



Chương

Bài 2.

HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG



Luyện tập

A. Câu hỏi - Trả lời trắc nghiệm

» Câu 1. Chọn khẳng định đúng

- A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
- B. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì song song.
- C. Hai đường thẳng không cùng nằm trên một mặt phẳng thì chéo nhau.
- D. Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.

👉 **Lời giải**

Chọn C

Do theo định nghĩa, hai đường thẳng không cùng nằm trên một mặt phẳng thì chéo nhau.

» Câu 2. Cho hình tứ diện $ABCD$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. AB và CD cắt nhau.
- B. AB và CD chéo nhau.
- C. AB và CD song song.
- D. Tồn tại một mặt phẳng chứa AB và CD .

👉 **Lời giải**

Chọn B

Do $ABCD$ là hình tứ diện nên bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng $\Rightarrow AB$ và CD chéo nhau.

» Câu 3. Chọn khẳng định sai

- A. Hai đường chéo nhau thì không có điểm chung.
- B. Hai đường thẳng không có điểm chung thì không chéo.
- C. Hai đường thẳng chéo nhau thì không cùng nằm trên bất kì mặt nào.
- D. Hai đường thẳng có từ 2 điểm chung thì trùng nhau.

👉 **Lời giải**

Chọn B

Do 2 đường thẳng không có điểm chung có thể song song hoặc chéo nhau.

» Câu 4. Cho ba mặt phẳng phân biệt cắt nhau từng đôi một theo ba giao tuyến

d_1, d_2, d_3 , biết d_1 song song với d_2 . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. d_1, d_3 chéo nhau.
- B. d_1, d_3 cắt nhau.
- C. d_1, d_3 song song với nhau.
- D. d_1, d_3 trùng nhau.

👉 **Lời giải**

Chọn C

Ba mặt phẳng cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến đó hoặc đôi một song song hoặc đồng quy. Mà d_1 song song với d_2 nên d_1, d_3 song song với nhau.



- » **Câu 5.** Cho hai đường thẳng a, b chéo nhau. Một đường thẳng c song song với a . Khẳng định nào sau đây đúng?
- A.** b và c song song. **B.** b và c chéo nhau hoặc cắt nhau.
C. b và c cắt nhau. **D.** b và c chéo nhau.

👉 **Lời giải**

Chọn B

Cho hai đường thẳng a, b chéo nhau. Một đường thẳng c song song với a . Khi $SABCD$ và SC cùng nằm trong một mặt phẳng thì chúng cắt nhau. Còn IO và SA không cùng nằm trong một mặt phẳng thì chúng chéo nhau.

- » **Câu 6.** Cho hai đường thẳng phân biệt không có điểm chung cùng nằm trong một mặt phẳng thì hai đường thẳng đó
- A.** song song. **B.** chéo nhau. **C.** cắt nhau. **D.** trùng nhau.

👉 **Lời giải**

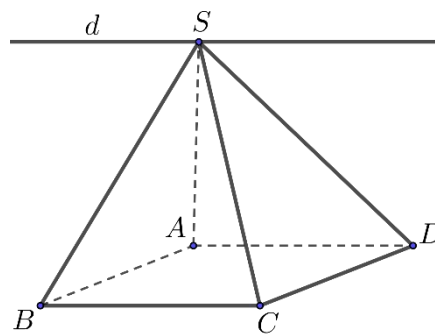
Chọn A

- » **Câu 7.** Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của mặt phẳng (SAD) và (SBC) . Tìm mệnh đề đúng

- A.** d qua S và song song với BC **B.** d qua S và song song với AB
C. d qua S và song song với DC **D.** d qua S và song song với BD

👉 **Lời giải**

Chọn A



$$\begin{cases} S \in (SAD) \cap (SBC) \\ AD \parallel BC \\ AD \subset (SAD); BC \subset (SBC) \end{cases}$$

Ta có:

$$\Rightarrow (SAD) \cap (SBC) = Sx \parallel AD \parallel BC$$

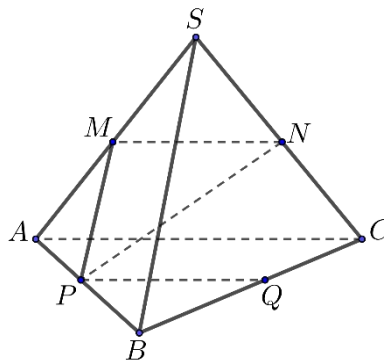
Khi đó đường thẳng d cần tìm chính là đường thẳng Sx .

- » **Câu 8.** Cho hình chóp $SABC$ Gọi M, N là trung điểm SA, SC, P nằm trên cạnh AB sao cho $AB = 3AP$. Gọi Q là giao điểm của BC và mặt phẳng (MNP) . Khi đó $BQ:CQ$ bằng

- A.** $1:1$. **B.** $2:1$. **C.** $3:1$. **D.** $1:2$.

👉 **Lời giải**

Chọn B

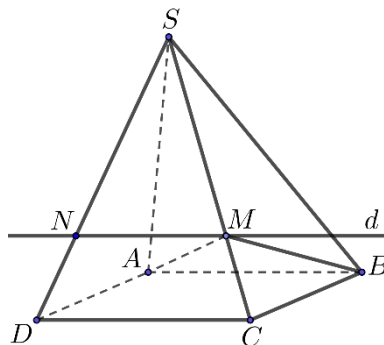


Ta có $PQ \parallel AC (Q \in BC) \Rightarrow PQ \parallel MN \Rightarrow Q \in (MNP) \Rightarrow Q = BC \cap (MNP)$
 $\Rightarrow \frac{BQ}{CQ} = \frac{BP}{PA} = \frac{2}{1}$

- » Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thuộc cạnh SC sao cho $SM = 3MC$, N là giao điểm của SD và (MAB) . Khi đó hai đường thẳng CD và MN là hai đường thẳng
- A.** song song. **B.** chéo nhau. **C.** cắt nhau. **D.** trùng nhau.

👉 **Lời giải**

Chọn A



Xét mặt phẳng (MAB) và (SCD) có
 $AB \subset (MAB); CD \subset (SCD); AB \parallel CD; M \in (MAB) \cap (SCD)$

$N = SD \cap (MAB) \Rightarrow N \in (SCD) \cap (MAB)$

$\Rightarrow MN \parallel CD$

- » Câu 10. Cho các mệnh đề sau:
- (I) Hai đường thẳng song song với nhau thì đồng phẳng.
 (II) Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
 (III) Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
 (IV) Hai đường thẳng chéo nhau thì không đồng phẳng.
 Có bao nhiêu mệnh đề đúng?

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

👉 **Lời giải**

Chọn B

Ta có (I) Hai đường thẳng song song với nhau thì đồng phẳng. Là đúng.
 (II) Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau. Là sai vì có thể song song.
 (III) Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung. Là đúng.



(IV) Hai đường thẳng chéo nhau thì không đồng phẳng. Là đúng.

» **Câu 11.** Cho hình chóp $SABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SC . Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (BMN) và (ACD) . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. d qua D và song song với AC .

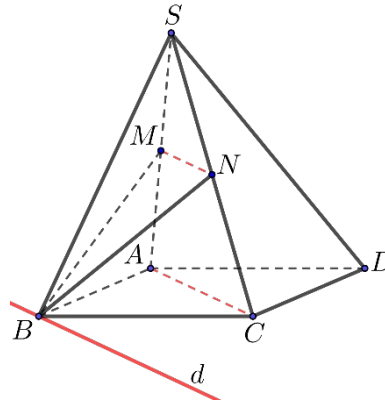
B. d qua B và song song với AC .

C. d qua hai điểm A và C .

D. d qua hai điểm B và D .

👉 **Lời giải**

Chọn B



Ta có $(ACD) \equiv (ABCD)$ và MN song song AC (do MN là đường trung bình $\triangle SAC$).

Hai mặt phẳng (BMN) và $(ABCD)$ có điểm chung B và lần lượt chứa hai đường thẳng song song là MN, AC

Nên giao tuyến của chúng là đường thẳng d đi qua B và song song với MN, AC .

» **Câu 12.** Cho hình chóp $SABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M là một điểm trên cạnh SC ($M \neq S$ và $M \neq C$). Gọi d là đường thẳng qua điểm S và song song với AB , d' là đường thẳng qua điểm S và song song với AD . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. BM không cắt mặt phẳng (SAD) .

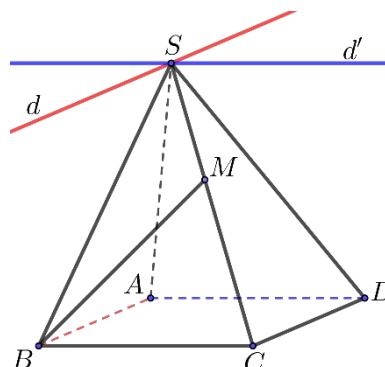
B. BM cắt mặt phẳng (SAD) tại một điểm thuộc SD .

C. BM cắt mặt phẳng (SAD) tại một điểm thuộc d .

D. BM cắt mặt phẳng (SAD) tại một điểm thuộc d' .

👉 **Lời giải**

Chọn D





Chọn mặt phẳng phụ (SBC) chứa BM .

Vì (SBC) và (SAD) có điểm chung và lần lượt chứa hai đường thẳng song song là BC, AD nên giao tuyến của chúng là đường thẳng d' đi qua S và song song với BC, AD .

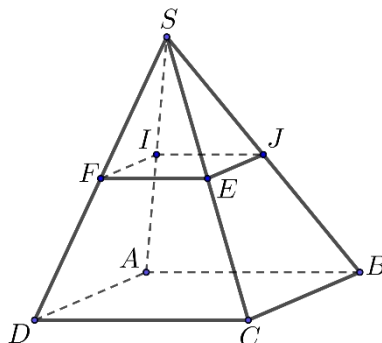
Suy ra BM và d' cùng thuộc mặt phẳng (SBC) và không song song nên chúng cắt nhau tại một điểm.

» Câu 13. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi I, J, E, F lần lượt là trung điểm SA, SB, SC, SD . Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào không song song với IJ ?

- A. EF . B. DC . C. AD . D. AB .

👉 **Lời giải**

Chọn C



Ta có IJ là đường trung bình tam giác SAB nên $IJ \parallel AB$.
 $ABCD$ là hình bình hành nên $AB \parallel CD$. Suy ra $IJ \parallel CD$.

EF là đường trung bình tam giác SCD nên $EF \parallel CD \rightarrow IJ \parallel EF$.

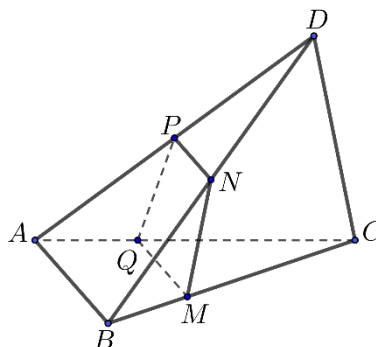
Vậy IJ không song song với đường thẳng AD . Chọn đáp án C.

» Câu 14. Cho tứ diện $ABCD$. Lấy điểm M thuộc cạnh BC sao cho $MC = 2MB$. Gọi N, P lần lượt là trung điểm của BD và AD . Gọi Q là giao điểm của AC với mặt phẳng (MNP) . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\frac{QC}{QA} = \frac{1}{2}$. B. $\frac{QC}{QA} = \frac{3}{2}$. C. $\frac{QC}{QA} = 2$. D. $\frac{QC}{QA} = \frac{5}{2}$.

👉 **Lời giải**

Chọn C



Từ giả thiết suy ra $PN \parallel AB$.



Chọn mặt phẳng phụ (ABC) chứa AC .

Hai mặt phẳng (ABC) và (MNP) có điểm chung M và lần lượt chứa hai đường thẳng song song là AB, PN nên giao tuyến của chúng là đường thẳng d đi qua M và song song với AB, PN . Trong mặt phẳng (ABC) , có $d \cap AC = Q$.

$$MQ \parallel AB \Rightarrow \frac{QC}{QA} = \frac{MC}{MB} = 2.$$

Suy ra

» **Câu 15.** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC, ABD . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\begin{cases} IJ \parallel AB \\ IJ = \frac{1}{3}AB \end{cases}$

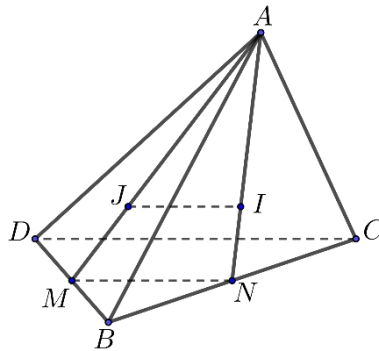
B. $\begin{cases} IJ \parallel AB \\ IJ = \frac{2}{3}AB \end{cases}$

C. $\begin{cases} IJ \parallel CD \\ IJ = \frac{1}{3}CD \end{cases}$

D. $\begin{cases} IJ \parallel CD \\ IJ = \frac{2}{3}CD \end{cases}$

👉 **Lời giải**

Chọn C



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BD, BC .

Suy ra $MN \parallel CD$ và $MN = \frac{1}{2}CD$ (1).

$$\frac{AI}{AN} = \frac{AJ}{AM} = \frac{2}{3} \Rightarrow \begin{cases} IJ \parallel MN \\ IJ = \frac{2}{3}MN \end{cases} (2).$$

Từ giả thiết, ta có:

Từ (1) và (2), suy ra $IJ \parallel CD$ và $IJ = \frac{1}{3}CD$.

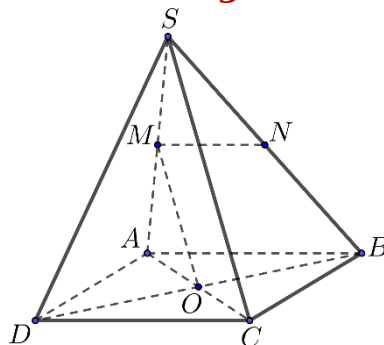
B. Câu hỏi - Trả lời Đúng/sai

» **Câu 16.** Cho chóp $SABCD$ có đáy là hình vuông tâm O , M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	MN song song với AB		
(b)	MN song song với CD		
(c)	MO và SD cắt nhau		
(d)	NO và SC cắt nhau		



Lời giải



(a) MN song song với AB .

M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB nên MN song song với AB

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) MN song song với CD .

MN song song với AB , mà AB song song với CD , nên MN song song với CD

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) MO và SD cắt nhau.

$MO \subset (SAC)$, $(SAC) \cap (SDC) = SC$, mà $MO \not\parallel SC$ nên MO và SD không cắt nhau

» **Chọn SAI.**

(d) NO và SC cắt nhau.

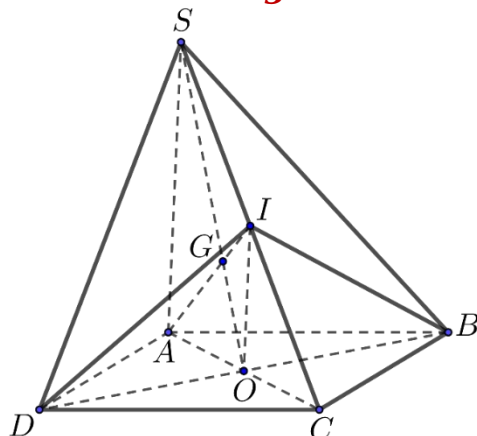
Tương tự câu (c)

» **Chọn SAI.**

» **Câu 17.** Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành tâm O , I là trung điểm của SC . Xét các mệnh đề:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Đường thẳng IO song song với SA .		
(b)	Mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là một tứ giác.		
(c)	Giao điểm của đường thẳng AI với mặt phẳng (SBD) là trọng tâm của tam giác (SBD) .		
(d)	Giao tuyến của hai mặt phẳng (IBD) và (SAC) là IO .		

Lời giải





(a) Đường thẳng IO song song với SA .

O, I lần lượt là trung điểm của AC, SC nên IO song song với SA .

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $SABCD$ theo thiết diện là một tứ giác.

Từ hình vẽ ta thấy mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $SABCD$ theo thiết diện là $DIBD$

» **Chọn SAI.**

(c) Giao điểm của đường thẳng AI với mặt phẳng (SBD) là trọng tâm của tam giác (SBD) .

O, I lần lượt là trung điểm của AC, SC nên AI cắt SO tại trọng tâm tam giác SBD

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Giao tuyến của hai mặt phẳng (IBD) và (SAC) là IO .

Từ hình vẽ ta thấy giao tuyến của hai mặt phẳng (IBD) và (SAC) là IO .

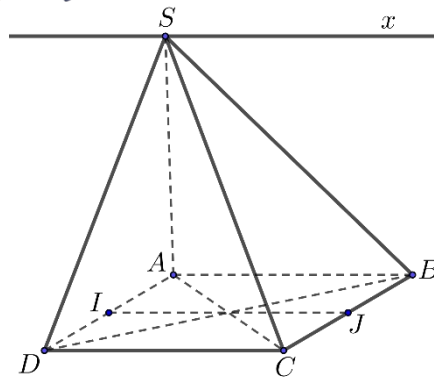
» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 18.** Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC và G là trọng tâm của tam giác SAB . Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (IJG) .

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng qua S và song song với AB		
(b)	Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là đường thẳng qua S và song song với AC		
(c)	Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (IJG) là đường thẳng qua G và song song với CD .		
(d)	M trên SD sao cho $SM = \frac{2}{3}SD$. Giao tuyến của (CGM) và (SBC) là đường thẳng CB .		

» **Lời giải**

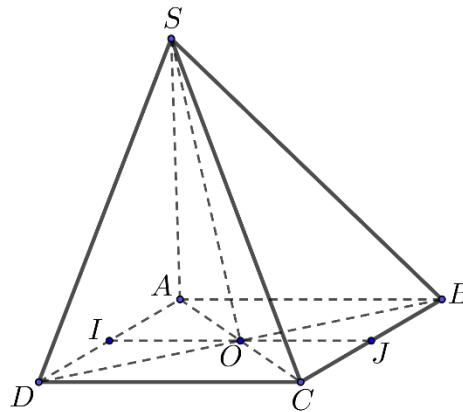
(a) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng qua S và song song với AB



$$(SAB) \text{ và } (SCD) \text{ có } \begin{cases} S \in (SAB) \cap (SCD) \\ AB \parallel CD \end{cases} \Rightarrow (SAB) \cap (SCD) = S_x \parallel AB$$

» Chọn ĐÚNG.

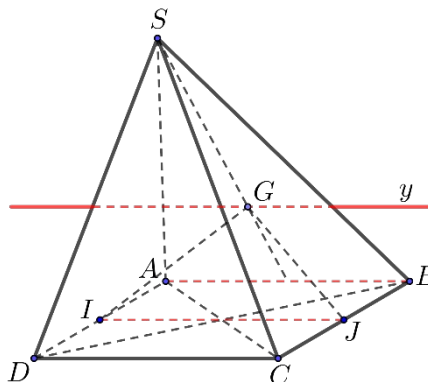
(b) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là đường thẳng qua S và song song với AC



$$(SAC) \text{ và } (SBD) \text{ có } \begin{cases} S \in (SAC) \cap (SBD) \\ AC \cap BD = O \end{cases} \Rightarrow (SAC) \cap (SBD) = SO$$

» Chọn SAI.

(c) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (IJG) là đường thẳng qua G và song song với CD .

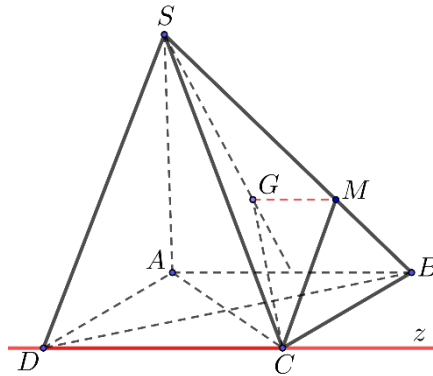


$$(SAB) \text{ và } (IJG) \text{ có } \begin{cases} G \in (SAB) \cap (IJG) \\ IJ \parallel AB \end{cases} \Rightarrow (SAB) \cap (IJG) = G_y \parallel AB \parallel CD$$

» Chọn ĐÚNG.



(d) M trên SB sao cho $SM = \frac{2}{3}SB$. Giao tuyến của (CGM) và (SDC) là đường thẳng CB .



Vì $SM = \frac{2}{3}SD$ và G là trọng tâm tam giác SAB , nên $GM \parallel AB$

(CGM) và (SDC) có $\begin{cases} C \in (CGM) \cap (SDC) \\ GM \parallel AB \parallel CD \end{cases} \Rightarrow (CGM) \cap (SBC) = C_z \parallel AD \parallel CB$
 $\Rightarrow (CGM) \cap (SBC) = CB$

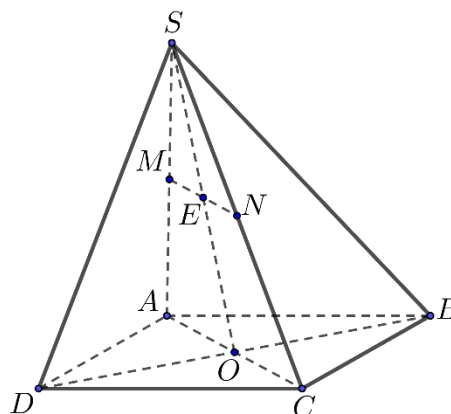
» **Chọn ĐÚNG**

» **Câu 19.** Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SC . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	MN cắt mặt phẳng (SBD)		
(b)	SB cắt mặt phẳng (MCD)		
(c)	SD cắt mặt phẳng (MBC)		
(d)	BN cắt mặt phẳng (SAD)		

» **Lời giải**

(a) MN cắt mặt phẳng (SBD)



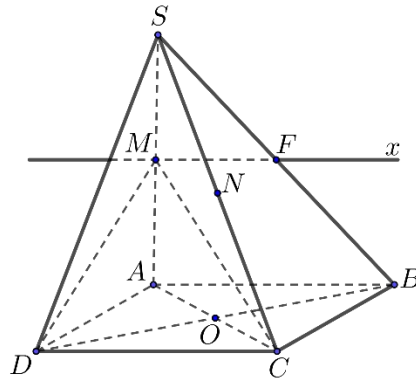


Ta có: $SO = (SAC) \cap (SBC) \Rightarrow \begin{cases} SO \subset (SAC) \\ MN \subset (SAC) \end{cases}$, gọi $E = MN \cap SO$

Thì $\begin{cases} E \in MN \\ E \in SO \subset (SBD) \Rightarrow E \in (SBD) \Rightarrow E = MN \cap (SBD) \end{cases}$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) SB cắt mặt phẳng (MCD)



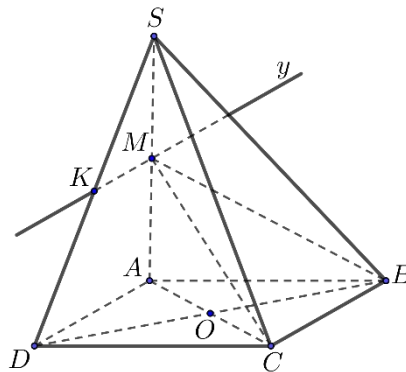
Chọn (SAB) chứa SB , tìm giao tuyến của (SAB) và (MCD)

Ta có: $\begin{cases} M \in (SAB) \cap (MCD) \\ AB \parallel CD \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Mx = (SAB) \cap (MCD) \\ Mx \parallel AB \parallel CD \end{cases}$,

Trong (SAB) , gọi $F = SB \cap Mx \Rightarrow \begin{cases} F \in SB \\ F \in Mx \subset (MCD) \Rightarrow F \in (MCD) \Rightarrow F = SB \cap (MCD) \end{cases}$

» **Chọn ĐÚNG**

(c) SD cắt mặt phẳng (MBC)



Chọn (SAD) chứa SD , tìm giao tuyến của (SAD) và (MBC)

Ta có: $\begin{cases} M \in (SAD) \cap (MBC) \\ AD \parallel BC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} My = (SAD) \cap (MBC) \\ My \parallel AD \parallel BC \end{cases}$,

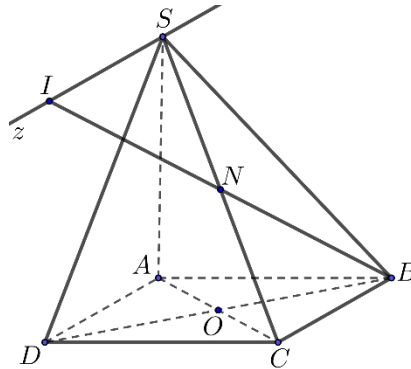
Trong (SAD) , gọi $K = My \cap SD$

Với $\begin{cases} K \in SD \\ K \in My \subset (MBC) \Rightarrow K \in (MBC) \Rightarrow K = SD \cap (MBC) \end{cases}$

» **Chọn ĐÚNG.**



(d) BN cắt mặt phẳng (SAD)



Chọn (SBC) chứa BN , tìm giao tuyến (SBC) và (SAD)

Ta có: $\begin{cases} S \in (SBC) \cap (SAD) \\ BC \parallel AD \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Sz = (SBC) \cap (SAD) \\ Sz \parallel BC \parallel AD \end{cases}$, trong (SBC) gọi $I = BN \cap Sz$
 $\Rightarrow \begin{cases} I \in BN \\ I \in Sz \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow I \in (SAD) \Rightarrow I = BN \cap (SAD)$

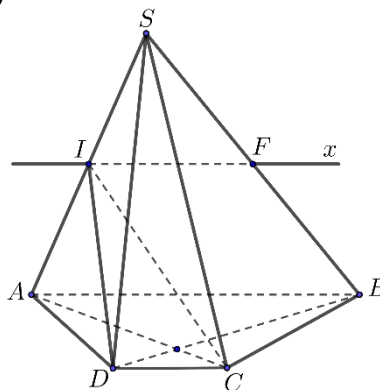
» **Chọn ĐÚNG**

» **Câu 20.** Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang có đáy lớn AB và $AB = 2CD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD , I là trung điểm SA , G là trọng tâm $\triangle SBC$ và $E \in SD$ sao cho $3SE = 2SD$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Đường thẳng SB cắt mặt phẳng (ICD)		
(b)	Đường thẳng GO cắt mặt phẳng (SCD)		
(c)	Đường thẳng SB cắt mặt phẳng (ACE)		
(d)	Đường thẳng BG cắt mặt phẳng (ACE)		

» **Lời giải**

(a) Đường thẳng SB cắt mặt phẳng (ICD)



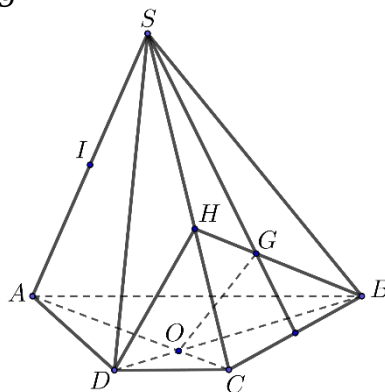
Chọn mặt phẳng (SAB) chứa SB , tìm giao tuyến của (SAB) và (ICD)



Ta có: $\begin{cases} I \in (ICD) \cap (SAB) \\ CD // AB \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Ix = (SAB) \cap (ICD) \\ Ix // CD // AB \end{cases}$, trong mặt (SAB) gọi $F = Ix \cap SB$
 $\Rightarrow \begin{cases} F \in SB \\ F \in Ix \subset (ICD) \Rightarrow F \in (ICD) \Rightarrow F = SB \cap (ICD) \end{cases}$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Đường thẳng GO cắt mặt phẳng (SCD)

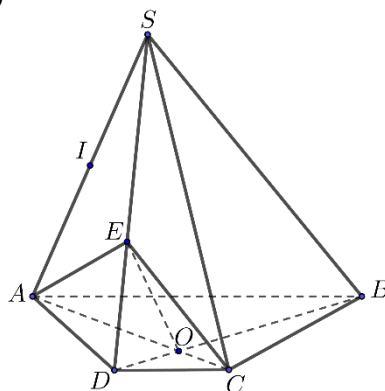


Gọi $H = BG \cap SC \Rightarrow H$ là trung điểm của SC

Xét $\triangle BHD$ có $\frac{BG}{BH} = \frac{2}{3}$, dễ thấy $\triangle OCD : \triangle OAB$ (g - g) nên $\frac{CD}{AB} = \frac{OD}{OB} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{BO}{BD} = \frac{2}{3}$
 $\Rightarrow \frac{BG}{BH} = \frac{BO}{BD} = \frac{2}{3} \Rightarrow OG // DH$ mà $DH \subset (SCD) \Rightarrow OG // (SCD)$

» **Chọn SAI**

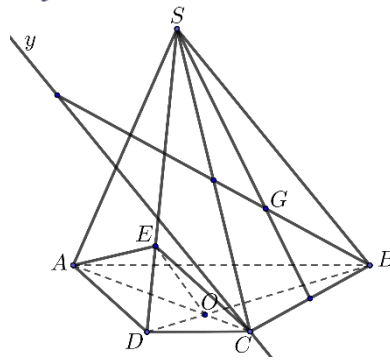
(c) Đường thẳng SB cắt mặt phẳng (ACE)



Xét $\triangle SBD$ có $\frac{DE}{DS} = \frac{DO}{DB} = \frac{1}{3} \Rightarrow OE // SB$ mà $OE \subset (ACE) \Rightarrow SB // (ACE)$

» **Chọn SAI**

(d) Đường thẳng BG cắt mặt phẳng (ACE)



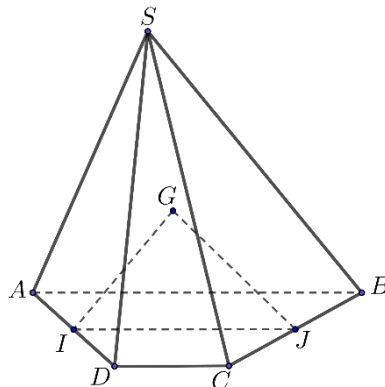
Ta có:
$$\begin{cases} C \in (AEC) \cap (SBC) \\ OE // SB \text{ (cmt)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Cy = (ACE) \cap (SBC) \\ Cy // OE // SB \end{cases}$$

Trong (SBC) , gọi $J = BG \cap Cy \Rightarrow \begin{cases} J \in BG \\ J \in Cy \subset (ACE) \Rightarrow J \in (ACE) \Rightarrow J = BG \cap (ACE) \end{cases}$

» **Chọn ĐÚNG**

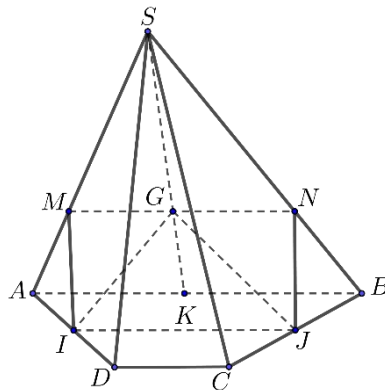
C. Câu hỏi - Trả lời ngắn

» **Câu 21.** Cho hình chóp $SABCD$, đáy $ABCD$ là hình thang, $AB // CD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC và G là trọng tâm tam giác SAB (tham khảo hình vẽ). Mặt phẳng (GIJ) cắt SA, SB lần lượt tại M, N . Biết $AB = kCD$, tìm k để $MNIJ$ là hình bình hành.



» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 3**



Để thấy giao tuyến của hai (GIJ) và (SAB) là đường thẳng Gx đi qua G và song song với các đường thẳng AB, IJ .
Giao tuyến Gx cắt SA tại M và cắt SB tại N .



Khi đó, tứ giác $IJNM$ là hình thang vì $IJ \parallel MN$, với IJ là đường trung bình của hình thang $ABCD$ nên ta có:

$$IJ = \frac{AB+CD}{2} = \frac{kCD+CD}{2} = \frac{k+1}{2}CD$$

Mặt khác, G là trọng tâm ΔSAB nên $MN = \frac{2}{3}AB = \frac{2}{3}kCD$.

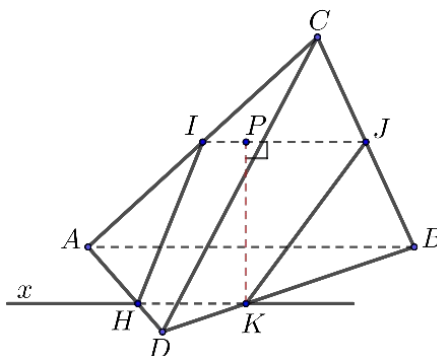
Để $IJNM$ là hình bình hành ta cần phải có $IJ = MN$

$$\Leftrightarrow \frac{k+1}{2}CD = \frac{2}{3}kCD \Leftrightarrow \frac{k+1}{2} = \frac{2k}{3} \Leftrightarrow k=3$$

» **Câu 22.** Cho tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng 1. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AC, BC . Gọi K là một điểm trên cạnh BD với $KB=2KD$. Xác định thiết diện của tứ diện với mặt phẳng (IJK) . Tính diện tích thiết diện (kết quả làm tròn đến hàng thứ nhất)

🔗 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 12,5**



$$\begin{cases} AB \in (ABD) \\ IJ \in (IJK) \\ AB \parallel IJ \\ (ABD) \cap (IJK) = Kx \end{cases} \Rightarrow Kx \parallel AB \parallel IJ$$

Ta có:

Giả sử Kx cắt AD tại H do đó thiết diện là hình thang $IJKH$.

Mặt khác, ta thấy $\Delta AIH = \Delta BJK \Rightarrow IH = JK$. Vậy thiết diện $IJKH$ là hình thang cân.

Trong tam giác ABC ta có $IJ = \frac{1}{2}AB = 3 \cdot 1 = 3$.

Trong tam giác ABD ta có $\frac{HK}{AB} = \frac{KD}{BD} = \frac{1}{3} \Rightarrow HK = \frac{1}{3}AB = 2 \cdot 2 = 4$.

Trong tam giác BJK ta có $BJ = 3 \cdot 1 = 3, BK = 4 \cdot 1 = 4$.

$$JK^2 = BJ^2 + BK^2 - 2 \cdot BJ \cdot BK \cdot \cos KBJ = 9 \cdot 1^2 + 16 \cdot 1^2 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos 60^\circ = 13 \cdot 1^2 \Rightarrow JK = \sqrt{13}$$

Xét hình thang $IJKH$ hạ đường cao KP , ta có:

$$KP = \sqrt{JK^2 - PJ^2} = \sqrt{JK^2 - \left(\frac{IJ - HK}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{51}}{2}$$

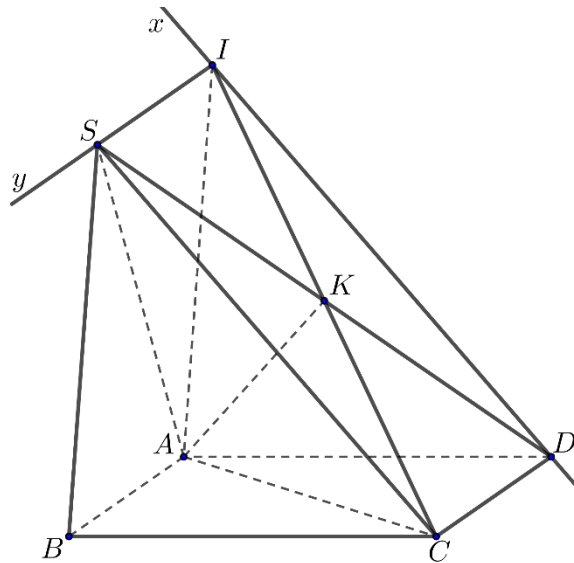


Suy ra $S_{IJKH} = \frac{1}{2}(IJ + HK) \cdot KP = \frac{1}{2}(3 + 4) \cdot \frac{\sqrt{51}}{2} \approx 12,5$.

» **Câu 23.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 2, tâm O . Mặt bên SAB là tam giác đều. Ngoài ra $\angle SAD = 90^\circ$. Gọi Dx là đường thẳng song song với SC . Gọi giao điểm I của Dx với (SAB) . Xác định thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (ACI) . Tính diện tích thiết diện (Kết quả được làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

🔗 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 1,32**



$$\begin{cases} AB \in (SAB) \\ CD \in (SCD) \\ AB \parallel CD \\ (SAB) \cap (SCD) = Sy \end{cases} \Rightarrow Sy \parallel AB \parallel CD$$

Ta có

Mặt khác $Dx \subset (SCD)$. Gọi $I = Dx \cap Sy \Rightarrow I = Dx \cap (SAB)$.

Do $\begin{cases} CD \parallel SI \\ SC \parallel DI \end{cases} \Rightarrow SCDI$

là hình bình hành nên $SI = CD$

Từ đó suy ra $SI = CD = AB, SI \parallel AB \Rightarrow SBAI$ là hình bình hành nên $SB \parallel AI$

Trong mặt phẳng (SCD) kẻ $CI \cap SD = K$ suy ra thiết diện là tam giác ACK .

Ta có $AC = \sqrt{2}$, $SD = \sqrt{SA^2 + AD^2} = 2\sqrt{2} \Rightarrow AK = \frac{1}{2}SD = \sqrt{2}$.

Mặt khác trong tam giác ACI ta có :

$$AK^2 = \frac{AC^2 + AI^2}{2} - \frac{CI^2}{4} \Leftrightarrow \frac{CI^2}{4} = \frac{AC^2 + AI^2}{2} - AK^2$$

$$\Rightarrow CI^2 = 2(AC^2 + AI^2) - 4AK^2 = 2(2 \cdot 2^2 + 2^2) - 4 \cdot \frac{2^2}{2} = 4 \cdot 2^2 = 16 \Rightarrow CI = 4 \Rightarrow CK = 2$$

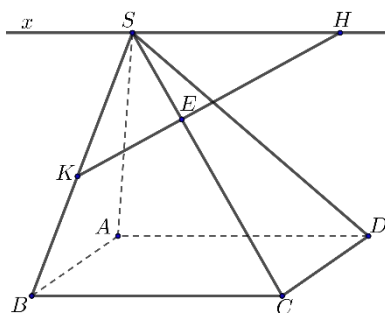


$$S_{\Delta ACK} = \sqrt{p(p-AC)(p-AK)(p-CK)} = \frac{2^2\sqrt{7}}{8} = \frac{\sqrt{7}}{2} \approx 1,32$$

» **Câu 24.** Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, K là trung điểm cạnh SB . Gọi E là điểm trên SC sao cho $\frac{SE}{SC} = \frac{1}{3}$, gọi H là giao điểm của KE và (SAD) . Tính tỉ số $\frac{HE}{HK}$ (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai)?

👉 **Lời giải**

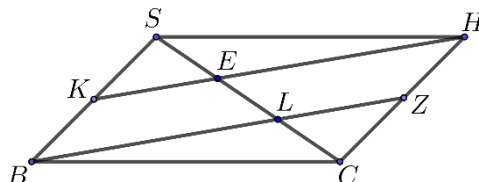
✓ **Trả lời: 0,67**



Ta có:
$$\begin{cases} S \in (SBC) \cap (SAD) \\ BC \parallel AD \\ BC \subset (SBC), AD \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow (SBC) \cap (SAD) = Sx (Sx \parallel BC \parallel AD)$$

Gọi $H = KE \cap Sx (KE, Sx \subset (SBC)) \Rightarrow H = KE \cap (SAD)$

Vẽ lại mặt phẳng (SBC) như sau:



Gọi L là trung điểm EC , KE là đường trung bình tam giác SBL nên $KE = \frac{1}{2} BL$ (1)

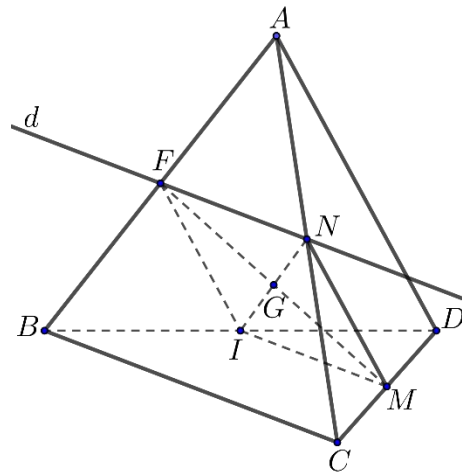
Ta có: $DSEH = DCLB (g.c.g) \Rightarrow BL = HE$ (2)

Từ (1) và (2), ta có: $\frac{HE}{HK} = \frac{2}{3} \approx 0,67$

» **Câu 25.** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, I lần lượt là trung điểm của các cạnh CD, AC, BD . G là trung điểm NI . Giả sử giao điểm của GM và (ABD) là F . Tính tỉ số $\frac{FA}{FB}$?

👉 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 1**



$$\begin{cases} N \in (MNI) \cap (ABC) \\ IM \parallel BC \end{cases} \Rightarrow (MNI) \cap (ABC) = d$$

Ta có

Với d là đường thẳng đi qua N và song song với BC .

Gọi $\{F\} = AB \cap d$.

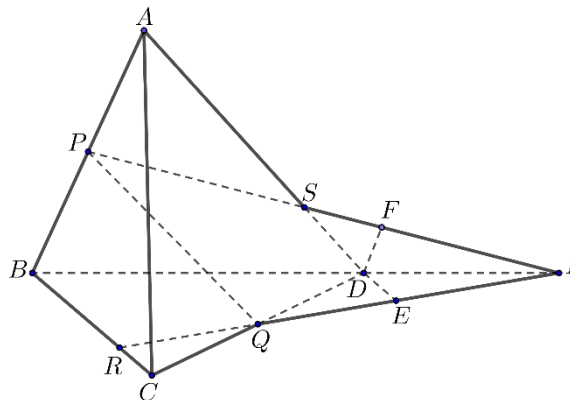
Xét tứ giác $MIFN$ có $\begin{cases} MI \parallel NF \\ MI = NF \end{cases} \Rightarrow MIFN$ là hình bình hành.
Mà G là trung điểm của NI nên M, G, F thẳng hàng.

Vậy $MG \cap (ABD) = \{F\} \in AB$ và F là trung điểm AB nên $\frac{FA}{FB} = 1$

» **Câu 26.** Cho tứ diện $ABCD$. Các điểm P, Q lần lượt là trung điểm của AB và CD ; điểm R nằm trên cạnh BC sao cho $BR = 2RC$. Gọi S là giao điểm của (PQR) và cạnh AD . Tính tỉ số $\frac{SA}{SD}$.

Lời giải

✓ **Trả lời: 2**



Trong (BCD) , gọi $I = RQ \cap BD$.

Trong (ABD) , gọi $S = PI \cap AD \Rightarrow S = AD \cap (PQR)$.

Trong (BCD) , dựng $DE \parallel BC \Rightarrow DE$ là đường trung bình của $DIBR$.
 $\Rightarrow D$ là trung điểm của BI .



Trong (ABD) , dựng $DF // AB \Rightarrow \frac{DF}{BP} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{DF}{PA} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{SA}{SD} = 2$.

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>