)

**Bài 3.** Cho hai đường tròn (O1) và (O2) cắt nhau tại A và B. Gọi I là trung điểm của O1O2. Qua A vẽ đường thẳng vuông góc với IA, cắt (O1) tại C và cắt (O2) tại D (khác A). Chứng minh rằng CA = AD

**Bài 4.** Cho hai đường tròn đồng tâm O. Một đường tròn (O’) cắt một đường tròn (O) tại A, B và cắt đường tròn (O) còn lại tại C, D. Chứng minh rằng AB // CD

**Bài 5.** Cho hai đường tròn (O) và (O’) cắt nhau tại H và K. Đường thẳng OH cắt (O) tại A và (O’) tại B. Đường thẳng O’H cắt (O) tại C và cắt (O’) tại D. Chứng minh ba đường thẳng AC, BD và HK đồng quy.

*- Hết –*

**PHẦN HƯỚNG DẪN GIẢI**

**DẠNG 1: XÁC ĐỊNH VÍ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG TRÒN**

**Bài 1.**



a. Gọi *I* là tâm đường tròn đường kính *OA*.

Ta có: 

Nên đường tròn (O) và đường tròn đường kính

 *OA* tiếp xúc trong tại *A*.

b. Gọi *AB* là đường kính của đường tròn *O*

Ta có:

 nội tiếp đường tròn đường kính *OA* nên

 (1)

 nội tiếp đường tròn đường kính *AB* nên

 (2)

Từ (1) và (2) suy ra *BD // OC*

Xét có: *O* là trung điểm của *AB* và *OC // BD* nên *OC* là đường trung bình của 

Do đó *C* là trung điểm của *OD* hay *OC = CD* (đpcm)

**Bài 2.**

Cho hai đường tròn (*O, R*) và (*O’, R’*) có *OO’* = *d.* Ta có bảng:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *R* | *R’* | *d* | Vị trí tương đối |
| 5 *cm* | 3 *cm* | 7 *cm* | Cắt nhau |
| 11 *cm* | 4 *cm* | 3 *cm* | (O) đựng (O’) |
| 9 *cm* | 2 *cm* | 10 *cm* | Cắt nhau |
| 7 *cm* | 3 *cm* | 4 *cm* | Tiếp xúc trong |
| 7 *cm* | 2 *cm* | 7 *cm* | Cắt nhau |

**Bài 3.**

Điền giá trị thích hợp vào bảng sau:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *R* | *R’* | *d* | Vị trí tương đối |
| 8 *cm* | 2 *cm* | 6 *cm* | Tiếp xúc trong |
| 7 *cm* | 3 *cm* | 6 *cm* | Cắt nhau |
| 6 *cm* | 5 *cm* | 11 *cm* | Tiếp xúc ngoài |
| 12 *cm* | 5 *cm* | 6 *cm* | Đựng nhau |

**DẠNG II: BÀI TOÁN HAI ĐƯỜNG TRÒN TIẾP XÚC NHAU**

**Bài 1.**



Ta có:  (hai góc đối đỉnh)

Mặt khác:  cân tại O ( vì OA = OB)

nên 

Tương tự:  cân tại O’ (vì O’A = O’C)

nên 

Suy ra:  (là hai góc so-le trong)

nên *OB // O’C* (đpcm)

**Bài 2.**



a) Qua *A* dựng tiếp tuyến chung *d* của hai đường tròn

(O) và (O’) cắt *BC* tại *M*

Theo tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau thì



*M* là tâm đường tròn đường kính *BC* và

 *MA* là bán kính (1)

Mặt khác d là tiếp tuyến chung của hai đường tròn

 (O) và (O’) nên  hay  (2)

Từ (1) và (2) suy ra *OO’* là tiếp tuyến của đường tròn đường kính *BC*

b) Gọi *I* là trung điểm của *OO’*



 *I* là tâm đường tròn đường kính *OO’*

Ta có có *MO* và *MO’* là 2 tia phân giác của

hai góc kề bù  và 

 *M* thuộc đường tròn đường kính *OO’*

 nên IM là bán kính đường tròn đường kính *OO’*

Vì *OB // O’C* (cùng vuông góc với BC) nên

tứ giác *OBCO’* là hình thang

Do đó *IM* là đường trung bình của hình thang *OBCO’*

*IM // OB*  

Suy ra *BC* là tiếp tuyến của đường tròn đường kính *OO’* (đpcm)

c) Theo trên ta có

hay  vuông tại *M* có đường cao *MA*

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có:

 

Lại có: *BC* = 2*MB* = 2*MA* = 12cm

Vậy *BC* = 12cm

**Bài 3.**

a) Vì *OB // O’C*

nên  (hai góc ở vị trí đồng vị)



Mặt khác cân tại O

 và  cân tại O’

nên  và 

Do đó



 

Vậy 

b) Xét  có *O’C // OB*, theo định lí Ta-lét ta có:





Vậy *OI* = 6cm

**Bài 4.**

a) Vì *M, P* đối xứng qua *OO’*

nên *OO’* là đường trung trực của *MP*

Suy ra *OM = OP*, khi đó *P* thuộc (O) và  (1)

Tương tự ta cũng có: *Q* thuộc (O’) và  (2)

Từ (1) và (2) suy ra *MP // NQ*

Do đó tứ giác *MNPQ* là hình thang

Vì *OO’* là đường trung trực của *MP* và *NQ*

nên *OO’* đi qua trung điểm hai đáy của hình thang

*MNQP* nên *OO’* đồng thời cũng là trục đối xứng

của hình thang *MNQP* nên *MNQP* là hình thang cân.

b)  cân tại *O* (OM = OP) nên 

Lại có *MNQP* là hình thang cân nên 

Vì *MN* là tiếp tuyến chung của hai đường tròn (O) và (O’) nên  hay 



Suy ra  nên  mà *P* thuộc (O) nên *PQ* là tiếp tuyến của đường tròn (O)

Chứng minh tương tự ta có *PQ* là tiếp tuyến của đường tròn (O’)

Vậy *PQ* là tiếp tuyến chung của (O) và (O’)

c) Qua A dựng tiếp tuyến chung của (O) và (O’) cắt MN, PQ lần lượt lại H, K

Theo tính chất giao điểm của tiếp tuyến ta có: HM = HA = HN và KP = KA = KQ

Nên H, K lần lượt là trung điểm của MN và PQ suy ra HK là đường trung bình của hình thang MNQP


Lại có: *MN + QP = 2 (HM + KP) = 2.(HA + KA) = 2.HK*

Do đó: *MN + PQ = MP + NQ* (đpcm)

**Bài 5.**

a) Tự chứng minh (Chứng minh tương tự *bài tập 3*)

b) Qua *A* dựng tiếp tuyến chung của (O) và (O’) cắt *BC* tại *M* *MB = MA = MC*

hay *M* là trung điểm của *BC*

Lại có *MO* và *MO’* là 2 tia phân giác của hai góc kề bù  và 





 vuông tại *M* có *MA* là đường cao

 nên theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có:

 

*BC* = 2.*MA* = 2

Vậy *BC = 2*

c) Ta có: *O’C // OB* (Cùng vuông góc với *BC*) (1)

 (Vì  cân tại O)

và  (Vì  cân tại O’)

Lại có:  (hai góc đối đỉnh) nên 

Suy ra *O’D // OB* (2)

Từ (1) và (2) suy ra C, O’, D thẳng hàng

**Bài 6.**



a)  cân tại *O* (*OD = OE*) có 

nên *K* là trung điểm của *DE*

Tứ giác *BDCE* có giao điểm *K* của hai đường chéo là

trung điểm của mỗi đường nên *BDCE* là hình bình hành.

Lại có:  nên *BDCE* là hình thoi

b)

nội tiếp đường tròn bán kính *AB*

 nên 

nội tiếp đường tròn bán kính *AC*

nên 

Tứ giác *BDCE* là hình thoi nên BD // CE 

 D, A, I thẳng hàng

c) Để chứng minh *KI* là tiếp tuyến của (O2) ta chứng minh 

vuông tại *I* có *IK* là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền nên *IK = KD = KE*

Do đó:  (1)

Mặt khác  cân tại O2 (O2A = O2I) nên  (2)

Từ (1) và (2) suy ra: 

  (đpcm)

Vậy *KI* là tiếp tuyến của đường tròn (O2)

**DẠNG III: BÀI TOÁN VỚI HAI ĐƯỜNG TRÒN CẮT NHAU**

**Bài 1.**

a)  là tam giác nội tiếp



đường tròn đường kính AC nên 

 là tam giác nội tiếp

đường tròn đường kính AD nên 

Suy ra ba điểm *C, B, D* thẳng hàng.

b) Xét : *O*1, *O*2 lần lượt là trung điểm của *AC*, *AD*

Suy ra *O*1*O*2 là đường trung bình của 



Vậy 



*Hình a*

**Bài 2.**

*Trường hợp 1:* (Hình a) *O*1 và *O*2 nằm khác phía bờ là *AB*

Áp dụng định lí Pitago với vuông tại *B* ta có:





Áp dụng định lí Pitago với vuông tại *B* ta có:





Theo bài tập 1 thì



*Trường hợp 2:* (Hình b) *O*1 và *O*2 nằm cùng phía bờ là *AB*



*Hình b*

Tương tự trường hợp 1 ta có

 và . Khi đó



**Bài 3**



Dựng  tại M,  tại *N*

 cần tại *O*1 có *M* là chân đường cao

 hạ từ đỉnh *O*1 nên *MA = MC* *AC =* 2*.AM*

 cân tại *O*2 có *N* là chân đường cao

 hạ từ đỉnh *O*2 nên *NA = ND* *AD* = 2.*AN*

Mà *O1M // O2N* (cùng vuông góc với CD)

nên tứ giác *O1MNO2* là hình thang

Mặt khác *IA // O1M // O2N* và *I* là trung điểm của *O1O2*

Do đó *IA* là đường trung bình của hình thang *O1MNO2*

Suy ra *A* là trung điểm của *MN*  *AM = AN*

2.*AM* = 2. *AN* hay *AC* = *AD* (đpcm)



**Bài 4.**

Ta có đường tròn (O’) cắt (*O*,*OA*) tại *A* và *B*

nên theo tính chất đường nối tâm thì  (1)

Tương tự: đường tròn (O’) cắt (*O,* *OC*) tại *C* và *D*

nên  (2)

Từ (1) và (2) suy ra *AB // CD* (đpcm)

**Bài 5.**

và nội tiếp đường tròn đường kính *AH* nên 



và nội tiếp đường tròn đường kính *DH* nên 



Do đó  và  suy ra *A, K, D* thẳng hàng

Xét tam giác *ADH* có AC, BD, HK là ba đường cao của nên chúng đồng quy

Vậy AC, BD, HK đồng quy ***( Phần HDG bởi thầy Nguyễn Sơn - Vĩnh Tường)***