

Người làm: Thương Mihi

Zalo: Thương Mihi

Email:

- số đt zalo: 0366810472

CĐ2: TÌM ẨN CHƯA BIẾT**Dạng 1. Tìm x thông thường****A. Trắc nghiệm (nếu có)****B. Tự luận****Câu 1. (HSG 7 huyện Triệu Sơn, tỉnh Thanh Hóa 2021 - 2022)**Tìm x , biết:

a) $\frac{1}{11}(1-3x) = \frac{1}{5}x - \frac{1}{2}$

b) $\sqrt{\frac{9}{4}} - |2x+1| = 0,75$

Lời giải

a) Ta có: $\frac{1}{11}(1-3x) = \frac{1}{5}x - \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow \frac{1}{11} - \frac{3}{11}x = \frac{1}{5}x - \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{-3}{11}x - \frac{1}{5}x = \frac{-1}{11} - \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{-26}{55}x = \frac{-13}{22}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{5}{4}$$

Vậy $x = \frac{5}{4}$.

b) $\sqrt{\frac{9}{4}} - |2x+1| = 0,75$

Ta có: $\sqrt{\frac{9}{4}} - |2x+1| = 0,75$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2} - |2x+1| = \frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow |2x+1| = \frac{3}{2} - \frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow |2x+1| = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1 = \frac{3}{4} \\ 2x+1 = -\frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = -\frac{1}{4} \\ 2x = -\frac{7}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{8} \\ x = -\frac{7}{8} \end{cases}$$

Vậy $x \in \left\{ -\frac{1}{8}; -\frac{7}{8} \right\}$.

Câu 2. (HSG 7 huyện Tân Kỳ 2021 - 2022)

Tìm x , biết: a) $\frac{2}{3} + \frac{1}{3} : x = \frac{5}{6}$

b) $5 - (x-2)^2 = -4$

Lời giải

$$a) \frac{2}{3} + \frac{1}{3} : x = \frac{5}{6}$$

$$\frac{1}{3} : x = \frac{5}{6} - \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3} : x = \frac{1}{6}$$

$$x = 2.$$

Vậy $x = 2$

$$b) 5 - (x - 2)^2 = -4$$

$$(x - 2)^2 = 9$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - 2 = 3 \\ x - 2 = -3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -1 \end{cases}$$

Vậy $x \in \{-1; 5\}$

Câu 3. (HSG 7 huyện Cửa Lò, Nghệ An 2020 - 2021)

$$\text{Tìm } x \text{ biết: } \frac{2}{5} + \frac{3}{5}x = \frac{-1}{4}.$$

Lời giải

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{5}x = \frac{-1}{4}$$

$$\frac{3}{5}x = \frac{-1}{4} - \frac{2}{5}$$

$$\frac{3}{5}x = \frac{-5}{20} - \frac{8}{20}$$

$$\frac{3}{5}x = \frac{-13}{20}$$

$$x = \frac{-13}{20} : \frac{3}{5}$$

$$x = \frac{-13}{12}$$

Vậy $x = -\frac{13}{12}.$

Câu 4. (HSG 7 huyện Bát Xát 2021 - 2022)

$$\text{Tìm } x \text{ biết: } 2(x - 1) - 3(2x + 2) - 4(2x + 3) = 16$$

Lời giải

$$2(x - 1) - 3(2x + 2) - 4(2x + 3) = 16$$

$$2x - 2 - 6x - 6 - 8x - 12 = 16$$

$$-12x = 36$$

$$x = -3$$

Vậy $x = -3$

Câu 5. (HSG 7 huyện Bá Thước 2021 - 2022)

Tìm x biết: $-\frac{3}{4} + \frac{1}{4} : x = -3$

Lời giải

$$-\frac{3}{4} + \frac{1}{4} : x = -3$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} : x = -3 + \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} : x = -\frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow x = -\frac{1}{9}$$

Vậy $x = -\frac{1}{9}$.

Câu 6. (HSG 7 huyện Đức Thọ 2021 - 2022)

Tìm x , biết $\frac{1}{3} : 3x = 1$

Lời giải

$$\frac{1}{3} : 3x = 1$$

$$\frac{1}{9} x = 1$$

$$x = 9$$

Vậy $x = 9$.

Dạng 2. Đưa về dạng tích bằng ⁰

A. Trắc nghiệm (nếu có)

Câu 1. (HSG 7 huyện Thanh Thủy, tỉnh Phú Thọ 2021 - 2022)

Số các giá trị của x để $(x - 4)(x^2 + 16)(x^2 - 16)(x + 1) = 0$ là

A. ³

B. ⁴

C. ⁵

D. ⁶

Lời giải

Ta có : $(x - 4)(x^2 + 16)(x^2 - 16)(x + 1) = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - 4 = 0 \\ x^2 - 16 = 0 \\ x + 1 = 0 \end{cases} \quad (\text{do } x^2 + 16 > 0 \text{ với mọi } x)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ x^2=16 \\ x=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ x=-4 \\ x=-1 \end{cases}$$

Vậy có 3 giá trị x thỏa mãn đề bài.

B. Tự luận

Câu 1. (HSG 7 huyện Hà Trung 2021 - 2022)

Tìm x biết $\frac{315-x}{101} + \frac{313-x}{103} + \frac{311-x}{105} + \frac{309-x}{107} = -4$

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có : } & \frac{315-x}{101} + \frac{313-x}{103} + \frac{311-x}{105} + \frac{309-x}{107} = -4 \\ & \frac{315-x}{101} + 1 + \frac{313-x}{103} + 1 + \frac{311-x}{105} + 1 + \frac{309-x}{107} + 1 = 0 \\ & \frac{416-x}{101} + \frac{416-x}{103} + \frac{416-x}{105} + \frac{416-x}{107} = 0 \\ & (416-x) \left(\frac{1}{101} + \frac{1}{103} + \frac{1}{105} + \frac{1}{107} \right) = 0 \\ & \text{Vì } \frac{1}{101} + \frac{1}{103} + \frac{1}{105} + \frac{1}{107} \neq 0 \text{ nên } 416-x=0 \text{ hay } x=416 \\ & \text{Vậy } x=416. \end{aligned}$$

Câu 2. (HSG 7 huyện Vũ Thư 2020 - 2021)

Tìm x biết: $\frac{x+11}{89} + \frac{x+13}{87} = \frac{x+15}{85} + \frac{x+17}{83}$

Lời giải

$$\begin{aligned} & \frac{x+11}{89} + \frac{x+13}{87} = \frac{x+15}{85} + \frac{x+17}{83} \\ & \frac{x+11}{89} + 1 + \frac{x+13}{87} + 1 = \frac{x+15}{85} + 1 + \frac{x+17}{83} + 1 \\ & \frac{x+100}{89} + \frac{x+100}{87} = \frac{x+100}{85} + \frac{x+100}{83} \\ & \frac{x+100}{89} + \frac{x+100}{87} - \frac{x+100}{85} - \frac{x+100}{83} = 0 \\ & (x+100) \left(\frac{1}{89} + \frac{1}{87} - \frac{1}{85} - \frac{1}{83} \right) = 0 \\ & \text{Mà } \frac{1}{89} + \frac{1}{87} - \frac{1}{85} - \frac{1}{83} \neq 0 \Rightarrow x+100=0 \Rightarrow x=-100 \\ & \text{Vậy } x=-100. \end{aligned}$$

Dạng 3. Sử dụng tính chất lũy thừa

A. Trắc nghiệm (nếu có)

Câu 1. (HSG 7 huyện Thanh Ba 2021 - 2022)

Cho số hữu tỉ x thỏa mãn $(x+1)^3 = 125$, giá trị của $\sqrt{x}$ là

A. - 4

B. 2

C. - 2

D. 4

Lời giải

Ta có:

$$(x+1)^3 = 125$$

$$(x+1)^3 = 5^3$$

$$x+1=5$$

$$x=4$$

$$\sqrt{x}=2$$

Vậy $\sqrt{x}=2$

Câu 2. (HSG 7 huyện Tam Nông 2021 - 2022)

Giá trị x thỏa mãn $\sqrt{2^x}=16$ là

A. 4.

B. 6.

C. 8.

D. 10.

Lời giải

Ta có: $\sqrt{2^x}=16$

$$2^x=16^2$$

$$2^x=(2^4)^2$$

$$2^x=2^8$$

$$x=8$$

Vậy $x=8$

B. Tự luận

Câu 1. (HSG 7 huyện Hà Trung 2021 - 2022)

Tìm x biết $(2x-15)^5=(2x-15)^3$

Lời giải

$$(2x-15)^5=(2x-15)^3$$

$$(2x-15)^5-(2x-15)^3=0$$

$$(2x-15)^3((2x-15)^2-1)=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (2x-15)^3=0 \\ (2x-15)^2-1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x-15=0 \\ (2x-15)^2=1^2=(-1)^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x-15=0 \\ 2x-15=1 \\ 2x-15=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x=15 \\ 2x=16 \\ 2x=14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{15}{2} \\ x=8 \\ x=7 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } x \in \left\{ \frac{15}{2}; 8; 7 \right\}$$

Câu 2. (HSG 7 huyện Thanh Miện, tỉnh Hải Dương 2021 - 2022)

$$\text{Tìm } x, \text{ biết: } \left(x + \frac{1}{3} \right)^2 - \frac{1}{16} = 0$$

Lời giải

$$\text{a) Ta có: } \left(x + \frac{1}{3} \right)^2 = \frac{1}{16}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + \frac{1}{3} = \frac{1}{4} \\ x + \frac{1}{3} = -\frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{4} - \frac{1}{3} \\ x = -\frac{1}{4} - \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-1}{12} \\ x = \frac{-7}{12} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{-1}{12} \text{ hoặc } x = \frac{-7}{12}$$

Câu 3. (HSG 7 huyện Nghĩa Hành 2021 - 2022)

$$\text{Tìm } x \text{ biết: } (x-5)^{x+1} - (x-5)^{x+1} = 0$$

Lời giải

$$\text{Ta có: } (x-5)^{x+1} - (x-5)^{x+1} = 0$$

$$\Rightarrow (x-5)^{x+1} - (x-5)^{x+1} \cdot (x-5)^0 = 0$$

$$\Rightarrow (x-5)^{x+1} [1 - (x-5)^0] = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (x-5)^{x+1} = 0 \\ 1 - (x-5)^0 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-5=0 \\ (x-5)^0=1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=5 \\ x-5=1 \\ x-5=-1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=5 \\ x=6 \\ x=4 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } x \in \{4; 5; 6\}$$

Câu 4. (HSG 7 huyện Chương Mỹ 2021 - 2022)

$$\text{Tìm } x, \text{ biết: } (x-7)^{x+1} - (x-7)^{x+1} = 0$$

Lời giải

$$(x-7)^{x+1} - (x-7)^{x+1} = 0$$

$$(x-7)^{x+1} - (x-7)^{x+11} = 0 \Rightarrow (x-7)^{x+1} - (x-7)^{x+1} \cdot (x-7)^{10} = 0$$

$$\Rightarrow (x-7)^{x+1} [1 - (x-7)^{10}] = 0$$

$$+) (x-7)^{x+1} = 0 \Rightarrow x-7=0 \Rightarrow x=7$$

$$+) 1 - (x-7)^{10} = 0 \Rightarrow (x-7)^{10} = 1 \Rightarrow \begin{cases} x-7=1 \\ x-7=-1 \end{cases} \Rightarrow x=8; x=6$$

Kết luận: Vậy $x=8; x=6$

Câu 5. (HSG 7 huyện Thanh Trì 2021 - 2022)

Tìm x biết: $\frac{3^{10} \cdot 11 + 9^5 \cdot 5}{27^3 \cdot 2^4} \cdot x = -9$

Lời giải

$$\frac{3^{10} \cdot 11 + 9^5 \cdot 5}{27^3 \cdot 2^4} = \frac{3^{10} \cdot (11 + 5)}{3^9 \cdot 2^4} = 3$$

Ta có

$$3 \cdot x = -9 \Rightarrow x = (-9) : 3 = -3$$

Theo bài ta có

$$x = -3$$

Vậy

Câu 6. (HSG 7 huyện Tam Dương 2021 - 2022)

Tìm x biết $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3} + \dots + 2^{x+2021} = 2^{2026} - 16$

Lời giải

Ta có: $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3} + \dots + 2^{x+2021} = 2^{2026} - 16$

Đặt $A = 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3} + \dots + 2^{x+2021}$

$$2A = 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3} + 2^{x+4} + \dots + 2^{x+2022}$$

$$2A - A = (2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3} + \dots + 2^{x+2022}) - (2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3} + \dots + 2^{x+2021})$$

$$A = 2^{x+2022} - 2^x$$

Khi đó hệ thức đã cho trở thành $2^{x+2022} - 2^x = 2^{2026} - 16$

$$\Rightarrow 2^x (2^{2022} - 1) = 2^4 (2^{2022} - 1)$$

$$\Rightarrow 2^x = 2^4$$

$$\Rightarrow x = 4$$

Vậy $x=4$.

Câu 7. (HSG 7 huyện Bát Xát 2021 - 2022)

Tìm x biết $5^x + 5^{x+2} = 650$

Lời giải

Ta có: $5^x + 5^{x+2} = 650$

$$5^x (1 + 5^2) = 650$$

$$5^x = 650 : (1 + 5^2)$$

$$5^x = 5^2$$

$$\Rightarrow x = 2$$

Vậy $x = 2$.

Câu 8. (HSG 7 huyện Yên Mỹ 2021 - 2022)

Tìm x biết: $3^{x+2} - 3^{x+1} - 3^x = 135$

Lời giải

Ta có: $3^{x+2} - 3^{x+1} - 3^x = 135$

$$\Rightarrow 3^x \cdot (3^2 - 3^1 - 1) = 135$$

$$\Rightarrow 3^x \cdot 5 = 135$$

$$\Rightarrow 3^x = 27$$

$$\Rightarrow 3^x = 3^3$$

$$\Rightarrow x = 3$$

Vậy $x = 3$

Dạng 4. Tìm ẩn dạng phân thức

A. Trắc nghiệm (nếu có)

Câu 1. (HSG 7 huyện Thanh Sơn 2021 - 2022)

Biết x thỏa mãn $\frac{16}{x+1} = \frac{x+1}{4}$. Tổng các giá trị của x là:

- A. 0 B. 8 C. -8 D. -2

Lời giải

$$\frac{16}{x+1} = \frac{x+1}{4}$$

$$\Rightarrow (x+1)^2 = 4 \cdot 16$$

$$(x+1)^2 = 64$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+1=8 \\ x+1=-8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=7 \\ x=-9 \end{cases}$$

Tổng các giá trị của x là $7 + (-9) = -2$

B. Tự luận

Câu 1. (HSG 7 huyện Tân Kỳ 2021 - 2022)

Tìm x biết $\frac{x+2}{6x-2} = \frac{1}{4}$

Lời giải

$$\frac{x+2}{6x-2} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow 4(x+2) = 6x-2$$

$$4x + 8 = 6x - 2$$

$$-2x = -10$$

$$x = 5$$

Vậy $x = 5$

Dạng 5. Tìm x dạng chứa dấu giá trị tuyệt đối

A. Trắc nghiệm (nếu có)

Câu 1. (HSG 7 huyện Thanh Thủy, tỉnh Phú Thọ 2021 - 2022)

Số giá trị của x thỏa mãn $2021 \cdot |1 - x| + (x - 1)^2 = 2022 \cdot |x - 1|$ là

A. 3

B. 2

C. 1

D. 0

Lời giải

Vì $|1 - x| = |x - 1|$ nên từ đề bài $2021 \cdot |1 - x| + (x - 1)^2 = 2022 \cdot |x - 1|$

$$2021 \cdot |x - 1| + (x - 1)^2 = 2022 \cdot |x - 1|$$

$$(x - 1)^2 = 2022 \cdot |x - 1| - 2021 \cdot |x - 1|$$

$$(x - 1)^2 = |x - 1|$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - 1 = 0 \\ x - 1 = 1 \\ x - 1 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ x = 0 \end{cases}$$

Vậy $x \in \{0; 1; 2\}$.

Câu 2. (HSG 7 huyện Thanh Ba, tỉnh Phú Thọ 2021 - 2022)

Giá trị nào của x dưới đây thỏa mãn $|2x + 3| = |9 - 2x|$

A. $x = -\frac{3}{2}$

B. $x = \frac{3}{2}$

C. $x = 0$

D. $x = 6$

Lời giải

Ta có:

TH1: $2x + 3 = 9 - 2x$

$$4x = 6$$

$$x = \frac{3}{2}$$

TH2: $2x + 3 = -(9 - 2x)$

$$2x + 3 = -9 + 2x$$

Không có giá trị x thỏa mãn

Vậy $x = \frac{3}{2}$

B. Tự luận

Câu 1. (HSG 7 huyện Thanh Miện 2021 - 2022)

Tìm x , biết: b) $|x+1| + |x+2| + |x+3| = 4x$

Lời giải

Ta có: $|x+1| + |x+2| + |x+3| = 4x$

Vì vế trái không âm với mọi x nên $4x \geq 0 \Rightarrow x \geq 0$

Với $x \geq 0$ thì $|x+1| = x+1$; $|x+2| = x+2$; $|x+3| = x+3$ ta có:

$$x+1+x+2+x+3=4x$$

$$\Rightarrow 3x+6=4x$$

$$\Rightarrow x=6 \quad (\text{thỏa mãn})$$

Vậy $x=6$

Câu 2. (HSG 7 huyện Nghĩa Hành 2021 – 2022)

Tìm x biết: $2|5x-3|-2x=14$

Lời giải

Ta có: $2|5x-3|-2x=14$

$$\Rightarrow 2|5x-3|=2x+14$$

$$\Rightarrow |5x-3|=x+7 \quad \text{với điều kiện } x \geq -7$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5x-3=x+7 \\ 5x-3=-(x+7) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5x-x=7+3 \\ 5x+x=-7+3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4x=10 \\ 6x=-4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=\frac{5}{2} \\ x=-\frac{2}{3} \end{cases}$$

Vậy có hai giá trị x thỏa mãn điều kiện $x \in \left\{ \frac{5}{2}; -\frac{2}{3} \right\}$.

Câu 3. (HSG 7 huyện Tân Kỳ 2021 - 2022)

Tìm x biết: $|x(x+6)|=x$

Lời giải

Ta có: $|x(x+6)|=x$ Điều kiện: $x \geq 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} x(x+6)=x \\ x(x+6)=-x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(x+6-1)=0 \\ x(x+6+1)=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(x+5)=0 \\ x(x+7)=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-5 \\ x=-7 \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện ta được $x=0$

Vậy $x=0$.

Câu 4. (HSG 7 huyện Cửa Lò 2020 - 2021)

Tìm x, y biết: $|x-2|+|x-2y|=0$.

Lời giải

Vì $|x-2| \geq 0$; $|x-2y| \geq 0$ với mọi x, y nên:

$|x-2|+|x-2y|=0$ khi và chỉ khi $x-2=0$ và $x-2y=0$.

$$+ x-2=0 \Rightarrow x=2$$

$$+ x-2y=0 \Rightarrow 2-2y=0 \Rightarrow y=1$$

Vậy $x=2; y=1$ là các giá trị cần tìm.

Câu 5. (HSG 7 huyện Bát Xát 2021 - 2022)

Tìm x biết: $|2x+3|-x=14$

Lời giải

$$|2x+3|-x=14 \Rightarrow |2x+3|=14+x$$

TH 1: $2x+3 \geq 0 \Rightarrow x \geq \frac{-3}{2}$. Khi đó ta có:

$$2x+3=14+x$$

$$x=11 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

TH 2: $2x+3 < 0 \Rightarrow x < \frac{-3}{2}$. Khi đó ta có:

$$-(2x+3)=14+x$$

$$-3x=17$$

$$x=\frac{-17}{3} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

$$\text{Vậy } x \in \left\{ 11; \frac{-17}{3} \right\}$$

Câu 6. (HSG 7 huyện Bá Thước 2021 - 2022)

Tìm x biết: $|x-7|+2x+5=6$

Lời giải

$$|x-7|+2x+5=6$$

Nếu $x \geq 7 \Rightarrow x-7+2x+5=6 \Rightarrow 3x=8 \Rightarrow x=\frac{8}{3} < 7$ (loại)

Nếu $x < 7 \Rightarrow 7-x+2x+5=6 \Rightarrow 12+x=6 \Rightarrow x=-6 < 7$ (thỏa mãn)

Vậy $x = -6$.

Câu 7. (HSG 7 huyện Lý Nhân 2021 - 2022)

Tìm x , biết $|x| + |x + 2022| = 2023$

Lời giải

Với $x > 0$, ta được $x + x + 2022 = 2023 \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

Với $-2022 < x < 0$, ta được $-x + x + 2022 = 2023 \Rightarrow 0x = 1$ (vô lí)

Với $x < -2022$, ta được $-x - x - 2022 = 2023 \Rightarrow -2x = 4045 \Rightarrow x = \frac{-4045}{2}$

Vậy $x \in \left\{ \frac{1}{2}; \frac{-4045}{2} \right\}$

Câu 8. (HSG 7 huyện Yên Mỹ 2021 - 2022)

Tìm x , biết $|x - 1| + |x - 2| + |x - 3| = x - 4$

Lời giải

$$|x - 1| + |x - 2| + |x - 3| = x - 4$$

$$\text{Vì } |x - 1| + |x - 2| + |x - 3| \geq 0 \text{ nên } x - 4 \geq 0 \Rightarrow x \geq 4 \quad (1)$$

Khi đó: $|x - 1| = x - 1$; $|x - 2| = x - 2$; $|x - 3| = x - 3$

$$(1) \Rightarrow x - 1 + x - 2 + x - 3 = x - 4$$

$$\Rightarrow 2x = 2$$

$$\Rightarrow x = 1 \text{ (không thỏa mãn } x \geq 4)$$

Vậy không tồn tại giá trị của x thỏa mãn.

Câu 7. (HSG 7 huyện Mường La 2021 - 2022)

Tìm x biết: $\left| x - \frac{1}{2} \right| + \frac{3}{4} = \left| -1,6 + \frac{3}{5} \right|$

Lời giải

$$\text{Ta có } \left| x - \frac{1}{2} \right| + \frac{3}{4} = \left| -1,6 + \frac{3}{5} \right|$$

$$\Rightarrow \left| x - \frac{1}{2} \right| + \frac{3}{4} = 1$$

$$\Rightarrow \left| x - \frac{1}{2} \right| = \frac{1}{4} \Rightarrow \begin{cases} x - \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \\ x - \frac{1}{2} = -\frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{4} \\ x = \frac{1}{4} \end{cases}$$

Vậy: $x = \frac{3}{4}$ hoặc $x = \frac{1}{4}$

Câu 8. (HSG 7 huyện Hà Trung 2021 - 2022)

Tìm x biết: $\frac{11}{4} + \frac{3}{2} : \left| 4x - \frac{1}{5} \right| = \frac{7}{2}$

Lời giải

$$\frac{11}{4} + \frac{3}{2} : \left| 4x - \frac{1}{5} \right| = \frac{7}{2}$$

$$\frac{3}{2} : \left| 4x - \frac{1}{5} \right| = \frac{7}{2} - \frac{11}{4}$$

$$\frac{3}{2} : \left| 4x - \frac{1}{5} \right| = \frac{3}{4}$$

$$\left| 4x - \frac{1}{5} \right| = \frac{3}{2} : \frac{3}{4}$$

$$\left| 4x - \frac{1}{5} \right| = 2$$

Suy ra: $4x - \frac{1}{5} = 2$ hoặc $4x - \frac{1}{5} = -2$

TH1: $4x - \frac{1}{5} = 2 \Rightarrow 4x = \frac{11}{5} \Rightarrow x = \frac{11}{20}$

TH2: $4x - \frac{1}{5} = -2 \Rightarrow 4x = -\frac{9}{5} \Rightarrow x = -\frac{9}{20}$

Vậy $x \in \left\{ \frac{11}{20}; -\frac{9}{20} \right\}$

Câu 9. (HSG 7 huyện Cẩm Thủy 2021 - 2022)

Tìm x biết $\left(3 - \left| x - \frac{1}{2} \right| \right) \left(\frac{8}{15} - \frac{1}{5} \right) + \frac{2}{3} = 1$

Lời giải

$$\left(3 - \left| x - \frac{1}{2} \right| \right) \left(\frac{8}{15} - \frac{1}{5} \right) + \frac{2}{3} = 1$$

$$\left(3 - \left| x - \frac{1}{2} \right| \right) \cdot \frac{1}{3} = 1 - \frac{2}{3}$$

$$\left(3 - \left| x - \frac{1}{2} \right| \right) \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

$$3 - \left| x - \frac{1}{2} \right| = 1$$

$$\left| x - \frac{1}{2} \right| = 2 \Rightarrow \begin{cases} x - \frac{1}{2} = 2 \\ x - \frac{1}{2} = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ x = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

Vậy $x \in \left\{ \frac{5}{2}; -\frac{3}{2} \right\}$

Câu 10. (HSG 7 huyện Đức Thọ 2021 - 2022)

Tìm x biết $|x - 1| - \frac{2}{3} = 0$.

Lời giải

$$|x - 1| - \frac{2}{3} = 0$$

$$|x - 1| = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - 1 = \frac{2}{3} \\ x - 1 = -\frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{3} \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } x \in \left\{ \frac{2}{3}; \frac{5}{3} \right\}.$$

Dạng 6. Sử dụng công thức tính tổng có quy luật

A. Trắc nghiệm (nếu có)

B. Tự luận

Câu 1. (HSG 7 huyện, tỉnh, trường Như Thanh 2021 - 2022)

Tìm số tự nhiên x biết: $2 \cdot \left(\frac{1}{9 \cdot 10} + \frac{1}{10 \cdot 11} + \frac{1}{11 \cdot 12} + \dots + \frac{1}{x(x+1)} \right) = \frac{1}{9}$

Lời giải

$$2 \cdot \left(\frac{1}{9 \cdot 10} + \frac{1}{10 \cdot 11} + \frac{1}{11 \cdot 12} + \dots + \frac{1}{x(x+1)} \right) = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow 2 \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{10} + \frac{1}{10} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right) = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow 2 \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{x+1} \right) = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{9} - \frac{1}{x+1} = \frac{1}{18}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{18} = \frac{1}{x+1} \Rightarrow x+1=18 \Rightarrow x=17 \quad (\text{thỏa mãn})$$

Vậy $x=17$.

Câu 2. (HSG 7 huyện Hà Trung, Nghệ An 2021 - 2022)

Tìm x biết $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \dots + \frac{2}{x(x+1)} = \frac{2015}{2017}$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \frac{2}{2 \cdot 3} + \frac{2}{3 \cdot 4} + \frac{2}{4 \cdot 5} + \dots + \frac{2}{x(x+1)} = \frac{2015}{2017}$$

$$2 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right) = \frac{2015}{2017}$$

$$2 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{x+1} \right) = \frac{2015}{2017}$$

$$2 \cdot \frac{x-1}{2(x+1)} = \frac{2015}{2017}$$

$$\Rightarrow 2017(x-1) = 2015(x+1)$$

$$2017x - 2017 = 2015x + 2025$$

$$2017x - 2015x = 2017 + 2025$$

$$2x = 4032$$

$$x = 2016$$

Vậy $x = 2016$

Câu 3. (HSG 7 huyện Mỹ Đức 2021 - 2022)

$$\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{(2x-1)(2x+1)} = \frac{49}{99}$$

Tìm số tự nhiên x biết:

Lời giải

$$\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{(2x-1)(2x+1)} = \frac{49}{99}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{2x-1} - \frac{1}{2x+1} \right) = \frac{49}{99}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2x+1} \right) = \frac{49}{99}$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{1}{2x+1} = \frac{98}{99}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2x+1} = \frac{1}{99}$$

$$\Rightarrow 2x+1=99 \Rightarrow 2x=98 \Rightarrow x=49$$

Vậy $x = 49$.

Câu 4. (HSG 7 huyện Tam Dương 2021 - 2022)

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2022} \right) x = \frac{2021}{1} + \frac{2020}{2} + \frac{2019}{3} + \dots + \frac{1}{2021}$$

Tìm x biết b)

Lời giải

$$\text{Ta có } \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2022} \right) x = \frac{2021}{1} + \frac{2020}{2} + \frac{2019}{3} + \dots + \frac{1}{2021}$$

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2022} \right) x = 2021 + \frac{2020}{2} + \frac{2019}{3} + \dots + \frac{1}{2021}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2022}\right)x &= \left(1 + \frac{2020}{2}\right) + \left(1 + \frac{2019}{3}\right) + \left(1 + \frac{2018}{4}\right) + \dots + \left(1 + \frac{1}{2021}\right) + 1 \\ \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2022}\right)x &= \left(1 + \frac{2020}{2}\right) + \left(1 + \frac{2019}{3}\right) + \left(1 + \frac{2018}{4}\right) + \dots + \left(1 + \frac{1}{2021}\right) + \frac{2022}{2022} \\ \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2022}\right)x &= \frac{2022}{2} + \frac{2022}{3} + \frac{2022}{4} + \dots + \frac{2022}{2021} + \frac{2022}{2022} \\ \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2022}\right)x &= 2022 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2022}\right) \\ \Rightarrow x &= 2022 \\ \text{Vậy } x &= 2022. \end{aligned}$$

Dạng 7. Tổng các biểu thức không âm bằng 0

Dạng 8. Tìm ẩn dựa vào tính chất về dấu

Dạng 9. Sử dụng phương pháp chặn để tìm ẩn

A. Trắc nghiệm (nếu có)

Câu 1. (HSG 7 huyện Thanh Thủy, tỉnh Phú Thọ 2021 - 2022)

Cho x, y là các số thỏa mãn $(x + 2y - 3)^{2022} + |2x + 3y - 5| = 0$. Vậy $(x; y)$ bằng

A. $(1; -1)$ B. $(1; 1)$ C. $(2; 1)$ D. $(-2; 1)$

Lời giải

Vì $(x + 2y - 3)^{2022} \geq 0$; $|2x + 3y - 5| \geq 0$ với mọi x, y nên

$(x + 2y - 3)^{2022} + |2x + 3y - 5| \geq 0$ với mọi x, y

Mà $(x + 2y - 3)^{2022} + |2x + 3y - 5| = 0$ nên $\begin{cases} (x + 2y - 3)^{2022} = 0 \\ |2x + 3y - 5| = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 2y - 3 = 0 \\ 2x + 3y - 5 = 0 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$

Vậy $(x; y) = (1; 1)$.

B. Tự luận

Câu 1. (HSG 7 huyện Tam Dương 2021 - 2022)

Tìm tất cả các cặp số tự nhiên $(x; y)$ thỏa mãn điều kiện $2^x + 624 = 5^y$.

Lời giải

Ta thấy 5^y là số lẻ $\Rightarrow 2^x + 624$ là số lẻ suy ra 2^x là số lẻ $\Rightarrow x = 0$.

Khi đó $5^y = 624 + 1 \Leftrightarrow 5^y = 625 \Leftrightarrow 5^y = 5^4 \Leftrightarrow y = 4$.

Vậy $(x; y) = (0; 4)$

Câu 2. (HSG 7 thành phố Vũng Tàu 2021 - 2022)

Tìm các số nguyên x thỏa mãn: $(x + 2022)^2 = 64(x + 2015)^3$.

Lời giải

Vì $(x+2022)^2 \geq 0$ với mọi x

Do đó $64(x+2015)^3 \geq 0$

Suy ra $x+2015 \geq 0 \Rightarrow x \geq -2015$

Mà với $x = -2015$ không thỏa mãn

Suy ra $x \geq -2014 \Rightarrow x+2015 \geq 1$

Khi đó $(x+2022)^2 = 64(x+2015)^3 \geq 64(x+2015)^2$

Suy ra $x+2022 \geq 8(x+2015)$

Suy ra $x \leq -2014$

Suy ra $x = -2014$

Thử lại $x = -2014$ thỏa mãn bài toán

Vậy $x = -2014$.

Câu 3. (HSG 7 huyện Tân Kỳ 2021 - 2022)

Tìm tất cả các số tự nhiên m, n sao cho: $2^m + 2015 \mid n + 2016 \mid n - 2016$

Lời giải

+) Với $x \geq 0$ thì $|x| + x = 2x$

+) Với $x < 0$ thì $|x| + x = 0$

Do đó $|x| + x$ luôn chẵn với mọi x là số nguyên.

Khi đó: $|n + 2016| + n - 2016$ là số chẵn với $n - 2016 \in \mathbb{Z}$

Suy ra $2^m + 2015$ là số chẵn $\Rightarrow 2^m$ lẻ $\Rightarrow m = 0$

Ta có $|n + 2016| + n - 2016 = 2016$

+) Nếu $n < 2016$ ta có $-(n - 2016) + n - 2016 = 2016 \Leftrightarrow 0n = 2016$ (vô lý)

+) Nếu $n \geq 2016$ ta có $2(n - 2016) = 2016 \Leftrightarrow n = 3024$ (thỏa mãn)

Vậy $m = 0; n = 3024$.

Câu 4. (HSG 7 huyện Bá Thước, Thanh Hóa 2021 - 2022)

Tìm các số nguyên a, b, c thỏa mãn $|a - b| + |b - c| + |c - a| = 2021^a + 2022^a$

Lời giải

Ta có $|a - b| + (a - b) + |b - c| + (b - c) + |c - a| + (c - a) = 2021^a + 2022^a$ (*)

Nhận thấy $|x - y| + (x - y)$ luôn là số chẵn với mọi x, y

Nên vế trái của (*) là số chẵn

- Nếu $a > 0 \Rightarrow 2021^a + 2022^a$ luôn là số lẻ. Nên không xảy ra (*)

- Nếu $a < 0 \Rightarrow 0 < 2021^a + 2022^a < 1$ Nên không xảy ra (*) do $a, b, c \in \mathbb{Z}$

Do đó $a = 0 \Rightarrow |b| + |b - c| + |c| = 0 \Rightarrow b = c = 0$

Vậy $a = b = c = 0$

Câu 5. (HSG 7 huyện Thuận Thành 2021 - 2022)

Tìm x biết: $|x+1| + |x+2| + |x+3| = 4x$

Lời giải

Từ $|x+1|+|x+2|+|x+3|=4x$ ta thấy vế trái: $|x+1|+|x+2|+|x+3|\geq 0$ nên vế phải: $4x\geq 0\Rightarrow x\geq 0$.

Với $x\geq 0$ thì $|x+1|=x+1, |x+2|=x+2, |x+3|=x+3$. Do đó ta có

$$x+1+x+2+x+3=4x\Rightarrow x=6 \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy $x=6$.

Câu 6. (HSG 7 huyện Chư Sê 2021 - 2022)

Chứng minh rằng không tìm được các số nguyên thỏa mãn $|x-y|+|y-z|+|z-x|=2023$

Lời giải

Ta có: $|x-y|+|y-z|+|z-x|=|x-y|+(x-y)+|y-z|+(y-z)+|z-x|+(z-x)$

$$|x|+x=\begin{cases} 2x & (x\geq 0) \\ 0 & (x< 0) \end{cases}$$

Với mọi số nguyên x ta lại có:

Suy ra $|x|+x$ luôn là số chẵn với mọi số nguyên x .

$$\begin{cases} |x-y|+(x-y) \\ |y-z|+(y-z) \\ |z-x|+(z-x) \end{cases}$$

Từ đó ta có: là các số chẵn với mọi số nguyên x, y, z .

Suy ra $|x-y|+(x-y)+|y-z|+(y-z)+|z-x|+(z-x)$ là một số chẵn với mọi số nguyên x, y, z .

Hay $|x-y|+|y-z|+|z-x|$ là một số chẵn với mọi số nguyên x, y, z .

Do đó không thể tìm được số nguyên x, y, z thỏa mãn:

$$|x-y|+|y-z|+|z-x|=2023$$

Dạng 10. Tìm ẩn với điều kiện nguyên

A. Trắc nghiệm (nếu có)

Câu 1. (HSG 7 huyện Thanh Thủy 2021 - 2022)

Với x nguyên, giá trị lớn nhất của biểu thức $A=\frac{2022-x}{2-x}$ là

A. 2021

B. 2020

C. 2019

D. 2018

Lời giải

Ta có: $A=\frac{2022-x}{2-x}=\frac{2-x+2020}{2-x}=1+\frac{2020}{2-x}$

A lớn nhất khi $\frac{2020}{2-x}$ lớn nhất

Vì $2020>0$ và không đổi nên

$\frac{2020}{2-x}$ đạt giá trị lớn nhất khi: $2-x>0$ và đạt giá trị nhỏ nhất.

Mà $2-x\neq 0$ nên $2-x=1\Rightarrow x=1$

$$A=1+\frac{2020}{1}=2021$$

Khi đó:

Vậy A đạt giá trị lớn nhất là 2021 khi $x=1$.

B. Tự luận

Câu 1. (HSG 7 huyện Triệu Sơn, tỉnh Thanh Hóa, 2021 - 2022)

Tìm tất cả các số nguyên x, y thỏa mãn: $2^x + 37 \mid |y - 45| + y - 45$

Lời giải

Nhận xét:

+ Với $a \geq 0$ thì $|a| + a = 2a$.

+ Với $a < 0$ thì $|a| + a = -a + a = 0$.

Do đó $|a| + a$ luôn là số chẵn với $\forall a \in \mathbb{Z}$

Áp dụng nhận xét trên $\Rightarrow |y - 45| + y - 45$ là số chẵn $\forall y \in \mathbb{Z}$

$\Rightarrow 2^x + 37$ là số chẵn $\Rightarrow 2^x$ là số lẻ $\Rightarrow x = 0$.

$\Rightarrow |y - 45| + y - 45 = 38$

+ Nếu $y < 45 \Rightarrow -(y - 45) + y - 45 = 38 \Rightarrow 0 = 38$ (loại)

+ Nếu $y \geq 45 \Rightarrow 2(y - 45) = 38 \Leftrightarrow y - 45 = 19 \Rightarrow y = 64$ (thỏa mãn)

Vậy $(x, y) = (0; 64)$

Câu 2. (HSG 7 huyện, tỉnh, trường Như Thanh 2021 - 2022)

Tìm tất cả các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn: $x^2 y = 3 + 2xy + x$

Lời giải

Ta có: $x^2 y = 3 + 2xy + x$

$\Rightarrow x^2 y - 2xy - x = 3$

$\Rightarrow x(xy - 2y - 1) = 3$

Do $x, y \in \mathbb{Z}$ nên $x; xy - 2y - 1 \in \mathbb{Z}$

Mà $3 = 1.3 = (-1).(-3)$ nên ta có các trường hợp sau:

Trường hợp 1: $\begin{cases} x = 1 \\ xy - 2y - 1 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y - 2y - 1 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -4 \end{cases}$ (thỏa mãn)

Trường hợp 2: $\begin{cases} x = 3 \\ xy - 2y - 1 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ 3y - 2y - 1 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$ (thỏa mãn)

Trường hợp 3: $\begin{cases} x = -1 \\ xy - 2y - 1 = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ -y - 2y - 1 = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = \frac{2}{3} \end{cases}$ (loại)

Trường hợp 4: $\begin{cases} x = -3 \\ xy - 2y - 1 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ -3y - 2y - 1 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = 0 \end{cases}$ (thỏa mãn)

Vậy các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn: $(1; -4), (3; 2), (-3; 0)$

Câu 3. (HSG 7 huyện Thanh Miện, Hải Dương 2021 - 2022)

Tìm $x, y \in \mathbb{Z}$ biết: $xy + 2x - y = 5$

Lời giải

Ta có: $xy + 2x - y = 5$

$\Rightarrow x(y + 2) - (y + 2) = 3$

$$\Rightarrow (y - 2)(x - 1) = 3$$

Ta có : $3 = 3.1 = 1.3 = (-1).(-3) = (-3).(-1)$

Lập bảng

$y + 2$	3	1	- 1	- 3
$x - 1$	1	3	- 3	- 1
x	2	4	- 2	0
y	1	- 1	- 3	- 5

Vậy: $(x; y) \in \{(2; 1); (4; - 1); (- 2; - 3); (0; - 5)\}$

Câu 4. (HSG 7 huyện, tỉnh, trường Chương Mỹ 2021 - 2022)

Tìm x, y nguyên biết: $xy + 3x - y = 6$

Lời giải

Ta có $xy + 3x - y = 6 \Leftrightarrow (x - 1)(y + 3) = 3$

Do $x, y \in \mathbb{Z}$ nên $x - 1; y + 3 \in \mathbb{Z}$

Mà $3 = 1.3 = (-1).(-3)$ nên ta có các trường hợp sau:

Trường hợp 1: $\begin{cases} x - 1 = 1 \\ y + 3 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}$ (thỏa mãn)

Trường hợp 2: $\begin{cases} x - 1 = -1 \\ y + 3 = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -6 \end{cases}$ (thỏa mãn)

Trường hợp 3: $\begin{cases} x - 1 = 3 \\ y + 3 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -2 \end{cases}$ (thỏa mãn)

$\begin{cases} x - 1 = -3 \\ y + 3 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -4 \end{cases}$ (thỏa mãn)

Trường hợp 4:

$(x; y)$ là $(2; 0); (0; - 6); (4; - 2); (- 2; - 4)$

Vậy các cặp số nguyên

Câu 5. (HSG 7 huyện, tỉnh, trường Thanh Trì 2021 - 2022)

Tìm các số x, y nguyên thỏa mãn: $|x - 8| + |6 - x| = \frac{24}{5(y + 3)^2 + 12}$

Lời giải

Ta chứng minh được $|A| + |B| \geq |A + B|$, nên $|x - 8| + |6 - x| \geq |8 - x + 6 - x| = 2|x - 7|$ với mọi x .

Mặt khác $\frac{24}{5(y + 3)^2 + 12} \leq 2$ với mọi y .

$$y + 3 = 0 \Rightarrow y = -3$$

Từ đó suy ra

$$|x - 8| + |6 - x| = 2 \Rightarrow 6 \leq x \leq 8 \quad x \in \{6; 7; 8\}$$

Khi đó $x = 6, 7, 8$, mà $y = -3$ nguyên nên

$$(x; y) \quad (6; -3); (7; -3); (8; -3)$$

Vậy các cặp số nguyên là .

Câu 6. (HSG 7 huyện Cao Lộc 2012 - 2022)

Tìm số nguyên x, y thỏa mãn: $x + xy + y = 2$

Lời giải

Ta có: $x + xy + y = 2$

$$x(y+1) + y + 1 - 1 = 2$$

$$(y+1)(x+1) = 3$$

Với x, y nguyên $\Rightarrow y+1; x+1$ là các số nguyên

$\Rightarrow y+1; x+1$ là các ước của 3

Ta có bảng giá trị (x, y) như sau:

$x+1$	1	3	-3	-1
$y+1$	3	1	-1	-3
x	0	2	-4	-2
y	2	0	-2	-4

Vậy các cặp số (x, y) cần tìm là $(x, y) = \{(0; 2); (2; 0); (-4; -2); (-2; -4)\}$

Câu 7. (HSG 7 huyện Tân Kỳ 2021 - 2022)

Tìm số nguyên x, y biết rằng: $xy + 2x - y = 5$

Lời giải

Ta có $xy + 2x - y = 5 \Rightarrow (y+2)(x-1) = 3$

Vì $x, y \in \mathbb{Z}$ nên $y+2 \in \mathbb{Z}; x-1 \in \mathbb{Z}$, nên ta có bảng:

$x-1$	1	3	-1	-3
$y+2$	3	2	-3	-1
x	2	4	0	-2
y	1	-1	-5	-3

Kết hợp với ĐK ta được $(x, y) \in \{(2; 1); (4; -1); (0; -5); (-2; -3)\}$

Câu 8. (HSG 7 thành phố Vũng Tàu 2021 - 2022)

$$M = \frac{2016x - 2016}{3x + 2}$$

Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức có giá trị nhỏ nhất

Lời giải

$$Ta\ có: \quad M = \frac{2016x - 2016}{3x + 2} = \frac{672 \cdot (3x + 2) - 2016 - 1344}{3x + 2} = 672 - \frac{3360}{3x + 2}$$

M nhỏ nhất khi $\frac{3360}{3x+2}$ lớn nhất

Vì $3360 > 0$ và không đổi nên

$\frac{3360}{3x+2}$ đạt giá trị lớn nhất khi: $3x+2 > 0$ và đạt giá trị nhỏ nhất.

Mà $3x+2$ chia 3 dư 2 nên $3x+2 = 2 \Rightarrow x = 0$

$$Khi\ đó: \quad M = 672 - \frac{3360}{3x+2} = 672 - \frac{3360}{3 \cdot 0 + 2} = -1008$$

Vậy M đạt giá trị nhỏ nhất là -1008 khi $x=0$

Câu 9. (HSG 7 thành phố Thái Bình, trường Trần Lãm 2022 - 2023)

Cho biểu thức: $A = \frac{7x-8}{2x-3}$ với $x \neq \frac{3}{2}$

Tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức A có giá trị lớn nhất. Tìm giá trị lớn nhất đó.

Lời giải

$$\text{Ta có: } A = \frac{7x-8}{2x-3} = \frac{\frac{7}{2}(2x-3) - 8 + \frac{21}{2}}{2x-3} = \frac{7}{2} + \frac{\frac{5}{2}}{2x-3} \quad (x \in \mathbb{Q})$$

A lớn nhất khi $\frac{\frac{5}{2}}{2x-3}$ lớn nhất khi $(2x-3)$ là số nguyên dương nhỏ nhất

$$\Rightarrow 2x-3=1 \Rightarrow x=2 \quad (\text{Thỏa mãn điều kiện } x \text{ nguyên})$$

$$\text{Thay } x=2 \text{ vào biểu thức } A = \frac{7}{2} + \frac{\frac{5}{2}}{2x-3} = 6$$

Vậy $x=2$ thì giá trị lớn nhất của biểu thức A bằng 6.

Câu 10. (HSG 7 huyện Bát Xát, Lào Cai 2021 - 2022)

Tìm x, y nguyên biết: $xy + 3x - y = 6$

Lời giải

Với x, y nguyên, ta có:

$$xy + 3x - y = 6 \Rightarrow (x-1)(y+3) = 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-1=1 \\ y+3=3 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x-1=-1 \\ y+3=-3 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x-1=3 \\ y+3=1 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x-1=-3 \\ y+3=-1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x=0 \\ y=-6 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x=4 \\ y=-2 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x=-2 \\ y=-4 \end{cases}$$

Vậy các cặp số (x, y) thỏa mãn điều kiện gồm: $(2; 0), (0; -6), (4; -2), (-2; -4)$.

Câu 11. (HSG 7 huyện Bá Thước, Thanh Hóa 2021 - 2022)

Tìm cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn: $x^2 - 6x + 8 = xy - 5y$

Lời giải

$$\text{Ta có } x^2 - 6x + 8 = xy - 5y \Rightarrow y(x-5) = x^2 - 6x + 8$$

$$\Rightarrow x(x-5) - (x-5) + 3 - y(x-5) = 0$$

$$\Rightarrow (x-5)(x-y-1) = -3$$

Vì x, y là các số nguyên nên $x-5, x-y-1 \in \mathbb{U}(-3) = \{-3; -1; 1; 3\}$

Ta có bảng sau

$x-5$	1	-1	3	-3
$x-y-1$	-3	3	-1	1

x	6	4	8	2
y	8	0	8	0

Vậy các cặp (x, y) thỏa mãn bài toán là $(6; 8), (4; 0), (8; 8), (2; 0)$

Câu 10. (HSG 7 huyện Cẩm Thủy 2021 - 2022)

Tìm cặp số (x, y) nguyên thỏa mãn $x^2 - x(y + 5) = -4y - 9$

Lời giải

Ta có $x^2 - x(y + 5) = -4y - 9$

$$x^2 - xy - 5x = -4y - 9$$

$$x^2 - 5x + 9 = xy - 4y$$

$$x^2 - 5x + 9 = y(x - 4)$$

Nếu $x = 4$ thì suy ra $4^2 - 5 \cdot 4 + 9 = 0$ vô lý. Vậy $x \neq 4$

$$\text{Với } x \neq 4 \text{ ta có } y = \frac{x^2 - 5x + 9}{x - 4} = \frac{x^2 - 4x - x + 4 + 5}{x - 4} = x - 1 + \frac{5}{x - 4}$$

Do x nguyên nên $x - 1$ nguyên, do vậy để y nguyên thì $\frac{5}{x - 4}$ nguyên hay $5 : x - 4$
 $\Rightarrow x - 4 \in \{-5; -1; 1; 5\} \Rightarrow x \in \{-1; 3; 5; 9\}$

Với $x = -1$ thì $y = -3$

Với $x = 3$ thì $y = -3$

Với $x = 9$ thì $y = 9$

Với $x = 5$ thì $y = 9$

Vậy $(x; y) \in \{(-1; -3); (3; -3); (5; 9); (9; 9)\}$

Câu 11. (HSG 7 huyện Mường La 2021 - 2021)

Tìm số tự nhiên n để phân số $\frac{7n - 8}{2n - 3}$ có giá trị lớn nhất.

Lời giải

$$\text{Đặt } P = \frac{7n - 8}{2n - 3} \Rightarrow 2P = \frac{14n - 16}{2n - 3} = 7 + \frac{5}{2n - 3}$$

P có GTLN $\Rightarrow 2P$ có GTLN $\Rightarrow \frac{5}{2n - 3}$ có GTLN

Vì $n \in \mathbb{N} \Rightarrow 2n - 3 \in \mathbb{N}$ và $2n - 3$ là số tự nhiên lẻ
 $\Rightarrow 2n - 3 = 1 \Rightarrow n = 2$

Vậy P có GTLN bằng 6 khi $n = 2$

Câu 12. (HSG 7 huyện Mường La 2021 - 2021)

Tìm số nguyên $x; y$ sao cho $x - 2xy + y = 0$

Lời giải

$$\text{Ta có : } x - 2xy + y = 0 \Rightarrow 2x - 4xy + 2y = 0 \Rightarrow (2x - 1) - 2y(2x - 1) = -1 \Rightarrow (2x - 1)(1 - 2y) = -1$$

$$\forall x, y \in \mathbb{Z} (2x-1); (1-2y) \in \mathbb{Z} \Rightarrow (2x-1)(1-2y) = -1 = 1 \cdot (-1) = (-1) \cdot 1$$

$$\text{Trường hợp 1: } \begin{cases} 2x-1=1 \\ 1-2y=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$$

$$\text{Trường hợp 2: } \begin{cases} 2x-1=-1 \\ 1-2y=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases}$$

$$\text{Vậy: } (x, y) \in \{(1;1); (0;0)\}$$

Câu 13. (HSG 7 huyện Lý Nhân 2021 - 2022)

Tìm số nguyên y để biểu thức $D = |y-4| + |y-10|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải

Ta có $|a| = |-a|$ và $|a| + |b| \geq |a+b|$.

Dấu “=” xảy ra khi a, b cùng dấu hoặc ít nhất một số bằng 0.

Áp dụng

$$D = |y-4| + |y-10| = |y-4| + |-y+10| \geq |y-4+10-y| \geq 6$$

Dấu “=” xảy ra khi $(y-4)(10-y) \geq 0 \Rightarrow 4 \leq y \leq 10$.

Vì y nguyên nên $y = \{4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$

Câu 14. (HSG 7 huyện Thanh Sơn 2021 - 2022)

Tìm các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn $4x - 5y - 6xy + 7 = 0$

Lời giải

$$4x - 5y - 6xy + 7 = 0$$

$$(4x - 6xy) - 5y + 7 = 0$$

$$2x(2 - 3y) + \frac{5}{3}(2 - 3y) + \frac{11}{3} = 0$$

$$6x(2 - 3y) + 5(2 - 3y) = -11$$

$$(2 - 3y)(6x + 5) = -11$$

$$\forall x, y \in \mathbb{Z} \Rightarrow \begin{cases} 2 - 3y \in \mathbb{Z} \\ 6x + 5 \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Ta có bảng sau:

$2 - 3y$	- 1	11	1	- 11
$6x + 5$	11	- 1	- 11	1
y	1	- 3	$\frac{1}{3}$	$\frac{13}{3}$
x	1	- 1	$-\frac{8}{3}$	$-\frac{2}{3}$

Vậy các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn là $(1;1)$ và $(-1; -3)$

Câu 15. (HSG 7 huyện Tam Nông 2021 - 2022)

Tìm số nguyên x để tích hai phân số $\frac{3}{x-1}$ và $\frac{x+1}{3}$ là một số nguyên.

Lời giải

Tích hai phân số $\frac{3}{x-1}$ và $\frac{x+1}{3}$ là $\frac{3}{x-1} \cdot \frac{x+1}{3} = \frac{x+1}{x-1} = \frac{x-1+2}{x-1} = 1 + \frac{2}{x-1}$.

Vì $1 \in \mathbf{Z}$, $\frac{3}{x-1} \cdot \frac{x+1}{3} \in \mathbf{Z} \Rightarrow \frac{2}{x-1} \in \mathbf{Z}$.

$\Rightarrow x-1 \in U\{2\} = \{-1; -2; 1; 2\}$.

$\Rightarrow x \in \{0; -1; 2; 3\}$

Vậy $x \in \{0; -1; 2; 3\}$.

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com
<https://www.vnteach.com>