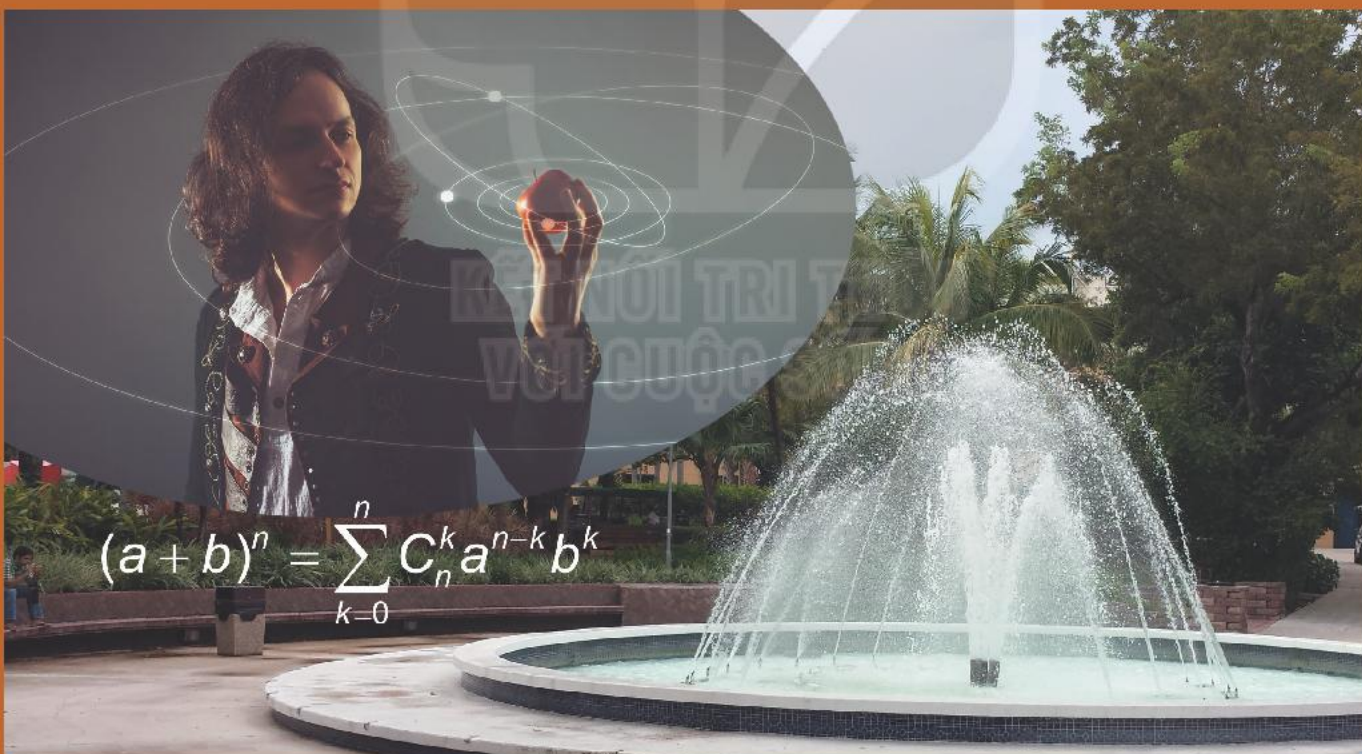
HÀ HUY KHOÁI (Tổng Chủ biên)
CUNG THẾ ANH – TRẦN VĂN TẤN (đồng Chủ biên)
NGUYỄN ĐẠT ĐĂNG – PHẠM HOÀNG HÀ – ĐẶNG ĐÌNH HANH
DƯƠNG ANH TUẤN – NGUYỄN CHU GIA VƯỢNG

CHUYÊN ĐỀ HỌC TẬP
TOÁN 10

SÁCH GIÁO VIÊN



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

HÀ HUY KHOÁI (Tổng Chủ biên)
CUNG THẾ ANH – TRẦN VĂN TẤN (đồng Chủ biên)
NGUYỄN ĐẠT ĐĂNG – PHẠM HOÀNG HÀ – ĐẶNG ĐÌNH HANH
DƯƠNG ANH TUẤN – NGUYỄN CHU GIA VƯỢNG

CHUYÊN ĐỀ HỌC TẬP
TOÁN
10

SÁCH GIÁO VIÊN

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

QUY ƯỚC VIẾT TẮT DÙNG TRONG SÁCH

HĐ	Hoạt động
HS	Học sinh
GV	Giáo viên
SGK	Sách giáo khoa
SGV	Sách giáo viên
THCS	Trung học cơ sở
THPT	Trung học phổ thông

LỜI NÓI ĐẦU

Sách giáo viên Chuyên đề học tập Toán 10 là tài liệu giúp giáo viên hiểu rõ các vấn đề về nội dung, mức độ yêu cầu, phương pháp giảng dạy sách Chuyên đề học tập Toán 10. Cũng có thể hiểu *Sách giáo viên Chuyên đề học tập Toán 10* là tài liệu hướng dẫn sử dụng sách Chuyên đề học tập Toán 10 trong công tác dạy học.

Với mong muốn tạo điều kiện cho giáo viên chủ động, sáng tạo trong giảng dạy, *Sách giáo viên Chuyên đề học tập Toán 10* chủ yếu làm rõ các vấn đề sau:

1. Chương trình môn Toán cấp Trung học phổ thông, bao gồm cả vấn đề phương pháp dạy học được cụ thể hoá trong Chuyên đề học tập Toán 10 như thế nào.
2. Ý tưởng của tác giả ẩn sau cấu trúc bài học và từng nội dung cụ thể mà giáo viên cần hiểu rõ để truyền tải cho học sinh.
3. Một số gợi ý trong việc tổ chức học tập trên lớp như tổ chức thực hiện các hoạt động được thiết kế trong sách, bao gồm cả các bài luyện tập, vận dụng, ...
4. Cung cấp đáp án cho các hoạt động, câu hỏi, bài luyện tập trên lớp, bài vận dụng và bài tập trong sách Chuyên đề học tập Toán 10.

Với tinh thần đó, Sách giáo viên Chuyên đề học tập Toán 10 gồm hai phần:

- *Phần một:* Hướng dẫn chung.

  Phần này trình bày các vấn đề như: Chương trình (mục tiêu và những điểm cần lưu ý); Giới thiệu chung về sách Chuyên đề học tập Toán 10 (quan điểm biên soạn, cấu trúc nội dung, cấu trúc các bài học, phương pháp tiếp cận); Phương pháp dạy học, đánh giá kết quả giáo dục.
- *Phần hai:* Hướng dẫn cụ thể.

  Phần này sẽ đi vào từng chương, bài với nội dung, thời lượng và mục tiêu cần đạt; một số gợi ý về cách tổ chức giảng dạy hay thực hiện các phần quan trọng của mỗi bài học; Đáp số/hướng dẫn/lời giải cho các câu hỏi, bài luyện tập tại lớp, bài vận dụng và bài tập trong sách Chuyên đề học tập Toán 10.

Hi vọng, *Sách giáo viên Chuyên đề học tập Toán 10* sẽ là tài liệu hữu ích cho giáo viên khi giảng dạy Chuyên đề học tập Toán 10.

MỤC LỤC

Trang

PHẦN MỘT HƯỚNG DẪN CHUNG

A MỤC TIÊU MÔN TOÁN

I Mục tiêu chung

Chương trình môn Toán giúp HS đạt các mục tiêu chủ yếu sau:

1. Hình thành và phát triển năng lực toán học bao gồm các thành tố cốt lõi sau: năng lực tư duy và lập luận toán học; năng lực mô hình hoá toán học; năng lực giải quyết vấn đề toán học; năng lực giao tiếp toán học; năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán.

2. Góp phần hình thành và phát triển ở HS các phẩm chất chủ yếu và năng lực chung theo các mức độ phù hợp với môn học, cấp học được quy định tại Chương trình tổng thể.

3. Có kiến thức, kĩ năng toán học phổ thông, cơ bản, thiết yếu; phát triển khả năng giải quyết vấn đề có tính tích hợp liên môn giữa môn Toán và các môn học khác như Vật lí, Hoá học, Sinh học, Địa lí, Tin học, Công nghệ, Lịch sử, Nghệ thuật, ...; tạo cơ hội để HS được trải nghiệm, áp dụng toán học vào thực tiễn.

4. Có hiểu biết tương đối tổng quát về sự hữu ích của toán học đối với từng ngành nghề liên quan để làm cơ sở định hướng nghề nghiệp, cũng như có đủ năng lực tối thiểu để tự tìm hiểu những vấn đề liên quan đến toán học trong suốt cuộc đời.

II Mục tiêu của môn Toán cấp Trung học phổ thông

Môn Toán cấp Trung học phổ thông nhằm giúp HS đạt các mục tiêu chủ yếu sau:

1. Góp phần hình thành và phát triển năng lực toán học với yêu cầu cần đạt: nêu và trả lời được câu hỏi khi lập luận, giải quyết vấn đề; sử dụng được các phương pháp lập luận, quy nạp và suy diễn để hiểu được những cách thức khác nhau trong việc giải quyết vấn đề; thiết lập được mô hình toán học để mô tả tình huống, từ đó đưa ra cách giải quyết vấn đề toán học đặt ra trong mô hình được thiết lập; thực hiện và trình bày được giải pháp giải quyết vấn đề và đánh giá được giải pháp đã thực hiện, phản ánh được giá trị của giải pháp, khái quát hoá được cho vấn đề tương tự; sử dụng được công cụ, phương tiện học toán trong học tập, khám phá và giải quyết vấn đề toán học.

2. Có những kiến thức và kĩ năng toán học cơ bản, thiết yếu về:

– *Đại số và Giải tích*: Tính toán và sử dụng công cụ tính toán; sử dụng ngôn ngữ và kí hiệu đại số; biến đổi biểu thức đại số và siêu việt (lượng giác, mũ, lôgarit), phương trình, hệ phương trình, bất phương trình; nhận biết các hàm số sơ cấp cơ bản (luỹ thừa, lượng giác, mũ, lôgarit); khảo sát hàm số và vẽ đồ thị hàm số bằng công cụ đạo hàm;

sử dụng ngôn ngữ hàm số, đồ thị hàm số để mô tả và phân tích một số quá trình và hiện tượng trong thế giới thực; sử dụng tích phân để tính toán diện tích hình phẳng và thể tích vật thể trong không gian.

– *Hình học và Đo lường*: Cung cấp những kiến thức và kĩ năng (ở mức độ suy luận logic) về các quan hệ hình học và một số hình phẳng, hình khối quen thuộc; phương pháp đại số (vectơ, toạ độ) trong hình học; phát triển trí tưởng tượng không gian; giải quyết một số vấn đề thực tiễn đơn giản gắn với Hình học và Đo lường.

– *Thống kê và Xác suất*: Hoàn thiện khả năng thu thập, phân loại, biểu diễn, phân tích và xử lí dữ liệu thống kê; sử dụng các công cụ phân tích dữ liệu thống kê thông qua các số đặc trưng đo xu thế trung tâm và đo mức độ phân tán cho mẫu số liệu không ghép nhóm và ghép nhóm; sử dụng các quy luật thống kê trong thực tiễn; nhận biết các mô hình ngẫu nhiên, các khái niệm cơ bản của xác suất và ý nghĩa của xác suất trong thực tiễn.

3. Góp phần giúp HS có những hiểu biết tương đối tổng quát về các ngành nghề gắn với môn Toán và giá trị của nó; làm cơ sở cho định hướng nghề nghiệp sau trung học phổ thông; có đủ năng lực tối thiểu để tự tìm hiểu những vấn đề liên quan đến toán học trong suốt cuộc đời.

III Mục tiêu Chuyên đề học tập môn Toán lớp 10

Cụ thể hoá mục tiêu môn Toán, Chuyên đề học tập Toán 10 nhằm giúp HS đạt được các kiến thức, kĩ năng chủ yếu sau:

1. Nhận biết khái niệm nghiệm của hệ phương trình bậc nhất ba ẩn; Giải hệ phương trình bậc nhất ba ẩn bằng phương pháp Gauss; Tìm nghiệm hệ phương trình bậc nhất ba ẩn bằng máy tính cầm tay; Vận dụng cách giải hệ phương trình bậc nhất ba ẩn vào giải quyết một số bài toán Vật lí (tính điện trở, tính cường độ dòng điện trong dòng điện không đổi, ...), Hoá học (cân bằng phản ứng, ...), Sinh học (bài tập nguyên phân, giảm phân, ...).; Vận dụng cách giải hệ phương trình bậc nhất ba ẩn để giải quyết một số vấn đề thực tiễn cuộc sống (ví dụ: bài toán lập kế hoạch sản xuất, mô hình cân bằng thị trường, phân bố vốn đầu tư, ...).

2. Mô tả các bước chứng minh tính đúng đắn của một mệnh đề toán học bằng phương pháp quy nạp; Chứng minh tính đúng đắn của một mệnh đề toán học bằng phương pháp quy nạp toán học; Vận dụng phương pháp quy nạp toán học để giải quyết một số vấn đề thực tiễn; Khai triển được nhị thức Newton $(a + b)^n$ bằng cách vận dụng tổ hợp; Xác định các hệ số trong nhị thức Newton thông qua tam giác Pascal; Xác định hệ số của x^k trong khai triển $(ax + b)^n$ thành đa thức.

3. Xác định các yếu tố đặc trưng của đường conic (đỉnh, tiêu điểm, tiêu cự, độ dài trục, tâm sai, đường chuẩn, bán kính qua tiêu) khi biết phương trình chính tắc của đường conic đó; Nhận biết đường conic như là giao của mặt phẳng với mặt nón; Giải quyết một số vấn đề thực tiễn gắn với ba đường conic (ví dụ: giải thích một số hiện tượng trong Quang học, xác định quỹ đạo chuyển động của các hành tinh trong Hệ Mặt Trời, ...).

B GIỚI THIỆU SÁCH CHUYÊN ĐỀ HỌC TẬP TOÁN 10

I Quan điểm biên soạn sách Chuyên đề học tập Toán 10

1. *Sách Chuyên đề học tập Toán 10 được biên soạn nhằm đáp ứng các yêu cầu chung đối với SGK mới:*

- Tuân thủ định hướng đổi mới giáo dục phổ thông với trọng tâm là chuyển nền giáo dục từ chú trọng truyền thụ kiến thức sang giúp HS hình thành, phát triển toàn diện phẩm chất và năng lực.
- Bám sát các tiêu chuẩn SGK mới theo Thông tư số 33/2017 của Bộ Giáo dục và Đào tạo ban hành ngày 22 tháng 12 năm 2017.

2. *Tư tưởng chủ đạo trong SGK được thể hiện rõ từ cấu trúc của sách đến cách tiếp cận các nội dung giáo dục:*

- Đổi mới SGK theo mô hình phát triển phẩm chất và năng lực của HS nhưng không xem nhẹ vai trò của kiến thức. Kiến thức và kĩ năng là hai nhân tố quan trọng để phát triển phẩm chất và năng lực của HS; đồng thời chúng có quan hệ mật thiết với nhau: có kiến thức thì mới hình thành và phát triển được kĩ năng; ngược lại, có rèn luyện và nâng cao kĩ năng thì kiến thức mới được củng cố và phát triển sâu sắc.
- Kiến thức toán không chỉ phát triển từ chính Toán học mà quan trọng hơn, còn bắt nguồn từ cuộc sống và phục vụ cho cuộc sống.
- Nội dung và phương pháp giáo dục phải phù hợp với đặc điểm tâm lí và trải nghiệm của HS lớp 10.
- Các năng lực chung và năng lực toán học có quan hệ liên kết, gắn bó, hỗ trợ lẫn nhau, cùng nhau phát triển. Do đó, bên cạnh các năng lực vốn đã được coi trọng như năng lực tư duy lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học, không thể xem nhẹ các năng lực như: năng lực giao tiếp toán học (đọc, nghe, viết, diễn đạt các nội dung toán học), năng lực tự học, năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán.
- Nội dung Toán 10 phải bảo đảm tính tích hợp nội môn và liên môn, tính phân hoá trong giáo dục và hỗ trợ tốt cho GV trong việc đổi mới phương pháp dạy học.

II Về cấu trúc các bài học

1. Sách Chuyên đề học tập Toán 10 gồm ba chuyên đề:

- Hệ phương trình bậc nhất ba ẩn;
- Phương pháp quy nạp toán học. Nhị thức Newton;
- Ba đường conic và ứng dụng.

Mỗi chuyên đề được chia thành các bài học.

2. Thiết kế bài học được xác định là yếu tố quan trọng nhất trong việc hỗ trợ GV đổi mới phương pháp giảng dạy và giúp HS phát triển năng lực và phẩm chất.

- Bên cạnh các phẩm chất ***trách nhiệm, chăm chỉ, trung thực*** được thể hiện xuyên suốt quá trình học tập và báo cáo kết quả học tập, các phẩm chất khác như ***yêu nước, nhân ái***, ... cũng được chú ý trong việc lựa chọn mô hình, chất liệu, cách thể hiện nội dung.
- Bên cạnh các năng lực ***tư duy và lập luận toán học, giao tiếp toán học, sử dụng công cụ và phương tiện toán học***, các năng lực ***giải quyết vấn đề toán học, mô hình hoá toán học*** được chú ý thoả đáng và là một trong những điểm khác biệt lớn so với sách giáo khoa hiện hành.
- Cấu trúc của các bài học trong sách Chuyên đề học tập Toán 10 tạo điều kiện cho GV vận dụng sáng tạo các phương pháp và hình thức tổ chức dạy học, lấy hoạt động của HS làm trung tâm; tạo cơ hội và khuyến khích HS tích cực, chủ động, sáng tạo trong học tập.
- Các bài học được xây dựng theo hướng cho HS đi từ các vấn đề của cuộc sống đến các khái niệm, định lí toán học, sau đó, từ những hiểu biết toán học quay lại giải quyết các vấn đề của cuộc sống.

3. Mỗi bài học trong sách Chuyên đề học tập Toán 10 gồm có bốn thành phần cơ bản là *mở đầu*, *kiến thức* mới, *luyện tập*, *vận dụng*. Tuy vậy, trong khi phần mở đầu dành chung cho toàn bài học, các phần còn lại đi theo các mục trong bài học.

- **Mở đầu** bài học đưa ra tình huống làm nảy sinh nhu cầu học tập, nó có thể là một bài toán thực tế đại diện, hay là một đoạn dẫn nhập để mở ra một chân trời tri thức.
- Sau mở đầu, bài học được chia thành các mục, theo các chủ đề. Trong mỗi mục, vòng lặp "*hoạt động hình thành kiến thức, khung kiến thức, ví dụ, luyện tập*" được chạy theo từng đơn vị kiến thức. Hoạt động vận dụng (vào các vấn đề mang tính thực tế) được đưa ra khi HS đã đạt được một lượng kiến thức, kĩ năng cần thiết và thường được đưa ra ở cuối mỗi mục.
- **Hoạt động hình thành kiến thức** giúp HS quan sát và trải nghiệm, tính toán và lập luận để có ý niệm sơ bộ về khái niệm, cơ sở trải nghiệm và cơ sở lí luận cho kết luận, từ đó, đi đến khung kiến thức. Các tác giả đã thiết kế các hoạt động hình thành kiến thức với các cách thức khác nhau, theo tinh thần "Bốn mươi thế kỉ cùng ra trận", để HS đến với tri thức một cách chủ động nhất, tự nhiên nhất, vững chắc nhất có thể. Các hoạt động được chia thành từng bước để vừa sức với HS trong khoảng thời gian cho phép.
- **Khung kiến thức** (xuất hiện chủ yếu sau các hoạt động và đôi khi sau ví dụ) trình bày các kiến thức mang tính lí thuyết của bài học, sau đó HS được sử dụng (trừ khi có yêu cầu rõ chứng minh trong phần bài tập).
- HS có thể học ở các **Ví dụ** về phương pháp và cách trình bày, từ đó thực hành các **Luyện tập** để củng cố kiến thức và kĩ năng.

- **Vận dụng** (mang tính thực tế) được đưa ra để HS giải quyết (bao gồm cả tình huống được nêu ra ở đầu bài học) sau khi đã được trau dồi kiến thức và kĩ năng. Hoạt động này giúp HS phát triển các năng lực mô hình hoá toán học và giải quyết vấn đề toán học: xác định mô hình toán học trong bài toán thực tế; giải quyết bài toán toán học; thể hiện, đánh giá ngược trở lại từ kết quả toán học sang kết quả thực tế.
- Cuối mỗi bài học là phần **bài tập** (chọn lọc, có số lượng vừa phải) để HS tiếp tục củng cố, rèn luyện kiến thức và kĩ năng khi tự học.
- Mục "**Em có biết**?" cung cấp ngắn gọn cho HS những câu chuyện, thông tin bổ ích và thú vị liên quan tới nội dung học.

4. Sách Chuyên đề học tập Toán 10 được thiết kế theo hướng GV là người chỉ đạo, tổ chức, giám sát, kiểm tra, gợi ý, giảng giải, chốt kiến thức, kĩ năng; HS tích cực tham gia vào các hoạt động để hình thành, củng cố và phát triển kiến thức, kĩ năng, học đến đâu vững tới đó. Tuỳ từng hoạt động, tuỳ vào hoàn cảnh thực tế lớp học, GV chủ động, linh hoạt trong hoạt động dạy và học trên lớp. Chẳng hạn, GV chủ động lựa chọn hình thức (thực hiện theo nhóm, hay cá nhân, gọi lên bảng, hay trả lời trực tiếp, kiểm tra chéo hay báo cáo kết quả trực tiếp với GV), chủ động chọn thời điểm, mức độ tương tác với HS (khi nào đưa ra các gợi ý, hỗ trợ, mức độ hỗ trợ tới đâu, ...).

Vai trò của GV và nhiệm vụ của HS trong dạy và học theo Sách Chuyên đề học tập Toán 10, cơ bản được xác định như sau:

HOẠT ĐỘNG, NỘI DUNG	VAI TRÒ CỦA GV	NHIỆM VỤ CỦA HS
Mở đầu bài học	Dẫn dắt, đặt vấn đề	Theo dõi, tiếp thu.
Hoạt động hình thành kiến thức	Tổ chức để HS thực hiện; kiểm tra, hỗ trợ, gợi ý, hướng dẫn, chỉnh sửa, đánh giá, kết luận.	Thực hành dưới sự chỉ đạo của GV.
Khung kiến thức	Giảng giải, phân tích, bình luận, nêu chú ý, câu hỏi, ví dụ minh hoạ.	Tiếp thu, ghi nhớ kiến thức, nêu lên điều chưa rõ, chưa hiểu.
Ví dụ (mẫu về phương pháp và trình bày)	Trình bày, giảng giải, phân tích, bình luận, nêu chú ý.	Tiếp thu, nêu câu hỏi (nếu có) để hiểu rõ nội dung.
Luyện tập	Tổ chức để HS thực hiện; kiểm tra, hỗ trợ, gợi ý, hướng dẫn, chỉnh sửa, đánh giá, kết luận.	Sử dụng kiến thức, kĩ năng đã được học, chủ động thực hành luyện tập dưới sự chỉ đạo của GV.

Vận dụng	Tổ chức để HS thực hiện; kiểm tra, hỗ trợ, gợi ý, hướng dẫn, chỉnh sửa, đánh giá, kết luận.	Sử dụng kiến thức, kĩ năng đã được học, chủ động thực hiện dưới sự chỉ đạo của GV.
Hoạt động trải nghiệm (nhỏ), thảo luận (nhanh), khám phá (nhỏ) (nếu có)	Tổ chức để HS thực hiện; kiểm tra, hỗ trợ, gợi ý, hướng dẫn, chỉnh sửa, đánh giá, kết luận. Cũng có thể hướng dẫn để HS trải nghiệm ở nhà.	Chủ động thực hiện theo sự chỉ đạo của GV.
Bài tập	Kiểm tra, đánh giá, kết luận và chọn lọc hướng dẫn một số bài (tuỳ theo hoàn cảnh và thời lượng cho phép).	Dựa trên kiến thức và kĩ năng đã được học trên lớp, HS chủ động luyện tập bài tập ở nhà.
Em có biết?	Nếu có điều kiện, GV giảng giải thêm hoặc hướng dẫn HS tìm hiểu thêm.	Khuyến khích HS đọc, tìm hiểu để mở rộng hiểu biết và tăng thêm hứng thú học tập.

III Phân bổ thời lượng trong SGK và sách Chuyên đề học tập Toán 10

- Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán 2018 (sau đây gọi tắt là Chương trình) quy định thời lượng Toán 10 gồm 105 tiết, phân bổ: 44% cho mạch Đại số và Giải tích, 35% cho mạch Hình học và Đo lường, 14% cho mạch Xác suất và Thống kê, 7% cho Thực hành và Trải nghiệm. Bên cạnh 105 tiết nói trên, Chương trình dành 35 tiết cho các chuyên đề học tập tự chọn (trong đó có 3 tiết dành cho ôn tập và kiểm tra Chuyên đề).
- Tuỳ thực tế, nhà trường linh hoạt trong việc lựa chọn thời điểm trong năm học để dạy các chuyên đề. Về chuyên môn, cần lưu ý:
  - Nhìn chung, có thể dạy chuyên đề Hệ phương trình bậc nhất ba ẩn vào thời điểm bất kì trong năm học;
  - Chuyên đề Phương pháp quy nạp toán học và nhị thức Newton cần được giảng dạy sau nội dung về Đại số tổ hợp (quy tắc đếm, hoán vị, tổ hợp, chỉnh hợp, nhị thức Newton với số mũ bằng 4 hoặc 5) trong chương trình Toán 10 chung.
  - Chuyên đề Ba đường conic và ứng dụng cần được học sau nội dung tương ứng trong chương trình Toán 10 chung.
- Chương trình không quy định thời lượng chi tiết cho từng chuyên đề, nhà trường chủ động trong việc phân bổ thời lượng cho từng chuyên đề và từng bài học, đảm bảo giáo dục đạt hiệu quả. Sau đây là đề xuất phân bổ thời lượng của nhóm tác giả sách Chuyên đề học tập Toán 10 để nhà trường và GV tham khảo:

PHÂN PHỐI CHƯƠNG TRÌNH VÀ DỰ KIẾN KẾ HOẠCH DẠY HỌC

STT	Tên chuyên đề	Tên bài	Số tiết					Ghi chú
			ĐS	HH	XS	TN	ÔTKT	
1	CHUYÊN ĐỀ 1. HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT BA ẨN	Bài 1. Hệ phương trình bậc nhất ba ẩn	5					
		Bài 2. Ứng dụng của hệ phương trình bậc nhất ba ẩn	4					
		Bài tập cuối chuyên đề 1	2					
2	CHUYÊN ĐỀ 2. PHƯƠNG PHÁP QUY NẠP TOÁN HỌC. NHỊ THỨC NEWTON	Bài 3. Phương pháp quy nạp toán học	4					
		Bài 4. Nhị thức Newton	5					
		Bài tập cuối chuyên đề 2	1					
3	CHUYÊN ĐỀ 3. BA ĐƯỜNG CONIC VÀ ỨNG DỤNG	Bài 5. Elip		3				
		Bài 6. Hypebol		3				
		Bài 7. Parabol		2				
		Bài 8. Sự thống nhất giữa ba đường conic		2				
		Bài tập cuối chuyên đề 3		1				
4		Ôn tập và kiểm tra					3	
Tổng			21	11	0	0	3	35

IV Những điểm cần chú ý về nội dung Chương trình và sách Chuyên đề học tập Toán 10

- Chương trình môn Toán cấp Trung học phổ thông năm 2018 gồm ba mạch kiến thức: Đại số và Giải tích, Hình học và Đo lường, Thống kê và Xác suất.

  Đáng chú ý là các tác giả Chương trình đã nêu rõ quan điểm xây dựng Chương trình là "Chương trình môn Toán chỉ quy định những nguyên tắc, định hướng chung về yêu cầu cần đạt về phẩm chất và năng lực của HS, nội dung giáo dục, phương pháp giáo dục và việc đánh giá kết quả giáo dục, không quy định quá chi tiết, để tạo điều kiện cho các tác giả SGK và GV phát huy tính chủ động, sáng tạo trong thực hiện Chương trình".

  Với quan điểm như vậy, khi thực hiện "một Chương trình – nhiều bộ SGK" sẽ khó tránh khỏi sự thiếu thống nhất về mặt chi tiết giữa các bộ SGK khác nhau. Do đó khi sử dụng bộ sách này, GV cần nghiên cứu kĩ nội dung của từng bài học trong sách Chuyên đề học tập Toán 10 và SGV Chuyên đề học tập Toán 10.

- Chương trình Chuyên đề học tập Toán 10 gồm ba nội dung: Hệ phương trình bậc nhất ba ẩn; Phương pháp quy nạp toán học, nhị thức Newton; Ba đường conic và ứng dụng.

  Trong SGK lớp 10 cũ, hệ phương trình bậc nhất ba ẩn được trình bày qua một ví dụ và bài tập. Trong Chương trình 2018, HS được học về hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn ở lớp 9, và được học một cách có hệ thống về hệ ba phương trình bậc nhất ba ẩn trong Chuyên đề học tập Toán 10, ứng dụng được nhấn mạnh.

  Trong Chương trình năm 2006, các nội dung Phương pháp quy nạp toán học, nhị thức Newton được đặt ở lớp 11. Chương trình năm 2018 đưa các nội dung này xuống lớp 10; trong đó phần khai triển nhị thức Newton với số mũ thấp (số mũ bằng 4 hoặc 5) được nằm ở chương trình chung cho tất cả HS, phần phương pháp quy nạp toán học và phần khai triển nhị thức Newton với số mũ tuỳ ý được đưa vào chuyên đề tự chọn.

  Trong Chương trình năm 2018, khái niệm ba đường conic, phương trình chính tắc và một số ứng dụng nằm ở chương trình 105 tiết Toán 10 chung cho tất cả HS. Chuyên đề tự chọn về ba đường này đi sâu hơn vào các tính chất và ứng dụng của chúng (giao của mặt phẳng với mặt nón tròn xoay, trục, tâm sai, đường chuẩn của các đường conic). Ứng dụng của ba đường conic được nhấn mạnh.

C PHƯƠNG PHÁP DẠY HỌC VÀ ĐÁNH GIÁ KẾT QUẢ GIÁO DỤC

I Phương pháp dạy học

1. Phương pháp dạy học trong Chương trình môn Toán đáp ứng các yêu cầu cơ bản sau:

a) Phù hợp với tiến trình nhận thức của HS (đi từ cụ thể đến trừu tượng, từ dễ đến khó); không chỉ coi trọng tính logic của khoa học toán học mà cần chú ý cách tiếp cận dựa trên vốn kinh nghiệm và sự trải nghiệm của HS.

b) Quán triệt tinh thần "lấy người học làm trung tâm", phát huy tính tích cực, tự giác, chú ý nhu cầu, năng lực nhận thức, cách thức học tập khác nhau của từng cá nhân HS; tổ chức quá trình dạy học theo hướng kiến tạo, trong đó HS được tham gia tìm tòi, phát hiện, suy luận giải quyết vấn đề.

c) Linh hoạt trong việc vận dụng các phương pháp, kĩ thuật dạy học tích cực; kết hợp nhuần nhuyễn, sáng tạo với việc vận dụng các phương pháp, kĩ thuật dạy học truyền thống; kết hợp các hoạt động dạy học trong lớp học với hoạt động thực hành trải nghiệm, vận dụng kiến thức toán học vào thực tiễn. Cấu trúc bài học bảo đảm tỉ lệ cân đối, hài hoà giữa kiến thức cốt lõi, kiến thức vận dụng và các thành phần khác.

d) Sử dụng đủ và hiệu quả các phương tiện, thiết bị dạy học tối thiểu theo quy định đối với môn Toán; có thể sử dụng các đồ dùng dạy học tự làm phù hợp với nội dung học và các đối tượng HS; tăng cường sử dụng công nghệ thông tin và các phương tiện, thiết bị dạy học hiện đại một cách phù hợp và hiệu quả.

2. Định hướng phương pháp hình thành phát triển các phẩm chất chủ yếu và năng lực chung

a) Phương pháp hình thành, phát triển các phẩm chất chủ yếu

Thông qua việc tổ chức các hoạt động học tập, môn Toán góp phần cùng các môn học và hoạt động giáo dục khác giúp HS rèn luyện tính trung thực, tình yêu lao động, tinh thần trách nhiệm, ý thức hoàn thành nhiệm vụ học tập; bồi dưỡng sự tự tin, hứng thú học tập, thói quen đọc sách và ý thức tìm tòi, khám phá khoa học.

b) Phương pháp hình thành, phát triển các năng lực chung

- Môn Toán góp phần hình thành và phát triển năng lực tự chủ và tự học thông qua việc rèn luyện cho người học biết cách lựa chọn mục tiêu, lập được kế hoạch học tập, hình thành cách tự học, rút kinh nghiệm và điều chỉnh để có thể vận dụng vào các tình huống khác trong quá trình học các khái niệm, kiến thức và kĩ năng toán học cũng như khi thực hành, luyện tập hoặc tự lực giải toán, giải quyết các vấn đề có ý nghĩa toán học.
- Môn Toán góp phần hình thành và phát triển năng lực giao tiếp và hợp tác thông qua việc nghe hiểu, đọc hiểu, ghi chép, diễn tả được các thông tin toán học cần thiết trong văn bản toán học; thông qua sử dụng hiệu quả ngôn ngữ toán học kết hợp với ngôn ngữ thông thường để trao đổi, trình bày được các nội dung, ý tưởng, giải pháp toán học trong sự tương tác với người khác, đồng thời thể hiện sự tự tin, tôn trọng người đối thoại khi mô tả, giải thích các nội dung, ý tưởng toán học.
- Môn Toán góp phần hình thành và phát triển năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo thông qua việc giúp HS nhận biết được tình huống có vấn đề; chia sẻ sự am hiểu vấn đề với người khác; biết đề xuất, lựa chọn được cách thức, quy trình giải quyết vấn đề và biết trình bày giải pháp cho vấn đề; biết đánh giá giải pháp đã thực hiện và khái quát hoá cho vấn đề tương tự.

3. Phương pháp dạy học môn Toán góp phần hình thành và phát triển năng lực tính toán, năng lực ngôn ngữ và các năng lực đặc thù khác. Cụ thể:

a) Môn Toán với ưu thế nổi trội, có nhiều cơ hội để phát triển năng lực tính toán thể hiện ở chỗ vừa cung cấp kiến thức toán học, rèn luyện kĩ năng tính toán, ước lượng, vừa giúp hình thành và phát triển các thành tố của năng lực toán học (năng lực tư duy và lập luận, năng lực mô hình hoá, năng lực giải quyết vấn đề; năng lực giao tiếp và năng lực sử dụng công cụ và phương tiện học toán).

b) Môn Toán góp phần phát triển năng lực ngôn ngữ thông qua rèn luyện kĩ năng đọc hiểu, diễn giải, phân tích, đánh giá tình huống có ý nghĩa toán học, thông qua việc sử dụng hiệu quả ngôn ngữ toán học kết hợp với ngôn ngữ thông thường để trình bày, diễn tả các nội dung, ý tưởng, giải pháp toán học.

c) Môn Toán góp phần phát triển năng lực tin học thông qua việc sử dụng các phương tiện, công cụ công nghệ thông tin và truyền thông như công cụ hỗ trợ trong học tập và tự học; tạo dựng môi trường học tập trải nghiệm.

d) Môn Toán góp phần phát triển năng lực thẩm mĩ thông qua việc giúp HS làm quen với lịch sử toán học, với tiểu sử của các nhà toán học và thông qua việc nhận biết vẻ đẹp của Toán học trong thế giới tự nhiên.

II Đánh giá kết quả giáo dục

Mục tiêu đánh giá kết quả giáo dục môn Toán là cung cấp thông tin chính xác, kịp thời, có giá trị về sự phát triển năng lực và sự tiến bộ của HS trên cơ sở yêu cầu cần đạt ở mỗi lớp học, cấp học; điều chỉnh các hoạt động dạy học, bảo đảm sự tiến bộ của từng HS và nâng cao chất lượng giáo dục môn Toán nói riêng và chất lượng giáo dục nói chung.

Vận dụng kết hợp nhiều hình thức đánh giá (đánh giá quá trình, đánh giá định kì), nhiều phương pháp đánh giá (quan sát, ghi lại quá trình thực hiện, vấn đáp, trắc nghiệm khách quan, tự luận, kiểm tra viết, bài tập thực hành, các dự án/sản phẩm học tập, thực hiện nhiệm vụ thực tiễn, ...) vào những thời điểm thích hợp.

Đánh giá quá trình (hay đánh giá thường xuyên) do GV phụ trách môn học tổ chức, kết hợp với đánh giá của GV các môn học khác, của bản thân HS được đánh giá và của các HS khác trong tổ, trong lớp hoặc đánh giá của cha mẹ HS. Đánh giá quá trình đi liền với tiến trình hoạt động học tập của HS, tránh tình trạng tách rời giữa quá trình dạy học và quá trình đánh giá, bảo đảm mục tiêu đánh giá vì sự tiến bộ trong học tập của HS.

Đánh giá định kì (hay đánh giá tổng kết) có mục đích chính là đánh giá việc thực hiện các mục tiêu học tập. Kết quả đánh giá định kì và đánh giá tổng kết được sử dụng để chứng nhận cấp độ học tập, công nhận thành tích của HS. Đánh giá định kì do cơ sở giáo dục tổ chức hoặc thông qua các kì kiểm tra, đánh giá quốc gia.

Đánh giá định kì còn được sử dụng để phục vụ quản lí các hoạt động dạy học, bảo đảm chất lượng ở cơ sở giáo dục và phục vụ phát triển Chương trình môn Toán.

Đánh giá năng lực HS thông qua các bằng chứng biểu hiện kết quả đạt được trong quá trình thực hiện các hành động của HS. Tiến trình đánh giá gồm các bước cơ bản như: xác định mục đích đánh giá; xác định bằng chứng cần thiết; lựa chọn các phương pháp, công cụ đánh giá thích hợp; thu thập bằng chứng; giải thích bằng chứng và đưa ra nhận xét.

Chú trọng việc lựa chọn phương pháp, công cụ đánh giá các thành tố của năng lực toán học. Cụ thể:

- Đánh giá năng lực tư duy và lập luận toán học: có thể sử dụng một số phương pháp, công cụ đánh giá như các câu hỏi (nói, viết), bài tập, ... mà đòi hỏi HS phải trình bày, so sánh, phân tích, tổng hợp, hệ thống hoá kiến thức; phải vận dụng kiến thức toán học để giải thích, lập luận.
- Đánh giá năng lực mô hình hoá toán học: lựa chọn những tình huống trong thực tiễn làm xuất hiện bài toán toán học. Từ đó, đòi hỏi HS phải xác định được mô hình toán học (gồm công thức, phương trình, bảng biểu, đồ thị, ...) cho tình huống xuất hiện trong bài toán thực tiễn; giải quyết được những vấn đề toán học trong mô hình được

thiết lập; thể hiện và đánh giá được lời giải trong ngữ cảnh thực tiễn và cải tiến được mô hình nếu cách giải quyết không phù hợp.

– Đánh giá năng lực giải quyết vấn đề toán học: có thể sử dụng các phương pháp như yêu cầu người học nhận dạng tình huống, phát hiện và trình bày vấn đề cần giải quyết; mô tả, giải thích các thông tin ban đầu, mục tiêu, mong muốn của tình huống vấn đề đang xem xét; thu thập, lựa chọn, sắp xếp thông tin và kết nối với kiến thức đã có; sử dụng các câu hỏi (có thể yêu cầu trả lời nói hoặc viết) đòi hỏi người học vận dụng kiến thức vào giải quyết vấn đề, đặc biệt các vấn đề thực tiễn; sử dụng phương pháp quan sát (như bảng kiểm theo các tiêu chí đã xác định), quan sát người học trong quá trình giải quyết vấn đề; đánh giá qua các sản phẩm thực hành của người học (chẳng hạn sản phẩm của các dự án học tập); quan tâm hợp lí đến các nhiệm vụ đánh giá mang tính tích hợp.

– Đánh giá năng lực giao tiếp toán học: có thể sử dụng các phương pháp như yêu cầu người học nghe hiểu, đọc hiểu, ghi chép (tóm tắt), phân tích, lựa chọn, trích xuất được các thông tin toán học cơ bản, trọng tâm trong văn bản nói hoặc viết; sử dụng được ngôn ngữ toán học kết hợp với ngôn ngữ thông thường trong việc trình bày, diễn đạt, nêu câu hỏi, thảo luận, tranh luận các nội dung, ý tưởng, giải pháp toán học trong sự tương tác với người khác.

– Đánh giá năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán: có thể sử dụng các phương pháp như yêu cầu người học nhận biết được tên gọi, tác dụng, quy cách sử dụng, cách thức bảo quản, ưu điểm, hạn chế của các công cụ, phương tiện học toán; trình bày được cách sử dụng (hợp lí) công cụ, phương tiện học toán để thực hiện nhiệm vụ học tập hoặc để diễn tả những lập luận, chứng minh toán học.

Khi GV lên kế hoạch bài học, cần thiết lập các tiêu chí và cách thức đánh giá để bảo đảm ở cuối mỗi bài học HS đạt được các yêu cầu cơ bản dựa trên các tiêu chí đã nêu, trước khi thực hiện các hoạt động học tập tiếp theo.

PHẦN
HAI — HƯỚNG DẪN CỤ THỂ

CHUYÊN ĐỀ 1 HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT BA ẨN

A TỔNG QUAN

1 Vị trí, vai trò của Chuyên đề

– Ở cấp THCS, HS đã được học và biết cách giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn hai phương trình. Ở đây, HS sẽ được học cách giải hệ phương trình bậc nhất ba ẩn ba phương trình bằng phương pháp Gauss. Sau khi kết thúc chuyên đề này HS sẽ có cách nhìn tổng quan về hệ phương trình bậc nhất nhiều ẩn nhiều phương trình (còn gọi là hệ phương trình tuyến tính).

– Bài toán giải hệ phương trình tuyến tính đóng vai trò quan trọng không chỉ trong môn Toán nói riêng mà trong tất cả các môn khoa học khác nói chung. Chẳng hạn trong hình học toạ độ phẳng ở lớp 10 các bài toán về phương trình đường thẳng sẽ dẫn tới giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn; ở hình học toạ độ không gian lớp 12, các bài toán về phương trình mặt phẳng sẽ dẫn tới giải hệ phương trình bậc nhất ba ẩn. Hệ phương trình tuyến tính cũng xuất hiện trong tất cả các môn khoa học khác như Vật lí, Hoá học, Sinh học, Kinh tế học, ...

2 Cấu tạo Chuyên đề

Chuyên đề 1 gồm hai bài học và Bài tập cuối chuyên đề, thực hiện trong 11 tiết. Cụ thể như sau:

- Bài 1. Hệ phương trình bậc nhất ba ẩn (5 tiết)
- Bài 2. Ứng dụng của hệ phương trình bậc nhất ba ẩn (4 tiết)
- Bài tập cuối chuyên đề 1 (2 tiết)

3 Một số điểm cần lưu ý

– So với các SGK trước đây, HS sẽ được học nội dung phương pháp Gauss kĩ hơn, được luyện tập giải hệ bằng phương pháp Gauss nhiều hơn. Điều này sẽ giúp HS tiếp cận tốt hơn với hệ phương trình tuyến tính nhiều ẩn nhiều phương trình, tạo điều kiện thuận lợi cho HS theo học các cấp học cao hơn.

– Một điểm mới nữa so với SGK trước đây là ở Bài 2 của chuyên đề, HS sẽ được học rất nhiều ứng dụng của hệ phương trình tuyến tính trong các lĩnh vực liên môn như vật lí, hoá học và sinh học. Đặc biệt là ứng dụng của hệ phương trình tuyến tính vào bài toán kinh tế, định hướng HS đến lĩnh vực toán tài chính, một lĩnh vực không thể thiếu trong xã hội hiện đại, trong nền kinh tế số.

B GIỚI THIỆU CHI TIẾT CÁC BÀI HỌC

Bài 1. HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT BA ẨN (5 tiết)

I MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kĩ năng

– Nhận biết được hệ phương trình bậc nhất ba ẩn.

– Nhận biết được nghiệm của hệ phương trình bậc nhất ba ẩn.

– Giải được hệ phương trình bậc nhất ba ẩn bằng phương pháp Gauss.

– Tìm được nghiệm của hệ phương trình bậc nhất ba ẩn bằng máy tính cầm tay.

2. Về năng lực, phẩm chất

– Rèn luyện năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn (đặt ẩn và thiết lập hệ phương trình để giải bài toán thực tiễn).

– Rèn luyện năng lực tư duy và lập luận toán học thông qua việc học khái niệm hệ phương trình bậc nhất ba ẩn, HS phải so sánh phân tích mối liên hệ giữa hệ hai ẩn và ba ẩn. HS học các phép biến đổi sơ cấp để đưa hệ phương trình về dạng tam giác. Từ đó phải phân tích, giải thích được sự tương đương giữa hệ phương trình ban đầu và hệ dạng tam giác sau khi biến đổi.

– Rèn luyện năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán thể hiện qua việc giải hệ phương trình bậc nhất ba ẩn bằng cách sử dụng máy tính cầm tay.

– Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

II NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

– Ở cấp THCS, HS đã được học cách giải hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn bằng hai phương pháp là cộng đại số và phương pháp thế, ở đây HS sẽ được học cách giải hệ bậc nhất ba ẩn bằng các phép biến đổi sơ cấp, phương pháp này là sự kết hợp của phương pháp cộng đại số và phương pháp thế. Ở cấp THCS, HS cũng đã được học cách giải hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn bằng máy tính cầm tay, ở đây HS sẽ học cách giải hệ ba phương trình bậc nhất ba ẩn bằng máy tính cầm tay.

– Trong Chương trình môn Toán năm 2018, so với trước đây, việc học các phép biến đổi sơ cấp trên hệ để đưa về dạng tam giác được dạy kĩ hơn, học sâu hơn, HS được thực hành biến đổi hệ nhiều hơn. HS được học cách xử lí trường hợp hệ có vô số nghiệm cẩn thận hơn.

– Chuẩn bị của GV:

+ SGK, máy tính cầm tay.

+ Một số thông tin về tiểu sử nhà toán học Gauss.

III GỢI Ý DẠY HỌC

1. Thời lượng

Dự kiến phân bổ thời gian (5 tiết):

+ Tiết 1: Mục 1. Khái niệm hệ phương trình bậc nhất ba ẩn.
Mục 2. Giải hệ phương trình bậc nhất ba ẩn bằng phương pháp Gauss (Hệ dạng tam giác).

+ Tiết 2 + 3: Mục 2. Giải hệ phương trình bậc nhất ba ẩn bằng phương pháp Gauss (tiếp).

+ Tiết 4: Mục 3. Tìm nghiệm của hệ phương trình bậc nhất ba ẩn bằng máy tính cầm tay kết hợp hướng dẫn giải bài tập 1.1 và 1.2.

+ Tiết 5: Hướng dẫn giải bài tập 1.3, 1.4, 1.5 và 1.6.

2. Thực hiện các hoạt động chính của bài học

Tiết 1

1. KHÁI NIỆM HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT BA ẨN

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Tình huống mở đầu	Giúp HS bước đầu làm quen với khái niệm hệ phương trình bậc nhất ba ẩn thông qua một ví dụ đơn giản.	Chưa yêu cầu HS phải đi sâu vào tình huống này ngay, mà chỉ cần cho HS đọc tình huống và dự đoán xem cần phải đặt ẩn như thế nào.
HĐ1. Nhận biết hệ phương trình bậc nhất ba ẩn và nghiệm của nó.	Đây là tình huống cho HS làm quen với hệ phương trình bậc nhất ba ẩn và nghiệm của nó.	HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm. GV nhấn mạnh bậc của các phương trình phải là bậc 1 và số ẩn phải là 3.

Khung kiến thức: Định nghĩa khái niệm phương trình bậc nhất ba ẩn và nghiệm của nó; khái niệm hệ phương trình bậc nhất ba ẩn và nghiệm của nó.	Phát biểu định nghĩa hệ phương trình bậc nhất ba ẩn. Nêu rõ ẩn là gì, hệ số của ẩn, hệ số tự do. Nêu rõ thế nào là nghiệm của hệ. GV cũng nêu cách gọi tắt "hệ phương trình bậc nhất ba ẩn" thay cho khái niệm hệ ba phương trình bậc nhất ba ẩn.	Cho HS nhận xét điểm giống nhau và khác nhau giữa hệ phương trình bậc nhất hai ẩn đã học ở lớp 9 và hệ phương trình bậc nhất ba ẩn ở đây.
Ví dụ 1. Nhận biết hệ phương trình bậc nhất ba ẩn và nghiệm của nó.	Giúp HS nhận dạng hệ bậc nhất ba ẩn và nghiệm của nó. HS cũng biết kiểm tra một bộ ba số có là nghiệm của hệ hay không.	HS tự làm. GV gọi HS lên bảng, nhận xét bài làm của HS và tổng kết lại phương pháp giải.
Luyện tập 1. Nhận biết hệ phương trình bậc nhất ba ẩn và nghiệm của nó.	Cho một ví dụ tương tự Ví dụ 1 để HS tự luyện.	– Hệ a) không là hệ phương trình bậc nhất. Hệ b) là hệ phương trình bậc nhất ba ẩn. – Bộ ba số (–3; 2; –1) là một nghiệm của hệ b).

2. GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT BA ẨN BẰNG PHƯƠNG PHÁP GAUSS

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
HĐ2. Cách giải hệ phương trình bậc nhất ba ẩn dạng tam giác.	Giúp HS tự rút ra cách giải hệ phương trình bậc nhất ba ẩn dạng tam giác.	GV cho HS tự rút ra cách giải hệ phương trình bậc nhất ba ẩn dạng tam giác, sau đó GV chốt lại, đó là thế ngược từ dưới lên.
Khung kiến thức.	Giúp HS biết cách giải hệ phương trình bậc nhất ba ẩn dạng tam giác.	GV cho HS phát biểu, sau đó chốt lại.
Ví dụ 2. Giải hệ phương trình bậc nhất ba ẩn dạng tam giác.	Cho HS tự giải một hệ phương trình bậc nhất ba ẩn dạng tam giác.	GV gọi HS lên bảng thực hành và nhận xét cách làm.

Luyện tập 2. Giải hệ phương trình bậc nhất ba ẩn dạng tam giác.	Cho HS một ví dụ về hệ phương trình bậc nhất ba ẩn dạng tam giác ngược và cách giải hệ tam giác ngược là thế từ trên xuống dưới.	Nghiệm của hệ là $$\left(x;y;z\right)=\left(\frac{3}{2};\frac{1}{2};-3\right).$$

Tiết 2 + 3

2. GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT BA ẨN BẰNG PHƯƠNG PHÁP GAUSS (tiếp theo)

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
HĐ3. Biến đổi hệ phương trình bậc nhất ba ẩn về hệ dạng tam giác.	Hướng dẫn HS bước đầu thực hiện các thao tác biến đổi tương đương để đưa hệ về dạng tam giác.	HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm. GV có thể đặt câu hỏi "dùng các phép biến đổi tương đương nào để đưa được hệ về dạng tam giác".
Khung kiến thức: "Trình bày phương pháp Gauss"	Chốt lại ba phép biến đổi sơ cấp để đưa một hệ phương trình bậc nhất ba ẩn về hệ dạng tam giác.	GV yêu cầu HS ghi chép cẩn thận vào vở, ghi ba phép biến đổi tương đương và yêu cầu học thuộc.
Ví dụ 3. Thực hành giải một hệ phương trình bậc nhất ba ẩn có nghiệm duy nhất bằng phương pháp Gauss.	Cho HS thực hành giải một hệ phương trình bậc nhất ba ẩn bằng phương pháp Gauss và hệ này có nghiệm duy nhất.	GV cho HS ngồi tại chỗ thực hành, sau đó chữa chi tiết trên bảng để HS quan sát.
Ví dụ 4. Thực hành giải một hệ phương trình bậc nhất ba ẩn vô nghiệm bằng phương pháp Gauss.	Cho HS thực hành giải một hệ phương trình bậc nhất ba ẩn bằng phương pháp Gauss và hệ này vô nghiệm.	GV cho HS thực hành tại chỗ và gọi một HS lên bảng thực hành, sau đó chữa chi tiết trên bảng để HS quan sát.
Ví dụ 5. Thực hành giải một hệ phương trình bậc nhất ba ẩn có vô số nghiệm bằng phương pháp Gauss.	Cho HS thực hành giải một hệ phương trình bậc nhất ba ẩn bằng phương pháp Gauss và hệ này có vô số nghiệm.	– GV cho HS thực hành tại chỗ và gọi một HS lên bảng thực hành. – GV hướng dẫn HS cách viết tập nghiệm của hệ trong trường hợp hệ có vô số nghiệm.

Nhận xét.	Chốt kiến thức.	Một hệ phương trình bậc nhất ba ẩn có thể có nghiệm duy nhất hoặc vô nghiệm hoặc có vô số nghiệm.
Luyện tập 3. Thực hành giải hệ phương trình bậc nhất ba ẩn bằng phương pháp Gauss.	Cung cấp cho HS ba ví dụ giải hệ phương trình bậc nhất ba ẩn ứng với ba trường hợp: nghiệm duy nhất, vô nghiệm và vô số nghiệm.	HS tự làm. a) Nghiệm duy nhất $x = \frac{25}{37}, y = \frac{55}{37}, z = -\frac{2}{37}.$ b) Hệ vô nghiệm. c) Hệ có vô số nghiệm và tập nghiệm là $S = \{(-2-2t; 5+5t; t) \mid t \in \mathbb{R}\}.$
Ví dụ 6. Giải bài toán đặt ra ở tình huống mở đầu.	Cho HS giải bài toán thực tiễn đặt ra ở đầu bài học. HS phải biết đặt ẩn, lập hệ, giải hệ và kết luận bài toán. Đây là yêu cầu cao nhất của mục này.	– GV định hướng HS cách đặt ẩn và đặt điều kiện cho từng ẩn. – GV hướng dẫn HS căn cứ vào các giả thiết của bài toán lập các phương trình tương ứng, từ đó có hệ. HS thực hành giải hệ thu được nghiệm và kết luận bài toán.
Vận dụng 1. Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình bậc nhất ba ẩn.	Cho HS một bài toán thực tế tương tự bài toán mở đầu để HS thực hành giải.	– Gọi x, y, z theo thứ tự là số tiền mua văn phòng phẩm của Hà, Lan và Minh ($x, y, z \geq 0$, đơn vị của x, y, z là nghìn đồng). – Ta có hệ phương trình $\begin{cases} x+y+z=820 \\ y=\frac{1}{2}x-5 \\ z=y+210. \end{cases}$ – Giải hệ ta được $x=310$, $y=150$, $z=360$. Vậy Hà mua hết 310 nghìn đồng; Lan và Minh trả cho Hà số tiền lần lượt là 150 nghìn đồng và 360 nghìn đồng.

Tiết 4

3. TÌM NGHIỆM CỦA HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT BA ẨN BẰNG MÁY TÍNH CẦM TAY

HĐ4. Hướng dẫn sử dụng máy tính cầm tay giải hệ phương trình bậc nhất ba ẩn.	Để HS học cách giải hệ phương trình bậc nhất ba ẩn bằng máy tính cầm tay.	– GV cho HS làm việc theo nhóm và hướng dẫn cả nhóm thực hành. – GV hướng dẫn HS cách bấm máy tính giải hệ bậc nhất ba ẩn.
Khung kiến thức: "Kĩ năng sử dụng máy tính cầm tay để giải hệ"	Để HS biết cách sử dụng máy tính cầm tay để giải hệ bậc nhất ba ẩn.	– GV yêu cầu HS thực hành dùng máy tính cầm tay để giải hệ bậc nhất ba ẩn. – GV chỉ ra một số sai sót HS thường gặp khi sử dụng máy tính giải hệ.
Ví dụ 7. Dùng máy tính cầm tay tìm nghiệm của các hệ phương trình bậc nhất ba ẩn.	Để HS thực hành sử dụng máy tính cầm tay giải hệ phương trình bậc nhất ba ẩn.	– GV cho HS thực hành bấm máy tính và hướng dẫn HS cách đọc kết quả hiển thị trên màn hình máy tính. – GV nhấn mạnh trường hợp hệ có vô số nghiệm mà nếu muốn tìm tập nghiệm thì máy tính không giải quyết được, lúc đó phải giải bằng tay.
Luyện tập 4.	Kiểm nghiệm lại các ví dụ giải hệ phương trình bậc nhất ba ẩn bằng phương pháp Gauss.	GV cho HS làm việc theo nhóm và yêu cầu HS trình bày kết quả hiển thị trên màn hình máy tính của mình.
Vận dụng 2. Giải bài toán thực tiễn bằng cách lập hệ phương trình bậc nhất ba ẩn.	Cho HS một bài toán thực tế phức tạp hơn bài toán mở đầu để HS thực hành giải. Yêu cầu HS phải rèn luyện khả năng đọc hiểu.	– Gọi x, y, z theo thứ tự là số phần trăm nhóm động vật có vú, chim và cá có nguy cơ tuyệt chủng ($x, y, z \geq 0$). – Ta có hệ phương trình $\begin{cases} x+y+z=55 \\ y=z+0{,}7 \\ z=x+1{,}5. \end{cases}$ – Giải hệ ta được $x = 17{,}1$; $y = 19{,}3$ và $z = 18{,}6$. Vậy nhóm động vật có vú chiếm 17,1%; nhóm chim chiếm 19,3% và nhóm cá chiếm 18,6% nguy cơ tuyệt chủng.
Tổng kết	Tổng kết lại nội dung của tiết học, dặn dò công việc về nhà.	GV sử dụng tuỳ tình hình thực tế của lớp học.

Tiết 5. Hướng dẫn HS giải bài tập ở cuối bài học

3. Lựa chọn bài tập

- Nhận biết hệ phương trình bậc nhất ba ẩn và nghiệm của nó: Bài tập 1.1.
- Giải hệ phương trình bậc nhất ba ẩn dạng tam giác và hệ có hai phương trình chỉ chứa cùng hai ẩn nào đó: Bài tập 1.2.
- Rèn luyện kĩ năng giải hệ phương trình bậc nhất ba ẩn bằng phương pháp Gauss và bằng máy tính cầm tay: Bài tập 1.3.
- Rèn luyện kĩ năng giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình bậc nhất ba ẩn: Bài tập 1.4 và Bài tập 1.5.
- Bài tập dạng lí thuyết: Bài tập 1.6.

Tuỳ tình hình thực tế, GV có thể lựa chọn thêm các bài tập phù hợp để giao cho HS.

IV ĐÁP SỐ/ HƯỚNG DẪN/ LỜI GIẢI

1.1. Hệ a là hệ phương trình bậc nhất ba ẩn. Bộ ba số (2; 0; –1) là một nghiệm của hệ a.

Hệ b không là hệ phương trình bậc nhất ba ẩn.

1.2. a) Nghiệm (10; –15; 15). b) Nghiệm $\left(\frac{1}{2};-12;-\frac{5}{2}\right)$.

1.3. a) Nghiệm duy nhất $(x; y; z) = (2; 1; 1)$.

b) Nghiệm duy nhất $(x; y; z) = (1; 3; -2)$.

c) Nhân cả hai vế của phương trình thứ nhất với –2 rồi cộng vào phương trình thứ hai ta được: $5y + 4z = 18$.

Nhân cả hai vế của phương trình thứ nhất với –4 rồi cộng vào phương trình thứ ba ta được: $5y + 4z = 18$.

Vậy hệ trở thành: $\begin{cases} x-3y-z=-6 \\ 5y+4z=18 \\ 5y+4z=18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-3y-z=-6 \\ 5y+4z=18. \end{cases}$

Từ đó $y=\frac{18}{5}-\frac{4}{5}z$. Đặt $z = 2 + 5t$, ta được $y = 2 - 4t$ và $x = 2 - 7t$.

Vậy hệ có vô số nghiệm và tập nghiệm là $S=\left\{(2-7t;2-4t;2+5t)\middle|t\in\mathbb{R}\right\}$.

d) Hệ vô nghiệm.

e) Nghiệm duy nhất $(x;y;z)=\left(\frac{87}{31};1;\frac{24}{31}\right)$.

f) Nhân hai vế của phương trình thứ nhất với (–5), nhân hai vế của phương trình thứ hai với 2, rồi cộng theo từng vế tương ứng, ta được: $13y + 16z = 16$.

Nhân hai vế của phương trình thứ nhất với (–7), nhân hai vế của phương trình thứ ba với 2, rồi cộng theo từng vế tương ứng, ta được: $13y + 16z = 16$.

Vậy hệ trở thành: $\begin{cases} 2x - 3y - 4z = -2 \\ 13y + 16z = 16 \\ 13y + 16z = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y - 4z = -2 \\ 13y + 16z = 16. \end{cases}$

Từ đó $y = \frac{16}{13} - \frac{16}{13}z$. Đặt $z = 1 + 13t$, ta được $y = -16t$ và $x = 1 + 2t$.

Vậy hệ có vô số nghiệm và tập nghiệm là $S = \left\{(1+2t; -16t; 1+13t) \middle| t \in \mathbb{R}\right\}$.

1.4. Gọi *x*, *y* và *z* lần lượt là lương hằng năm của người quản lí kho, quản lí văn phòng và tài xế xe tải. Ở đây $x, y, z \geq 0$ và đơn vị là triệu đồng. Theo bài ra ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 164 \\ x + z = 156 \\ x - z = 8. \end{cases}$$

Giải hệ bằng máy tính cầm tay ta được $x = y = 82$, $z = 74$. Vậy lương hằng năm của người quản lí kho, quản lí văn phòng và tài xế xe tải lần lượt là 82 triệu đồng, 82 triệu đồng và 74 triệu đồng.

1.5. Gọi *x*, *y* và *z* lần lượt là giá xe ô tô của ba hãng X, Y, Z năm ngoái. Ở đây $x, y, z \geq 0$ và đơn vị là tỉ đồng. Theo bài ra ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y + z = 2{,}8 \\ 1{,}08x + 1{,}05y + 1{,}12z = 3{,}018 \\ y = x - 0{,}2. \end{cases}$$

Giải hệ bằng máy tính cầm tay ta được $x = 1{,}2$; $y = 1$ và $z = 0{,}6$. Vậy trong năm ngoái, giá xe của hãng X là 1,2 tỉ đồng; giá xe của hãng Y là 1 tỉ đồng và giá xe của hãng Z là 600 triệu đồng.

1.6. Theo giả thiết ta có

$$\begin{cases} a_1x_0 + b_1y_0 + c_1z_0 = d_1 \\ a_2x_0 + b_2y_0 + c_2z_0 = d_2 \\ a_3x_0 + b_3y_0 + c_3z_0 = d_3 \end{cases} \text{ và } \begin{cases} a_1x_1 + b_1y_1 + c_1z_1 = d_1 \\ a_2x_1 + b_2y_1 + c_2z_1 = d_2 \\ a_3x_1 + b_3y_1 + c_3z_1 = d_3. \end{cases}$$

Cộng vế với vế các phương trình tương ứng trong hệ sau đó chia cả hai vế cho 2, ta được

$$\begin{cases} a_1\frac{x_0 + x_1}{2} + b_1\frac{y_0 + y_1}{2} + c_1\frac{z_0 + z_1}{2} = d_1 \\ a_2\frac{x_0 + x_1}{2} + b_2\frac{y_0 + y_1}{2} + c_2\frac{z_0 + z_1}{2} = d_2 \\ a_3\frac{x_0 + x_1}{2} + b_3\frac{y_0 + y_1}{2} + c_3\frac{z_0 + z_1}{2} = d_3. \end{cases}$$

Vậy $\left(\frac{x_0 + x_1}{2}; \frac{y_0 + y_1}{2}; \frac{z_0 + z_1}{2}\right)$ cũng là một nghiệm của hệ đã cho. Từ đó suy ra nếu hệ đã cho có hai nghiệm phân biệt thì nó sẽ có vô số nghiệm.

Bài 2. ỨNG DỤNG CỦA HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT BA ẨN (4 tiết)

I MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kĩ năng

– Vận dụng được hệ phương trình bậc nhất ba ẩn vào giải quyết một số bài toán vật lí, hoá học và sinh học.

– Vận dụng được hệ phương trình bậc nhất ba ẩn để giải quyết một số vấn đề thực tiễn cuộc sống.

2. Về năng lực, phẩm chất

– Rèn luyện năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn và liên môn (bài toán cung – cầu, các bài toán tính điện trở và cường độ dòng điện trong Vật lí, cân bằng phương trình phản ứng trong Hoá sinh, các bài toán trong ngành Chăn nuôi và Sinh thái học, ...). Thông qua các bài toán thực tiễn và liên môn này giúp cho HS thấy được tầm quan trọng của môn Toán trong các môn khoa học khác.

– Rèn luyện năng lực giao tiếp toán học thể hiện qua việc đọc hiểu và giải các bài toán đố (bài toán có lời văn), trình bày và diễn đạt được các vấn đề thực tiễn dưới ngôn ngữ toán học và từ lời giải toán học đánh giá được lời giải trong ngữ cảnh thực tế.

– Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

II NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

– SGK cũ không đưa ra *ứng dụng của hệ phương trình bậc nhất trong các môn học khác và thực tiễn,* mà chỉ có một vài ví dụ và bài tập vận dụng. Bài này là một điểm mới của việc đáp ứng Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán năm 2018, đã đề cập đến các ứng dụng của hệ phương trình bậc nhất trong các lĩnh vực liên môn như Vật lí (bài toán tính cường độ dòng diện, điện trở trong dòng điện không đổi, ...); Hoá học (bài toán cân bằng phản ứng hoá học); Sinh học (bài toán trong lĩnh vực chăn nuôi, sinh thái, ...).

– Một điểm mới và rất quan trọng của bài này là bài toán cân bằng cung – cầu trong kinh tế thị trường, đây là một lĩnh vực của toán tài chính. Mục đích giúp người học củng cố kĩ năng giải hệ phương trình và tiếp cận với toán tài chính.

– Chuẩn bị của GV:

+ Nghiên cứu lại phương trình phản ứng quang hợp trong Hoá học, kiến thức về cường độ dòng điện và điện trở trong Vật lí.

+ Tranh ảnh, hình vẽ sử dụng trong bài.

III. GỢI Ý DẠY HỌC

1. Thời lượng

Dự kiến phân bổ thời gian (4 tiết).

– Tiết 1+2: Mục 1. Giải một số bài toán vật lí, hoá học và sinh học.

– Tiết 3: Mục 2: Giải bài toán cân bằng cung – cầu.

– Tiết 4: Hướng dẫn giải bài tập.

2. Thực hiện các hoạt động chính của bài học

Tiết 1 + 2

1. GIẢI MỘT SỐ BÀI TOÁN VẬT LÍ, HOÁ HỌC VÀ SINH HỌC

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
HĐ1. Bài toán dẫn dắt.	Cung cấp cho HS một ví dụ rất đơn giản trong ngành chăn nuôi nhưng lại rất thiết thực trong cuộc sống. Từ đó giúp cho HS thấy rằng toán học rất gần gũi trong đời sống hằng ngày. Qua **HĐ1** HS thấy rằng nhiều bài toán của thực tiễn dẫn tới phải đặt ẩn và giải hệ phương trình.	Gọi số gà trống trong đàn là x, số gà mái trong đàn là y và z là số gà trống cần chuyển sang mục đích nuôi lấy thịt với x, y, z là các số nguyên dương. Ta có $\begin{cases} x+y=3\,000 \\ x:y=5:3 \\ y:(x-z)=10{,}5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1\,875 \\ y=1\,125 \\ z\approx 1\,768. \end{cases}$ Vậy cần chuyển khoảng 1 768 con gà trống sang nuôi cho mục đích lấy thịt. GV cần hướng dẫn HS cách lấy giá trị gần đúng, đây là vấn đề thực tiễn. Nghiệm của hệ phương trình về mặt toán học phải là giá trị đúng, HS phải tìm ra nghiệm đúng, nhưng trong thực tiễn chỉ là giá trị ước lượng. GV cũng nhấn mạnh, việc đặt điều kiện x, y và z nguyên dương ở trên thực ra không hoàn toàn đúng, mà chỉ cần x, y và z là các số thực không âm thôi.
Khung kiến thức: "Các bước giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình".	Để HS nắm được ba bước giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình.	GV đặt câu hỏi cho cả lớp về các bước giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình sau đó chốt lại và yêu cầu HS viết vào vở ghi chép và học thuộc.

Ví dụ 1. Bài toán tính sinh khối của từng loài trong rừng ngập mặn.	Cung cấp cho HS một ví dụ vận dụng giải hệ phương trình trong môn Sinh học.	GV cần giải thích cho HS một số thuật ngữ của sinh thái học như sinh khối, sinh quyển và đổi đơn vị.
Ví dụ 2. Cân bằng phản ứng oxygen tác dụng với hydrogen.	Dẫn dắt để HS làm quen với việc vận dụng hệ phương trình bậc nhất vào cân bằng phản ứng hoá học.	GV cần nhấn mạnh, các hệ phương trình bậc nhất xuất hiện trong bài toán cân bằng phản ứng hoá học bao giờ cũng có vô số nghiệm và thường là hệ có trên ba ẩn. Hệ loại này có thể có số ẩn nhiều hơn số phương trình.
Ví dụ 3. Cân bằng phương trình phản ứng quang hợp.	Ví dụ 3 bổ sung kiến thức liên môn, củng cố thêm kĩ năng vận dụng giải hệ vào việc cân bằng phản ứng hoá học.	GV giải thích thêm cho HS về hiện tượng quang hợp ở thực vật.
Ví dụ 4. Bài toán tính cường độ dòng điện.	Cung cấp cho HS một ứng dụng của hệ phương trình bậc nhất vào bài toán tính cường độ dòng điện và điện trở trong dòng điện không đổi. Thông qua Ví dụ 4, HS thấy được tầm quan trọng của Toán học trong Điện học nói riêng và Vật lí nói chung.	Trước khi dạy bài này, GV cần nghiên cứu lại một số kiến thức cơ bản của vật lí về cường độ dòng điện và điện trở.
Luyện tập 1. Cân bằng phương trình phản ứng hoá học đốt cháy octane trong oxygen.	Cung cấp cho HS một ví dụ tương tự như Ví dụ 3 để HS tự rèn luyện.	Giả sử x, y, z, t là các số thoả mãn cân bằng $xC_8H_{18} + yO_2 \to zCO_2 + tH_2O.$ Ta có hệ phương trình $\begin{cases} 8x = z \\ 18x = 2t \\ 2y = 2z + t. \end{cases}$ Giải hệ ta được $z = 8x, t = 9x$ và $y = \dfrac{25}{2}x.$ Chọn $x = 2$, được cân bằng: $2C_8H_{18} + 25O_2 \to 16CO_2 + 18H_2O.$

Tiết 3

2. GIẢI BÀI TOÁN CÂN BẰNG CUNG – CẦU

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Tình huống mở đầu.	Dẫn dắt HS vào bài toán kinh tế, giới thiệu bài toán cung – cầu trong kinh tế thị trường.	GV cho HS tự đọc sách thảo luận sau đó giới thiệu cho HS về môn Toán kinh tế.
HĐ2. Bài toán cung – cầu.	Cung cấp cho HS những kiến thức đơn giản nhất về thị trường, giá cả, tiền tệ và bài toán cân bằng cung – cầu trong Toán tài chính. Đây là dịp để giới thiệu và định hướng HS đến các ứng dụng của Toán học vào ngành Tài chính và kinh tế học.	GV cần giải thích rõ cho HS khái niệm hàm cung, hàm cầu và bài toán cân bằng cung – cầu. Bài toán cân bằng cung – cầu trong đời sống thực tế phức tạp hơn rất nhiều.
Ví dụ 5. Giải một bài toán cân bằng cung – cầu trong thị trường thực phẩm gồm ba loại hàng hoá.	Cung cấp cho HS một ứng dụng thực tế của hệ phương trình bậc nhất vào bài toán cân bằng thị trường thực phẩm gồm ba loại là thịt lợn, thịt bò và thịt gà. Giúp HS thấy được tầm quan trọng của môn Toán trong các lĩnh vực khác nhau.	GV cần giải thích cho HS ý nghĩa nghiệm của hệ phương trình cân bằng cung – cầu.
Luyện tập 2. Giải một bài toán cân bằng cung – cầu trong thị trường hải sản gồm ba loại hàng hoá.	Cho một ví dụ tương tự với Ví dụ 5 để HS tự rèn luyện.	Hệ phương trình cân bằng cung – cầu $\begin{cases} -300 + x = 1\,300 - 3x + 4y - z \\ -450 + 3y = 1150 + 2x - 5y - z \\ -400 + 2z = 900 - 2x - 3y + 4z. \end{cases}$ Giải hệ ta được $x = 600$, $y = 300$, $z = 400$. Từ đó kết luận.

Tiết 4. Hướng dẫn giải bài tập

3. Lựa chọn bài tập

- Mỗi ứng dụng của hệ phương trình bậc nhất ba ẩn vào các lĩnh vực liên môn có một bài tập tương tự như ví dụ học trên lớp giờ lí thuyết. Cụ thể: Bài 1.14 là ứng dụng trong sinh học, Bài 1.12 là ứng dụng trong hoá học, Bài 1.13 là ứng dụng trong vật lí và Bài 1.7 là ứng dụng trong kinh tế học.

- Các bài tập từ 1.8 đến 1.11 là các bài toán giải bằng cách lập hệ phương trình thường gặp. Tuỳ tình hình thực tế, GV có thể lựa chọn thêm các bài tập phù hợp để giao cho HS.

IV ĐÁP SỐ/ HƯỚNG DẪN/ LỜI GIẢI

1.7. Đáp số: $x = 15, y = 7, z = 5$.

1.8. Gọi x, y và z theo thứ tự là tuổi của em Hà, chị Mai và anh Nam. Theo giả thiết ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} z = 3x \\ y - 7 = \dfrac{1}{2}(z - 7) \\ z + 3 = (y + 3) + (x + 3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - z = 0 \\ 2y - z = 7 \\ x + y - z = -3. \end{cases}$$

Giải hệ ta được $x = 13$, $y = 23$ và $z = 39$.

Vậy Hà 13 tuổi, chị Mai 23 tuổi và anh Nam 39 tuổi.

1.9. Gọi x, y và z theo thứ tự là số tiền bác Việt đầu tư vào chứng khoán, mua vàng và gửi tiết kiệm ($x, y, z \geq 0$ và đơn vị là nghìn đồng). Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y + z = 330\,740 \\ x + \dfrac{4}{100}x = y + \dfrac{5}{100}y = z + \dfrac{6}{100}z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 330\,740 \\ 104x - 105y = 0 \\ 104x - 106z = 0. \end{cases}$$

Giải hệ ta được $x = 111\,300$, $y = 110\,240$ và $z = 109\,200$. Vậy số tiền bác Việt đầu tư vào chứng khoán, mua vàng và gửi tiết kiệm lần lượt là 111,3 triệu, 110,24 triệu và 109,2 triệu. Bác Việt thu được cả gốc và lãi là 347 256 000 đồng.

1.10. Gọi x, y và z theo thứ tự là số vé đi lên, số vé đi xuống và số vé hai chiều bán ra trong ngày (x, y, z nguyên dương). Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 250x + 200y + 400z = 251\,000 \\ x + z = 680 \\ y + z = 520. \end{cases}$$

Giải hệ ta được $x = 220$, $y = 60$ và $z = 460$.

Vậy tổng cộng có 220 vé lên, 60 vé xuống và 460 vé hai chiều đã được bán ra trong ngày.

1.11. Gọi x, y và z theo thứ tự là số HS của lớp 10A, 10B và 10C (x, y, z nguyên dương). Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y + z = 128 \\ 3x + 2y + 6z = 476 \\ 4x + 5y = 375. \end{cases}$$

Giải hệ ta được $x = 40$, $y = 43$ và $z = 45$.

Vậy lớp 10A có 40 em, lớp 10B có 43 em và lớp 10C có 45 em.

1.12. Giả sử x, y, z và t là bốn số nguyên dương thoả mãn cân bằng phản ứng

$$xCH_4 + yO_2 \to zCO_2 + tH_2O.$$

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x = z \\ 4x = 2t \\ 2y = 2z + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x}{t} - \dfrac{z}{t} = 0 \\ 2\dfrac{x}{t} = 1 \\ 2\dfrac{y}{t} - 2\dfrac{z}{t} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{x}{t} = \frac{1}{2}, \frac{y}{t} = 1, \frac{z}{t} = \frac{1}{2}.$$

Chọn $t = 2$ ta được $x = 1$, $y = 2$ và $z = 1$. Từ đó ta được phương trình cân bằng:

$$CH_4 + 2O_2 \to CO_2 + 2H_2O.$$

1.13. Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} I = I_1 + I_3 \\ I_1 = I_2 \\ I_1R_1 + I_2R_2 = I_3R_3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = I_1 + 2 \\ I_1 = I_2 \\ 6I_1 + 8I_2 = 2R_3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} I_1 = I_2 = 1 \\ R_3 = 7. \end{cases}$$

Vậy điện trở $R_3 = 7\ \Omega$ và hiệu điện thế giữa hai đầu đoạn mạch là $U = 14$ V.

1.14. Gọi x, y và z theo thứ tự là tỉ lệ N, P và K mà bác An cần pha trộn. Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 12x + 6y + 30z = 15 \\ 7x + 30y + 16z = 15 \\ 12x + 25y + 11z = 15 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}, y = z = \frac{1}{4}.$$

Vậy tỉ lệ phân bón lấy từ bao 1, bao 2 và bao 3 là 2 : 1 : 1.

BÀI TẬP CUỐI CHUYÊN ĐỀ 1 (2 tiết)

I TỔNG KẾT KIẾN THỨC

1. Phương trình bậc nhất ba ẩn là phương trình có dạng $ax + by + cz = d$, trong đó a, b, c và d là các hệ số cho trước thoả mãn $a^2 + b^2 + c^2 > 0$ và x, y, z là ba ẩn.

Một nghiệm của phương trình bậc nhất ba ẩn trên là một bộ ba số $(x_0; y_0; z_0)$ thoả mãn

$$ax_0 + by_0 + cz_0 = d.$$

Để giải phương trình bậc nhất ba ẩn ta rút một ẩn theo hai ẩn còn lại. Phương trình bậc nhất ba ẩn luôn có vô số nghiệm.

2. Hệ phương trình bậc nhất ba ẩn là hệ gồm hai hay nhiều phương trình bậc nhất ba ẩn. Hệ ba phương trình bậc nhất ba ẩn là hệ có dạng

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3. \end{cases}$$

Hệ hai phương trình bậc nhất ba ẩn là hệ có dạng

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2. \end{cases}$$

Ta quy ước khi nói đến hệ phương trình bậc nhất ba ẩn thì ta luôn hiểu đó là hệ ba phương trình bậc nhất ba ẩn.

3. Dạng tam giác của hệ phương trình bậc nhất ba ẩn là

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ \qquad\;\; b_2y + c_2z = d_2 \\ \qquad\qquad\;\; c_3z = d_3 \end{cases} \qquad (1)$$

hoặc

$$\begin{cases} a_1x \qquad\qquad\qquad\; = d_1 \\ a_2x + b_2y \qquad\quad\; = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3. \end{cases} \qquad (2)$$

Cách giải. Đối với hệ (1). Từ phương trình cuối của hệ (1) tính được z, thay vào phương trình thứ hai tính được y rồi thay vào phương trình đầu tính được x.

Đối với hệ (2). Từ phương trình đầu của hệ (2) tính được x, thay vào phương trình thứ hai tính được y rồi thay vào phương trình cuối tính được z.

4. Đối với hệ phương trình bậc nhất ba ẩn ta dùng phương pháp Gauss khử dần ẩn để đưa về hệ phương trình dạng tam giác hoặc dạng hình thang.

Nội dung của phương pháp Gauss khử ẩn như sau:

- Đổi vị trí hai phương trình.
- Nhân cả hai vế một phương trình với một số khác 0.
- Cộng hoặc trừ vế với vế của hai phương trình.

II ĐÁP SỐ/ HƯỚNG DẪN/ LỜI GIẢI

1.15. a) Nghiệm duy nhất $(x; y; z) = (1; 2; 3)$.

b) Nghiệm duy nhất $(x; y; z) = \left(\frac{79}{55}; -\frac{178}{165}; \frac{32}{33}\right)$.

c) Hệ có vô số nghiệm và tập nghiệm là $S = \{(-3 + 7t; 7 - 8t; t) \mid t \in \mathbb{R}\}$.

d) Hệ vô nghiệm.

1.16. Quy đồng mẫu thức ta được: $\dfrac{1}{x^3+1}=\dfrac{(A+B)x^2+(-A+B+C)x+A+C}{x^3+1}$.

Đồng nhất hệ số ta được hệ phương trình:

$$\begin{cases} A+B=0 \\ -A+B+C=0 \\ A+C=1 \end{cases} \Leftrightarrow A=\frac{1}{3}, B=-\frac{1}{3}, C=\frac{2}{3}.$$

Vậy: $\dfrac{1}{x^3+1}=\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{-x+2}{x^2-x+1}\right)$.

1.17. a) Hàm số bậc hai cần tìm là $y=x^2-4x+3$.

b) Hàm số bậc hai cần tìm là $y=-x^2+5x-4$.

1.18. Phương trình đường tròn là: $x^2+y^2-4x-2y+1=0 \Leftrightarrow (x-2)^2+(y-1)^2=2^2$.

1.19. Gọi x, y và z theo thứ tự là số lượng xe loại 5 tấn, loại 7 tấn và loại 10 tấn (x, y và z nguyên dương). Theo bài ra ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x+y+z=36 \\ 5x+7y+10z=255 \\ x+y-3z=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=12, y=15, z=9.$$

Vậy xe loại 5 tấn có 12 chiếc, xe loại 7 tấn có 15 chiếc và xe loại 10 tấn có 9 chiếc.

1.20. Gọi x, y và z lần lượt là số kilôgam cà phê Arabica, Robusta và Moka trong một kilôgam cà phê hỗn hợp cần pha chế. Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ 320x+280y+260z=300 \\ z=2y \end{cases} \Leftrightarrow x=\frac{5}{8}, y=\frac{1}{8}, z=\frac{2}{8}.$$

Vậy bác An cần pha chế cà phê theo tỉ lệ Arabica: Robusta: Moka là 5: 1: 2.

1.21. Gọi x, y và z lần lượt là diện tích đất bác Việt trồng ngô, khoai tây và đậu tương. Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x+y+z=12 \\ 4x+3y+4,5z=45,25 \\ y=2x \end{cases} \Leftrightarrow x=2,5;\ y=5;\ z=4,5.$$

Vậy diện tích đất bác Việt trồng ngô là 2,5 ha, khoai tây là 5 ha và đậu tương là 4,5 ha.

1.22. Giả sử x, y, z và t là bốn số nguyên dương thoả mãn cân bằng phản ứng hoá học

$$x\mathrm{FeS_2}+y\mathrm{O_2}\rightarrow z\mathrm{Fe_2O_3}+t\mathrm{SO_2}.$$

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x = 2z \\ 2x = t \\ 2y = 3z + 2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x}{t} - 2\dfrac{z}{t} = 0 \\ 2\dfrac{x}{t} = 1 \\ 2\dfrac{y}{t} - 3\dfrac{z}{t} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{x}{t} = \frac{1}{2}, \frac{y}{t} = \frac{11}{8}, \frac{z}{t} = \frac{1}{4}.$$

Cho $t = 8$, ta được $x = 4$, $y = 11$ và $z = 2$. Từ đó ta được phương trình cân bằng:

$$4FeS_2 + 11O_2 \to 2Fe_2O_3 + 8SO_2.$$

1.23. Gọi x, y và z theo thứ tự là số gam dung dịch lọ A, lọ B và lọ C mà bạn Mai cần lấy để pha chế. Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y + z = 50 \\ \dfrac{10}{100}x + \dfrac{30}{100}y + \dfrac{50}{100}z = \dfrac{32}{100}(x + y + z) \\ z = 2x \end{cases} \Leftrightarrow x = 5;\ y = 35;\ z = 10.$$

Vậy bạn Mai cần lấy 5 g dung dịch từ lọ A, 35 g từ lọ B và 10 g từ lọ C.

1.24. Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} I_1R_1 = I_2R_2 \\ I_1 + I_2 = I_3 \\ I_1R_1 + I_3R_3 = U \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 36I_1 = 45I_2 \\ I_1 + I_2 = 1,5 \\ 36I_1 + 1,5R_3 = 60 \end{cases} \Leftrightarrow I_1 = \frac{5}{6};\ I_2 = \frac{2}{3};\ R_3 = 20.$$

Vậy cường độ dòng điện $I_1 = \dfrac{5}{6}$A; $I_2 = \dfrac{2}{3}$A và điện trở $R_3 = 20\,\Omega$.

1.25. Gọi x, y và z theo thứ tự là số trái cam, quýt và thanh yên đã mua. Điều kiện x, y và z nguyên dương nhỏ hơn 100. Ta có hệ hai phương trình bậc nhất ba ẩn:

$$\begin{cases} x + y + z = 100 \\ 3x + \dfrac{1}{5}y + 5z = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 16 - 12t \\ y = 85 + 5t \quad (t \in \mathbb{R}). \\ z = -1 + 7t \end{cases}$$

Chỉ có $t = 1$ thoả mãn. Vậy đã mua 4 trái cam, 90 trái quýt và 6 trái thanh yên.

1.26. Gọi x, y, z (đồng) là số tiền lần lượt của người thứ nhất, thứ hai và thứ ba $(x, y, z > 0)$.

Ta có hệ phương trình $\begin{cases} x + \dfrac{y + z}{2} = 204 \\ y + \dfrac{z + x}{3} = 204 \\ z + \dfrac{x + y}{4} = 204. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y + z = 408 \\ x + 3y + z = 612 \\ x + y + 4z = 816. \end{cases}$

Bấm máy tính giải hệ ta được: $x = 60$; $y = 132$; $z = 156$. Vậy người thứ nhất có 60 đồng, người thứ hai có 132 đồng và người thứ ba có 156 đồng.

CHUYÊN ĐỀ 2 PHƯƠNG PHÁP QUY NẠP TOÁN HỌC. NHỊ THỨC NEWTON

A TỔNG QUAN

1 Vị trí, vai trò của chuyên đề

- Nội dung của chuyên đề này là giới thiệu phương pháp quy nạp toán học, công thức nhị thức Newton trong trường hợp tổng quát và những ứng dụng phong phú của chúng. Chuyên đề toán là phần dành riêng cho những HS có định hướng khoa học tự nhiên và công nghệ.
- Phương pháp quy nạp toán học là một phương pháp hiệu quả khi chứng minh những mệnh đề toán học phụ thuộc số tự nhiên n. Nói riêng ở ngay trong chuyên đề này, ta sẽ sử dụng phương pháp quy nạp để chứng minh công thức nhị thức Newton với n tổng quát.
- Trong chuyên đề này HS được học công thức khai triển nhị thức Newton trong trường hợp tổng quát và các hệ số trong khai triển được xác định bằng cách dùng tam giác Pascal hoặc dùng công thức tính số các tổ hợp. Nội dung này bổ sung, hoàn thiện những kiến thức ban đầu về Nhị thức Newton mà HS được học trong SGK Toán 10.

2 Cấu tạo chuyên đề

Chuyên đề này gồm 2 bài học và Bài tập cuối chuyên đề, được thực hiện trong 10 tiết. Cụ thể như sau:

Bài 3. Phương pháp quy nạp toán học (4 tiết)

Bài 4. Nhị thức Newton (5 tiết)

Bài tập cuối chuyên đề 2 (1 tiết).

3 Một số điểm cần lưu ý

- Trước đây, phương pháp quy nạp toán học được dạy ở lớp 11. Theo Chương trình 2018 được đưa xuống phần Chuyên đề lớp 10, với thời lượng dài hơn (4 tiết so với 2 tiết trước đây). Do vậy, GV có thể khai thác các ứng dụng phong phú của phương pháp quy nạp toán học một cách kĩ càng hơn.
- Trước đây, nhị thức Newton được dạy ở lớp 11. Theo Chương trình 2018 được đưa xuống lớp 10 và trình bày thành hai phần: Trong SGK Toán 10 chỉ trình bày nhị thức Newton $(a + b)^n$ với $n = 4, 5$ mà ở đó các hệ số nhị thức được xác định bằng cách vận dụng tổ hợp; trường hợp n tổng quát được trình bày ở phần Chuyên đề lớp 10 (các hệ số khai triển được xác định bằng hai phương pháp: dùng tam giác Pascal hoặc dùng công thức tính hệ số nhị thức).
- Trước đây, sau khi có khai triển của $(a + b)^n$ thì mới giới thiệu tam giác Pascal là tam giác lập thành từ các hệ số khai triển (do vậy ít có giá trị trong áp dụng). Theo Chương

trình 2018 thì ta trình bày theo thứ tự ngược lại, xuất phát từ khai triển của $(a + b)^n$ với số mũ n thấp (đã học trong Chương VIII SGK Toán 10), ta thành lập tam giác Pascal và dùng tính chất của tam giác này để xây dựng các hàng kế tiếp của tam giác, từ đó tính được hệ số của khai triển $(a + b)^n$ khi $n = 6, 7, 8, ...$ Như vậy tam giác Pascal cho ta một phương pháp tiện lợi để tính các hệ số khai triển khi số mũ của khai triển không quá cao. Các tính chất của hệ số nhị thức C_n^k ở đây được dự đoán nhờ tính chất của tam giác Pascal, trước khi có thể chứng minh bằng tính toán trực tiếp nhờ công thức tính số các tổ hợp. Do đó kết quả tự nhiên hơn với HS (trước đây thường là ta áp đặt các tính chất này, sau đó mới chứng minh tính đúng đắn của nó).

B GIỚI THIỆU CHI TIẾT CÁC BÀI HỌC

Bài 3. PHƯƠNG PHÁP QUY NẠP TOÁN HỌC (4 tiết)

I MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kĩ năng

– Mô tả được các bước chứng minh tính đúng đắn của một mệnh đề toán học bằng phương pháp quy nạp.

– Chứng minh được tính đúng đắn của một mệnh đề toán học bằng phương pháp quy nạp toán học.

– Vận dụng được phương pháp quy nạp toán học để giải quyết một số vấn đề thực tiễn.

2. Về năng lực, phẩm chất

– Rèn luyện năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn.

– Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

II NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

– GV cần lưu ý cho HS là phương pháp quy nạp toán học gồm hai bước. Chỉ khi cả hai bước này đều đúng thì ta mới kết luận được mệnh đề cần chứng minh là đúng.

Thật ra, một trong những điều then chốt của phương pháp quy nạp toán học là diễn tả được điều phải chứng minh dưới dạng mệnh đề toán học $P(n)$, phụ thuộc vào số tự nhiên n. Tuy nhiên, trong khuôn khổ chương trình toán phổ thông đại trà thì người ta thường diễn đạt sẵn điều phải chứng minh dưới dạng mệnh đề $P(n)$ rồi. Khi đó then chốt trong các chứng minh quy nạp nằm ở chỗ ta sử dụng "khéo léo" giả thiết quy nạp.

– Chuẩn bị: GV có thể chuẩn bị tranh, ảnh, hoặc quân domino thật để giải thích cơ chế vận hành của phương pháp quy nạp toán học cũng giống như tác dụng tuần tự của hiệu ứng domino.

III GỢI Ý DẠY HỌC

1. Thời lượng

Dự kiến phân bổ thời gian (4 tiết):

+ Tiết 1, 2: Mục 1. Phương pháp quy nạp toán học.

+ Tiết 3: Mục 2. Một số ứng dụng khác của phương pháp quy nạp toán học.

+ Tiết 4: Chữa bài tập cuối bài.

2. Thực hiện các hoạt động chính của bài học

Tiết 1, 2

1. PHƯƠNG PHÁP QUY NẠP TOÁN HỌC

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
HĐ1	Đây là tình huống cho HS làm quen với cách dự đoán công thức tổng quát từ những trường hợp đơn lẻ.	HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm. *Giải.* Vế trái là tổng của các số lẻ, vế phải là một số chính phương (hay bình phương của một số tự nhiên). Dự đoán công thức tính tổng của n số lẻ đầu tiên: $1 + 3 + 5 + ... + (2n - 1) = n^2$.
HĐ2	Đây là tình huống cho HS làm quen với quy nạp không hoàn toàn.	Sau khi HS kiểm nghiệm các kết quả cụ thể ở câu a) thì đưa ra dự đoán cho trường hợp tổng quát ở câu b). *Giải.* a) $p(1) = 41, p(2) = 43, p(3) = 47, p(5) = 61$. Các số đó chỉ có hai ước là 1 và chính nó nên đều là số nguyên tố. b) HS có thể dự đoán như sau: Với mọi số tự nhiên n, $p(n)$ là một số nguyên tố. GV lưu ý là nếu HS dự đoán như đã nêu ở trên thì dự đoán này sai (do nó sai khi $n = 41$), do đó dẫn đến nhu cầu phải chứng minh mệnh đề về mặt toán học, dù đã kiểm nghiệm với bao nhiêu n cụ thể đi chăng nữa.
Mô tả các bước chứng minh tính đúng đắn của mệnh đề toán học bằng phương pháp quy nạp toán học	Mô tả các bước chứng minh tính đúng đắn của mệnh đề toán học bằng phương pháp quy nạp toán học.	Cần lưu ý cho HS là phương pháp quy nạp toán học gồm hai bước. Khi cả hai bước này là đúng thì ta mới kết luận được mệnh đề là đúng.

Ví dụ 1	Mục đích của ví dụ này là rèn luyện cách trình bày hai bước cơ bản của phương pháp quy nạp toán học.	Cần lưu ý HS sử dụng giả thiết quy nạp trong quá trình chứng minh, vì đây thường là mấu chốt trong chứng minh.
Luyện tập 1	Mục đích của phần này là củng cố các bước của phương pháp chứng minh quy nạp, thông qua một tình huống tương tự Ví dụ 1.	HS tự làm. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại phương pháp giải. *Giải.* Ta chứng minh bằng quy nạp theo n. Bước 1. Với $n = 1$, ta có $1 = \frac{1\cdot(1+1)}{2}$. Như vậy công thức ở trên đúng cho trường hợp $n = 1$. Bước 2. Giả sử công thức trên đúng với $n = k$, tức là ta có $$1+2+3+...+k=\frac{k(k+1)}{2}.$$ Ta sẽ chứng minh rằng công thức trên cũng đúng với $n = k + 1$, nghĩa là ta sẽ chứng minh $1+2+3+...+k+(k+1)=\frac{(k+1)(k+2)}{2}$. Thật vậy, ta có $1+2+3+...+k+(k+1)$ $=(1+2+3+...+k)+(k+1)$ $=\frac{k(k+1)}{2}+(k+1)=\frac{(k+1)(k+2)}{2}$. Vậy công thức đó đúng với mọi số tự nhiên $n \geq 1$.
Chú ý	Mục đích là giải thích nguyên lí quy nạp suy rộng.	Cần lưu ý cho HS ở đây trong Bước 1, ta phải kiểm tra mệnh đề là đúng với $n = p$.
Ví dụ 2	Mục đích là để HS luyện tập nguyên lí quy nạp suy rộng	HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm.
Luyện tập 2	Mục đích là để HS củng cố nguyên lí quy nạp suy rộng	HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại phương pháp giải. *Giải.* Ta chứng minh bằng quy nạp theo n.

		Bước 1. Với $n = 2$, ta có $$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b).$$ Như vậy đẳng thức đúng với $n = 2$. Bước 2. Giả sử đẳng thức đã cho đúng với $n = k$, tức là $$a^k - b^k = (a-b)\left(a^{k-1} + a^{k-2}b + ... + ab^{k-2} + b^{k-1}\right).$$ Ta cần chứng minh đẳng thức đó đúng với $n = k + 1$, tức là $$a^{k+1} - b^{k+1} = (a-b)\left(a^k + a^{k-1}b + ... + ab^{k-1} + b^k\right).$$ Thật vậy, $$\begin{aligned} \text{VP} &= (a-b)\left(a^k + a^{k-1}b + ... + ab^{k-1} + b^k\right) \\ &= (a-b)\left(a \cdot a^{k-1} + a \cdot a^{k-2}b + ... + ab^{k-1} + b^k\right) \\ &= (a-b)a\left(a^{k-1} + a^{k-2}b + ... + b^{k-1}\right) + (a-b)b^k \\ &= a\left(a^k - b^k\right) + (a-b)b^k \text{ (theo giả thiết quy nạp)} \\ &= a^{k+1} - b^{k+1} = \text{VT}. \end{aligned}$$ Vậy đẳng thức đó đúng với mọi số tự nhiên $n \geq 2$.
Tổng kết	Dành cho dự phòng, tổng kết lại nội dung của tiết học, dặn dò công việc về nhà.	GV sử dụng tuỳ tình hình thực tế của lớp học.

Tiết 3

2. MỘT SỐ ỨNG DỤNG KHÁC CỦA PHƯƠNG PHÁP QUY NẠP TOÁN HỌC

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Ví dụ 3	Mục đích là để HS làm quen với ứng dụng của phương pháp quy nạp khi chứng minh tính chia hết.	HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm. GV cần lưu ý HS sử dụng giả thiết quy nạp trong quá trình chứng minh.
Ví dụ 4	Mục đích là để HS làm quen với ứng dụng của phương pháp quy nạp trong chứng minh bất đẳng thức.	HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm.

Ví dụ 5	Mục đích là để HS làm quen với ứng dụng của phương pháp quy nạp trong chứng minh hệ thức trong hình học.	HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm.
Vận dụng	Đây là bài tập vận dụng thực tế có sử dụng phương pháp quy nạp.	HS tự làm. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại phương pháp giải. Nếu trình độ chung của lớp không tốt, GV có thể gợi ý câu b) để ra được công thức cần chứng minh bằng quy nạp. *Giải* a) Tổng số tiền cả vốn lẫn lãi mà người đó nhận được sau kì thứ 1 là $T_1 = A + Ar = A(1+r)$. Tổng số tiền cả vốn lẫn lãi mà người đó nhận được sau kì thứ 2 là $T_2 = A(1+r) + A(1+r)r = A(1+r)^2$. Tổng số tiền cả vốn lẫn lãi mà người đó nhận được sau kì thứ 3 là $T_3 = A(1+r)^2 + A(1+r)^2 r = A(1+r)^3$. b) Ta dự đoán tổng số tiền cả vốn lẫn lãi mà người đó nhận được sau kì thứ n là $T_n = A(1+r)^n$. Ta chứng minh bằng quy nạp theo n. Bước 1. Với $n = 1$, ta có $T_1 = A(1+r)^1$. Như vậy công thức ở trên đúng cho trường hợp $n = 1$. Bước 2. Giả sử công thức trên đúng với $n = k$, tức là $T_k = A(1+r)^k$. Ta sẽ chứng minh rằng công thức trên cũng đúng với $n = k + 1$, nghĩa là ta sẽ chứng minh $T_{k+1} = A(1+r)^{k+1}$. Thật vậy, vì theo giả thiết quy nạp thì $T_k = A(1 + r)^k$ nên ta có $T_{k+1} = T_k + T_k \cdot r = T_k(1+r)$ $= A(1+r)^k(1+r) = A(1+r)^{k+1}$. Vậy công thức đúng với mọi số tự nhiên $n \geq 1$.
Tổng kết	Dành cho dự phòng, tổng kết lại nội dung của tiết học, dặn dò công việc về nhà.	GV sử dụng tuỳ tình hình thực tế của lớp học.

Tiết 4
Chữa bài tập

3. Lựa chọn bài tập

- Bài tập liên quan đến chứng minh hay bác bỏ một mệnh đề phụ thuộc vào số tự nhiên n (bằng cách chứng minh bằng quy nạp hoặc tìm một phản ví dụ): Bài tập 2.2.
- Chứng minh đẳng thức: Bài tập 2.1, 2.6.
- Chứng minh bất đẳng thức: Bài tập 2.5.
- Ứng dụng của phương pháp quy nạp trong Số học: Bài tập 2.3, 2.4.
- Chứng minh hệ thức trong hình học: Bài tập 2.7.
- Bài tập nhận biết sai lầm trong "lập luận bằng quy nạp": Bài tập 2.8.

Tuỳ tình hình thực tế, GV có thể lựa chọn thêm các bài tập phù hợp để giao cho HS.

IV ĐÁP SỐ/ HƯỚNG DẪN/ LỜI GIẢI

2.1. a) Ta chứng minh bằng quy nạp theo n.

Bước 1. Với $n = 1$, ta có $2 = 1 \cdot (1 + 1)$.

Như vậy công thức ở trên đúng cho trường hợp $n = 1$.

Bước 2. Giả sử công thức trên đúng với $n = k$.

Ta sẽ chứng minh rằng công thức trên cũng đúng với $n = k + 1$, nghĩa là ta sẽ chứng minh

$$2 + 4 + 6 + ... + 2k + 2(k + 1) = (k + 1)(k + 2).$$

Thật vậy, ta có

$$\begin{aligned}2 + 4 + 6 + ... + 2k + 2(k + 1) &= (2 + 4 + 6 + ... + 2k) + 2(k + 1)\\ &= k(k + 1) + 2(k + 1) \text{ (Theo giả thiết quy nạp)}\\ &= (k + 1)(k + 2).\end{aligned}$$

Vậy công thức đúng với mọi số tự nhiên $n \geq 1$.

b) Ta chứng minh bằng quy nạp theo n.

Bước 1. Với $n = 1$, ta có

$$1^2 = \frac{1 \cdot (1+1)(2 \cdot 1+1)}{6}.$$

Như vậy công thức ở trên đúng cho trường hợp $n = 1$.

Bước 2. Giả sử công thức trên đúng với $n = k$.

Ta sẽ chứng minh rằng công thức trên cũng đúng với $n = k + 1$, nghĩa là ta sẽ chứng minh

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + k^2 + (k+1)^2 = \frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6}.$$

Thật vậy, ta có

$$1^2+2^2+3^2+...+k^2+(k+1)^2=(1^2+2^2+3^2+...+k^2)+(k+1)^2$$
$$=\frac{k(k+1)(2k+1)}{6}+(k+1)^2 \text{ (Theo giả thiết quy nạp)}$$
$$=\frac{(k+1)(2k^2+7k+6)}{6}=\frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6}.$$

Vậy công thức đúng với mọi số tự nhiên $n \geq 1$.

2.2. a) Với $n = 11$ ta có $p(11) = 11^2$ không là số nguyên tố. Vậy khẳng định là sai.

b) Ta có $n^2 - n = n(n-1) > 0\ \forall n \geq 2$. Vậy khẳng định là đúng.

2.3. Ta chứng minh bằng quy nạp theo n.

Bước 1. Với $n = 1$, ta có $1^3 - 1 + 3 = 3$ chia hết cho 3.

Như vậy khẳng định ở trên đúng cho trường hợp $n = 1$.

Bước 2. Giả sử khẳng định trên đúng với $n = k$. Ta sẽ chứng minh rằng khẳng định trên cũng đúng với $n = k + 1$, nghĩa là ta sẽ chứng minh $(k + 1)^3 - (k + 1) + 3$ chia hết cho 3.

Thật vậy, ta có $(k + 1)^3 - (k + 1) + 3 = (k^3 - k + 3) + 3k(k + 1)$ chia hết cho 3,

vì theo giả thiết quy nạp $(k^3 - k + 3) \vdots 3$ và $3k(k + 1) \vdots 3$.

Vậy khẳng định đúng với mọi số tự nhiên $n \geq 1$.

2.4. Ta chứng minh bằng quy nạp theo n.

Bước 1. Với $n = 1$, ta có $1^2 - 1 + 41 = 41$ là số lẻ.

Như vậy khẳng định ở trên đúng cho trường hợp $n = 1$.

Bước 2. Giả sử khẳng định trên đúng với $n = k$. Ta sẽ chứng minh rằng khẳng định trên cũng đúng với $n = k + 1$, nghĩa là ta sẽ chứng minh $(k + 1)^2 - (k + 1) + 41$ là số lẻ.

Thật vậy, ta có $(k + 1)^2 - (k + 1) + 41 = (k^2 - k + 41) + 2k$ là số lẻ vì theo giả thiết quy nạp $k^2 - k + 41$ là số lẻ, $2k$ là số chẵn và tổng của một số lẻ và một số chẵn là một số lẻ.

Vậy khẳng định đúng với mọi số tự nhiên $n \geq 1$.

2.5. Ta chứng minh bằng quy nạp theo n.

Bước 1. Với $n = 0$, ta có $(1 + x)^0 \geq 1$.

Như vậy bất đẳng thức ở trên đúng cho trường hợp $n = 0$.

Bước 2. Giả sử bất đẳng thức trên đúng với $n = k$. Ta sẽ chứng minh rằng bất đẳng thức trên cũng đúng với $n = k + 1$, nghĩa là ta sẽ chứng minh $(1+x)^{k+1} \geq 1+(k+1)x$.

Thật vậy, theo giả thiết quy nạp và $x + 1 > 0$, ta có

$(1+x)^{k+1}=(1+x)(1+x)^k \geq (1+x)(1+kx)=1+(k+1)x+kx^2 \geq 1+(k+1)x.$

Vậy khẳng định đúng với mọi số tự nhiên n.

2.6. a) Ta có $S_1=\frac{1}{2}, S_2=\frac{2}{3}, S_3=\frac{3}{4}$.

b) Ta dự đoán công thức tính tổng $S_n = \dfrac{n}{n+1}$.

Ta chứng minh bằng quy nạp theo n.

Bước 1. Với $n = 1$, chúng ta có $S_1 = \dfrac{1}{1+1}$.

Như vậy công thức ở trên đúng cho trường hợp $n = 1$.

Bước 2. Giả sử công thức trên đúng với $n = k$. Chúng ta sẽ chứng minh rằng công thức trên cũng đúng với $n = k + 1$, nghĩa là ta sẽ chứng minh

$$S_{k+1} = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \ldots + \frac{1}{k(k+1)} + \frac{1}{(k+1)(k+2)} = \frac{k+1}{k+2}.$$

Thật vậy, theo giả thiết quy nạp ta có

$$S_{k+1} = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \ldots + \frac{1}{k(k+1)} + \frac{1}{(k+1)(k+2)}$$

$$= \left(\frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \ldots + \frac{1}{k(k+1)}\right) + \frac{1}{(k+1)(k+2)}$$

$$= \frac{k}{k+1} + \frac{1}{(k+1)(k+2)} = \frac{k^2+2k+1}{(k+1)(k+2)} = \frac{(k+1)^2}{(k+1)(k+2)} = \frac{k+1}{k+2}.$$

Vậy công thức đúng với mọi số tự nhiên $n \geq 1$.

2.7. Ta chứng minh bằng quy nạp theo n.

Bước 1. Với $n = 4$, ta có $\dfrac{4\cdot(4-3)}{2} = 2$ là số đường chéo của tứ giác lồi.

Như vậy công thức ở trên đúng cho trường hợp $n = 4$.

Bước 2. Giả sử công thức trên đúng với $n = k \geq 4$. Ta sẽ chứng minh rằng công thức trên cũng đúng với $n = k + 1$, nghĩa là ta sẽ chứng minh số đường chéo của đa giác lồi $A_1A_2...A_kA_{k+1}$ là $\dfrac{(k+1)(k-2)}{2}$.

Thật vậy, theo giả thiết quy nạp đa giác lồi $A_1A_2...A_k$ có $\dfrac{k(k-3)}{2}$ đường chéo. Mặt khác khi nối đỉnh A_{k+1} với các đỉnh $A_2, A_3, ..., A_{k-1}$ ta được thêm $k - 2$ đường chéo. Cuối cùng, ta có thêm một đường chéo hiển nhiên là A_1A_k. Như vậy số đường chéo của đa giác $A_1A_2...A_kA_{k+1}$ là $\dfrac{k(k-3)}{2} + (k-2) + 1 = \dfrac{k^2-k-2}{2} = \dfrac{(k+1)(k-2)}{2}$.

Vậy công thức đúng với mọi số tự nhiên $n \geq 4$.

2.8. Lập luận sai ở bước khởi đầu vì muốn so sánh được một sự vật thì phải có ít nhất hai sự vật trở lên, nên mệnh đề không thể bắt đầu với $n = 1$ được.

Bài 4. NHỊ THỨC NEWTON (5 tiết)

I MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kĩ năng

– Xác định được các hệ số trong khai triển nhị thức Newton thông qua tam giác Pascal.

– Khai triển được nhị thức Newton $(a + b)^n$ bằng cách sử dụng tam giác Pascal hoặc sử dụng công thức tính số các tổ hợp.

– Xác định được hệ số của x^k trong khai triển $(ax + b)^n$ thành đa thức.

2. Về năng lực, phẩm chất

– Rèn luyện năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn.

– Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

II NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

– Trong SGK Toán 10 đã trình bày nhị thức Newton $(a + b)^n$ với $n = 4, 5$ mà ở đó các hệ số được xác định bằng cách vận dụng tổ hợp; trường hợp n tổng quát được trình bày ở phần Chuyên đề Toán lớp 10.

– Trước đây, sau khi có khai triển của $(a + b)^n$ thì mới giới thiệu tam giác Pascal là tam giác lập thành từ các hệ số khai triển. Hiện nay thì ta trình bày theo thứ tự ngược lại, xuất phát từ khai triển của $(a + b)^n$ với số mũ n thấp (đã học trong SGK Toán 10), ta thành lập tam giác Pascal và dùng tính chất của tam giác này để xây dựng các hàng kế tiếp của tam giác, từ đó tính được hệ số khai triển của $(a + b)^n$ khi $n = 6, 7, 8, \ldots$ Do đó nó có giá trị thực hành cao hơn.

– Các tính chất của hệ số nhị thức C_n^k ở đây được dự đoán nhờ tính chất của tam giác Pascal, trước khi được chứng minh bằng tính toán trực tiếp nhờ công thức tính các số tổ hợp. Do đó kết quả tự nhiên hơn với HS (trước đây thường là ta áp đặt hệ thức, sau đó mới chứng minh tính đúng đắn của nó).

– Chuẩn bị:

+ GV chuẩn bị tranh, ảnh chân dung và tư liệu về Pascal và Newton; cũng như bảng tam giác Pascal (khoảng 10 dòng đầu) để làm công cụ dạy học.

+ GV và HS cũng nên chuẩn bị máy tính cầm tay để tính các hệ số nhị thức khi khai triển một cách nhanh chóng và tiện lợi.

III. GỢI Ý DẠY HỌC

1. Thời lượng

Dự kiến phân bổ thời gian (5 tiết):

+ Tiết 1, 2: Mục 1. Tam giác Pascal.
+ Tiết 3, 4: Mục 2. Công thức nhị thức Newton.
+ Tiết 5: Chữa bài tập cuối bài.

2. Thực hiện các hoạt động chính của bài học

Tiết 1, 2

1. TAM GIÁC PASCAL

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Tình huống mở đầu	Mục đích của tình huống này là gợi nên hình ảnh tam giác Pascal.	GV lưu ý cho HS quan sát các hệ số (màu đỏ) trong khai triển của các nhị thức Newton. Các hệ số này được xếp thành tam giác như trong hình. Tam giác này được gọi là tam giác Pascal.
HĐ1. Khai triển $(a+b)^n$, $n \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$	Đây là tình huống cho HS làm quen với cách dự đoán công thức tổng quát từ những trường hợp đơn lẻ.	Cho HS quan sát các khai triển cụ thể và trả lời các câu hỏi gợi ý để rút ra các tính chất của các số hạng khai triển. GV chốt khung kiến thức. GV đặt vấn đề là để viết khai triển, ta chỉ cần xác định các hệ số trước mỗi số hạng. *Giải* a) Với $n = 1, 2, 3, 4, 5$, số các số hạng lần lượt là: 2, 3, 4, 5, 6. b) Với $n = 1, 2, 3, 4, 5$, tổng số mũ của a và b trong mỗi số hạng lần lượt là: 1, 2, 3, 4, 5. c) Từ trái sang phải, số mũ của a giảm dần 1 đơn vị và số mũ của b tăng dần 1 đơn vị khi chuyển từ số hạng này đến số hạng kia.
HĐ2. Tam giác Pascal	Đây là tình huống cho HS làm quen với các hàng đầu của tam giác Pascal và tính chất cơ bản của nó (mà dùng để xác định các hàng tiếp theo một cách liên tiếp).	GV cho HS quan sát 6 hàng đầu của tam giác Pascal, và cho HS dự đoán quy luật của tam giác Pascal. GV chốt Tính chất cơ bản của tam giác Pascal trong khung kiến thức và minh hoạ cách tìm hàng kế tiếp của tam giác Pascal khi biết hàng ngay trước nó.
Câu hỏi	Củng cố kĩ năng xác định một hàng của tam giác Pascal khi biết hàng ngay trước nó.	Hàng 7: 1 7 21 35 35 21 7 1 Hàng 8: 1 8 28 56 70 56 28 8 1

Ví dụ 1	Đây là tình huống sử dụng hàng 6 của tam giác Pascal để xác định các hệ số của khai triển $(a + b)^6$.	HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm.
Ví dụ 2	Đây là tình huống sử dụng hàng 5 của tam giác Pascal để xác định các hệ số của khai triển $(a+b)^5$, tuy nhiên với mức độ cao hơn Ví dụ 1, lúc này $a = 3$ và $b = -2x$.	GV hướng dẫn HS làm Ví dụ 2.
Luyện tập 1	Củng cố cho HS kĩ năng dùng tam giác Pascal để xác định các hệ số khai triển khi số mũ thấp.	HS tự làm. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại phương pháp giải. *Giải* 1. Dựa vào hàng 7 của tam giác Pascal ta có $(a+b)^7 = a^7 + 7a^6b + 21a^5b^2 + 35a^4b^3 + 35a^3b^4 + 21a^2b^5 + 7ab^6 + b^7.$ 2. Dựa vào hàng 4 của tam giác Pascal ta có $(2x-1)^4 = (2x)^4 + 4(2x)^3(-1) + 6(2x)^2(-1)^2 + 4(2x)(-1)^3 + (-1)^4 = 16x^4 - 32x^3 + 24x^2 - 8x + 1.$
HĐ3. Tính chất của các số C_n^k	Mục đích của hoạt động này là giúp HS nhận biết hai tính chất của các số C_n^k.	Xuất phát từ tam giác Pascal đã học ở mục trước cùng với khai triển nhị thức Newton đã học trong SGK Toán 10, GV hướng dẫn HS thực hiện các yêu cầu trong HĐ3.
Câu hỏi	Chứng minh chặt chẽ hai hệ thức thu được trong Khung kiến thức, bằng cách sử dụng công thức tính số các tổ hợp.	HS làm việc dưới sự hướng dẫn của GV.
Tổng kết	Dành cho dự phòng, GV dặn dò HS công việc về nhà.	GV sử dụng tuỳ tình hình thực tế của lớp học.

Tiết 3, 4

2. CÔNG THỨC NHỊ THỨC NEWTON

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
HĐ4. Dự đoán công thức khai triển nhị thức Newton tổng quát		GV cho HS quan sát các khai triển cụ thể trong HĐ3 để dự đoán công thức tổng quát. Về mặt sư phạm, chưa nên yêu cầu HS phải chứng minh công thức tổng quát này ngay bằng quy nạp, mà nên trình bày một số ví dụ áp dụng trước đã.
Chứng minh công thức khai triển nhị thức Newton tổng quát bằng quy nạp		Chỉ áp dụng với những lớp khá.
Ví dụ 3	Mục đích là để HS luyện tập viết khai triển nhị thức Newton.	HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm. GV cần lưu ý cho HS là do tính đối xứng của các hệ số nhị thức, nên ta chỉ cần tính một nửa số các hệ số nhị thức và dùng tính chất đối xứng này để suy ra phần còn lại. Cho phép HS dùng máy tính cầm tay để tính các hệ số nhị thức.
Ví dụ 4	Mục đích là để HS luyện tập và củng cố viết khai triển nhị thức Newton với mức độ nâng cao hơn.	HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm.
Luyện tập 2	Mục đích là để HS luyện tập và củng cố viết khai triển nhị thức Newton.	HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm. *Giải.* Theo công thức nhị thức Newton ta có $(x-2y)^6 = C_6^0x^6 + C_6^1x^5(-2y) + C_6^2x^4(-2y)^2 + C_6^3x^3(-2y)^3 + C_6^4x^2(-2y)^4 + C_6^5x(-2y)^5 + C_6^6(-2y)^6$ $= x^6 - 12x^5y + 60x^4y^2 - 160x^3y^3 + 240x^2y^4 - 192xy^5 + 64y^6.$
Ví dụ 5	Mục đích là để HS áp dụng khung kiến thức ở trên để luyện tập tìm hệ số của x^k trong khai triển nhị thức Newton của $(ax+b)^n$.	HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm.

Luyện tập 3	Mục đích là để HS củng cố tìm hệ số của x^k trong khai triển nhị thức Newton.	HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm. *Giải.* Số hạng tổng quát của khai triển là: $C_{10}^k 2^{10-k}(-3x)^k$ hay $C_{10}^k 2^{10-k}(-3)^k x^k$. Số hạng chứa x^7 ứng với $k = 7$. Vậy hệ số của x^7 trong khai triển là: $C_{10}^7 2^3(-3)^7 = -2\,099\,520$.
Ví dụ 6	Đây là bài toán ngược của bài toán khai triển nhị thức Newton, vì vậy mức độ khó hơn các ví dụ trước.	HS hoàn thành bảng, sau đó rút ra nhận xét.
Vận dụng	Đây là bài tập vận dụng công thức khai triển nhị thức Newton để tính số các tập con, số các tập con có chẵn phần tử, số các tập con có lẻ phần tử của một tập hợp có n phần tử.	GV cần nhấn mạnh về mặt tổ hợp, C_n^k chính là số các tập con có k phần tử của một tập hợp có n phần tử, để từ các đẳng thức thu được, HS có thể nêu được ý nghĩa của các đẳng thức này. *Giải* a) Theo công thức nhị thức Newton ta có $(1+x)^n = C_n^0 + C_n^1 x + C_n^2 x^2 + ... + C_n^n x^n$. b) Khi thay $x = 1$ vào khai triển ở câu a) ta có $2^n = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + ... + C_n^n$. Như đã biết $C_n^k (0 \le k \le n)$ là số tập con có k phần tử của một tập hợp có n phần tử. Như vậy đẳng thức cho ta biết: "Số các tập con của tập hợp có n phần tử là 2^n". c) Khi thay $x = -1$ vào khai triển ở câu a) ta có $(1-1)^n = C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 + ... + (-1)^n C_n^n$, tức là $C_n^0 + C_n^2 + C_n^4 + ... = C_n^1 + C_n^3 + C_n^5 + ...$ Đẳng thức này mang ý nghĩa: "Số các tập con có chẵn phần tử của tập A gồm n phần tử bằng số tập con có lẻ phần tử của tập A".
Tổng kết	Dành cho dự phòng, tổng kết lại nội dung của tiết học, dặn dò công việc về nhà.	GV sử dụng tuỳ tình hình thực tế của lớp học.

Tiết 5
Chữa bài tập

3. Lựa chọn bài tập

- Khai triển nhị thức Newton bằng cách sử dụng tam giác Pascal: Bài tập 2.9.
- Khai triển nhị thức Newton bằng cách dùng công thức tính hệ số nhị thức: Bài tập 2.10.
- Tìm hệ số của x^k trong khai triển của $(ax+b)^n$: Bài tập 2.11, 2.12, 2.13, 2.14.
- Bài tập liên quan đến số các tổ hợp bằng cách sử dụng khai triển nhị thức Newton: Bài tập 2.15, 2.16, 2.17.
- Bài tập tổng hợp: Bài tập 2.18.

Với các bài từ 2.15-2.18, không yêu cầu tất cả HS phải làm (dành cho HS khá, giỏi).

Tuỳ tình hình thực tế, GV có thể lựa chọn thêm các bài tập phù hợp để giao cho HS.

IV ĐÁP SỐ/ HƯỚNG DẪN/ LỜI GIẢI

2.9. a) Dựa vào hàng 5 của tam giác Pascal, ta có

$$(x-1)^5 = x^5 + 5x^4(-1) + 10x^3(-1)^2 + 10x^2(-1)^3 + 5x(-1)^4 + (-1)^5$$
$$= x^5 - 5x^4 + 10x^3 - 10x^2 + 5x - 1.$$

b) Dựa vào hàng 4 của tam giác Pascal, ta có

$$(2x-3y)^4 = (2x)^4 + 4(2x)^3(-3y) + 6(2x)^2(-3y)^2 + 4(2x)(-3y)^3 + (-3y)^4$$
$$= 16x^4 - 96x^3y + 216x^2y^2 - 216xy^3 + 81y^4.$$

2.10. a) Theo công thức nhị thức Newton, ta có

$$(x+y)^6 = C_6^0x^6 + C_6^1x^5y + C_6^2x^4y^2 + C_6^3x^3y^3 + C_6^4x^2y^4 + C_6^5xy^5 + C_6^6y^6$$
$$= x^6 + 6x^5y + 15x^4y^2 + 20x^3y^3 + 15x^2y^4 + 6xy^5 + y^6.$$

b) Theo công thức nhị thức Newton, ta có

$$(1-2x)^5 = C_5^0 + C_5^1(-2x) + C_5^2(-2x)^2 + C_5^3(-2x)^3 + C_5^4(-2x)^4 + C_5^5(-2x)^5$$
$$= 1 - 10x + 40x^2 - 80x^3 + 80x^4 - 32x^5.$$

2.11. Số hạng tổng quát của khai triển là $C_{10}^k(2x)^{10-k}3^k$ hay $C_{10}^k2^{10-k}3^kx^{10-k}$.

Số hạng chứa x^8 ứng với $k=2$.

Vậy hệ số của x^8 trong khai triển là $C_{10}^2 2^8 3^2 = 103\,680$.

2.12. Số hạng tổng quát của khai triển là $C_n^k(-3x)^k = C_n^k(-3)^kx^k$.

Số hạng chứa x^2 ứng với $k=2$.

Suy ra hệ số của x^2 trong khai triển là $C_n^2(-3)^2 = \dfrac{9 \cdot n!}{(n-2)!2!} = \dfrac{9n(n-1)}{2}$, điều kiện $n \geq 2$.

Theo giả thiết ta có $\dfrac{9n(n-1)}{2} = 90 \Leftrightarrow n^2 - n - 20 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 5 \\ n = -4. \end{array}\right.$

Kết luận $n = 5$.

2.13. Theo công thức nhị thức Newton, ta có

$$(3x-5)^4 = C_4^0(3x)^4 + C_4^1(3x)^3(-5) + C_4^2(3x)^2(-5)^2 + C_4^3(3x)(-5)^3 + C_4^4(-5)^4$$
$$= 81x^4 - 540x^3 + 1\,350x^2 - 1\,500x + 625.$$

Vậy tổng các hệ số của đa thức khai triển là: $81 - 540 + 1\,350 - 1\,500 + 625 = 16$.

2.14. +) Số hạng tổng quát trong khai triển của $x(1-2x)^5$ là $xC_5^k(-2x)^k = C_5^k(-2)^k x^{k+1}$.

Số hạng chứa x^5 ứng với $k + 1 = 5 \Leftrightarrow k = 4$.

Vậy hệ số của x^5 trong khai triển của $x(1-2x)^5$ là $C_5^4(-2)^4 = 80$.

+) Số hạng tổng quát trong khai triển của $x^2(1+3x)^{10}$ là $x^2C_{10}^k(3x)^k = C_{10}^k 3^k x^{k+2}$.

Số hạng chứa x^5 ứng với $k + 2 = 5 \Leftrightarrow k = 3$.

Suy ra hệ số của x^5 trong khai triển của $x^2(1+3x)^{10}$ là $C_{10}^3 3^3 = 3\,240$.

Vậy hệ số của x^5 trong khai triển của $x(1-2x)^5 + x^2(1+3x)^{10}$ là $80 + 3\,240 = 3\,320$.

2.15. Xét khai triển Newton cho nhị thức

$(1+x)^{2021} = C_{2021}^0 + C_{2021}^1 x + C_{2021}^2 x^2 + C_{2021}^3 x^3 + ... + C_{2021}^{2021} x^{2021}$.

Cho $x = -2$ ta được $-1 = (-1)^{2021} = C_{2021}^0 - 2C_{2021}^1 + 2^2C_{2021}^2 - 2^3C_{2021}^3 + ... - 2^{2021}C_{2021}^{2021}$.

2.16. Xét khai triển Newton cho nhị thức

$(1+x)^{2n} = C_{2n}^0 + C_{2n}^1 x + C_{2n}^2 x^2 + C_{2n}^3 x^3 + C_{2n}^4 x^4 + ... + C_{2n}^{2n} x^{2n}$.

Cho $x = -1$ ta được $0 = C_{2n}^0 - C_{2n}^1 + C_{2n}^2 - C_{2n}^3 + C_{2n}^4 - .... + C_{2n}^{2n}$. (1)

Cho $x = 1$ ta được $2^{2n} = C_{2n}^0 + C_{2n}^1 + C_{2n}^2 + C_{2n}^3 + C_{2n}^4 + ... + C_{2n}^{2n}$. (2)

Cộng (1) và (2) vế với vế tương ứng ta được

$2^{2n} = 2\left(C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + C_{2n}^4 ... + C_{2n}^{2n}\right) \Leftrightarrow 2^{2n-1} = C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + C_{2n}^4 ... + C_{2n}^{2n}$.

Vậy ta có $2^{2n-1} = 2^{2021} \Leftrightarrow n = 1\,011$.

2.17. Xét khai triển Newton cho nhị thức

$(1+x)^n = C_n^0 + C_n^1 x + C_n^2 x^2 + ... + C_n^n x^n$.

Cho $x = 2$ ta được $3^n = (1+2)^n = C_n^0 + 2C_n^1 + 2^2C_n^2 + ... + 2^nC_n^n$.

Vậy ta thu được phương trình $3^n = 243 \Leftrightarrow n = 5$.

2.18. Số hạng tổng quát của khai triển $(2+x)^{100}$ là $C_{100}^k(2)^{100-k}x^k$. Suy ra $a_k = C_{100}^k 2^{100-k}$.

Với $k = 0; 1; 2; ... ; 99$, ta xét

$$T = a_{k+1} - a_k = C_{100}^{k+1}2^{100-k-1} - C_{100}^{k}2^{100-k} = \frac{100!}{(99-k)!(k+1)!}2^{99-k} - \frac{100!}{(100-k)!k!}2^{100-k}$$

$$= \frac{2^{99-k}100!}{(99-k)!k!}\left(\frac{1}{k+1} - \frac{2}{100-k}\right) = \frac{2^{99-k}100!}{(99-k)!k!} \cdot \frac{98-3k}{(k+1)(100-k)}.$$

Ta có $T = 0 \Leftrightarrow k = \frac{98}{3} \approx 32,66$.

Suy ra, nếu $0 \le k \le 32$ thì $a_0 < a_1 < a_2 < .... < a_{32} < a_{33}$ và nếu $33 \le k \le 100$ thì $a_{33} > a_{34} > ... > a_{100}$.

Vậy với $k = 33$ thì $a_{33} = C_{100}^{33}2^{67}$ là hệ số lớn nhất.

BÀI TẬP CUỐI CHUYÊN ĐỀ 2 (1 tiết)

I TỔNG KẾT KIẾN THỨC

PHƯƠNG PHÁP QUY NẠP TOÁN HỌC

Chứng minh một mệnh đề toán học phụ thuộc $n \in \mathbb{N}^*$ đúng với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ bằng ***phương pháp quy nạp toán học***, gồm hai bước:

Bước 1. Kiểm tra rằng mệnh đề là đúng với $n = 1$.

Bước 2. Giả thiết mệnh đề đúng với số tự nhiên bất kì $n = k \ge 1$ (giả thiết quy nạp), chứng minh rằng nó cũng đúng với $n = k + 1$. Kết luận.

NHỊ THỨC NEWTON

Trong tam giác Pascal:
Mọi số (khác 1) đều là tổng của hai số ở ngay phía trên nó.

Tính chất của các số C_n^k:

- $C_n^k = C_n^{n-k}$ $(0 \le k \le n)$
- $C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^{k} = C_n^k$ $(1 \le k \le n)$

Công thức nhị thức Newton:
$(a+b)^n = C_n^0a^n + C_n^1a^{n-1}b + ... + C_n^{n-1}ab^{n-1} + C_n^nb^n$.

Gợi ý dạy học:

Thời lượng: 1 tiết.

– GV hệ thống hoá kiến thức lí thuyết của cả Chuyên đề 2 (có thể chuẩn bị slide theo Tổng kết kiến thức).

– GV hệ thống hoá các dạng toán cơ bản của toàn bộ Chuyên đề 2 và nhắc lại ngắn gọn phương pháp giải, cũng như những lưu ý cần thiết.

– Tuỳ tình hình thực tế của lớp, GV có thể cho HS chữa một số bài tập ở cuối Chuyên đề 2 theo dụng ý sư phạm của mình.

II ĐÁP SỐ/ HƯỚNG DẪN/ LỜI GIẢI

2.19. Ta chứng minh bằng quy nạp theo n.

Bước 1. Với $n = 1$, ta có $2 \cdot 2 = 1 \cdot 2^{1+1}$.

Như vậy công thức ở trên đúng cho trường hợp $n = 1$.

Bước 2. Giả sử công thức trên đúng với $n = k$. Ta sẽ chứng minh rằng công thức trên cũng đúng với $n = k + 1$, nghĩa là ta sẽ chứng minh

$$2 \cdot 2 + 3 \cdot 2^2 + 4 \cdot 2^3 + \ldots + (k+1)2^k + (k+2)2^{k+1} = (k+1)2^{k+2}.$$

Thật vậy, ta có

$$2 \cdot 2 + 3 \cdot 2^2 + 4 \cdot 2^3 + \ldots + (k+1)2^k + (k+2)2^{k+1} =$$
$$\left[2 \cdot 2 + 3 \cdot 2^2 + 4 \cdot 2^3 + \ldots + (k+1)2^k\right] + (k+2)2^{k+1}$$
$$= k \cdot 2^{k+1} + (k+2)2^{k+1} \text{ (Theo giả thiết quy nạp)}$$
$$= (k+k+2)2^{k+1} = (k+1)2^{k+2}.$$

Vậy công thức trên đúng với mọi số nguyên dương n.

2.20. a) $S_1 = \frac{1}{1 \cdot 3} = \frac{1}{3}$; $S_2 = \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} = \frac{2}{5}$; $S_3 = \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} = \frac{3}{7}$.

b) Dự đoán công thức tính tổng $S_n = \frac{n}{2n+1}$, $\forall n \geq 1$.

Ta chứng minh bằng quy nạp theo n.

Bước 1. Với $n = 1$, ta có $\frac{1}{3} = \frac{1}{2 \cdot 1 + 1}$.

Như vậy công thức ở trên đúng cho trường hợp $n = 1$.

Bước 2. Giả sử công thức trên đúng với $n = k$. Ta sẽ chứng minh rằng công thức trên cũng đúng với $n = k + 1$, nghĩa là ta sẽ chứng minh

$$\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \ldots + \frac{1}{(2k-1)(2k+1)} + \frac{1}{(2k+1)(2k+3)} = \frac{k+1}{2k+3}.$$

Thật vậy, ta có $\frac{1}{1.3}+\frac{1}{3.5}+...+\frac{1}{(2k-1)(2k+1)}+\frac{1}{(2k+1)(2k+3)}$

$$=\left[\frac{1}{1.3}+\frac{1}{3.5}+...+\frac{1}{(2k-1)(2k+1)}\right]+\frac{1}{(2k+1)(2k+3)}$$

$$=\frac{k}{2k+1}+\frac{1}{(2k+1)(2k+3)} \quad \text{(Theo giả thiết quy nạp)}$$

$$=\frac{k(2k+3)+1}{(2k+1)(2k+3)}=\frac{(2k+1)(k+1)}{(2k+1)(2k+3)}=\frac{k+1}{2k+3}.$$

Vậy công thức trên đúng với mọi số nguyên dương n.

2.21. Ta chứng minh bằng quy nạp theo n.

Bước 1. Với $n = 1$, ta có $10^{2\cdot 1+1}+1=1\,001$ chia hết cho 11.

Như vậy khẳng định ở trên đúng cho trường hợp $n = 1$.

Bước 2. Giả sử khẳng định trên đúng với $n = k$. Ta sẽ chứng minh rằng khẳng định trên cũng đúng với $n = k + 1$, nghĩa là ta sẽ chứng minh: $10^{2k+3}+1$ chia hết cho 11.

Thật vậy, ta có $10^{2k+3}+1=100\left(10^{2k+1}+1\right)-99$ chia hết cho 11 vì $10^{2k+1}+1$ chia hết cho 11 (theo giả thiết quy nạp) và 99 chia hết cho 11.

Vậy $10^{2n+1}+1$ chia hết cho 11 với mọi số nguyên dương n.

2.22. Ta chứng minh bằng quy nạp theo n.

Bước 1. Với $n = 2$, ta có $5^2 \geq 3^2 + 4^2$.

Như vậy bất đẳng thức trên đúng cho trường hợp $n = 2$.

Bước 2. Giả sử bất đẳng thức trên đúng với $n = k$. Ta sẽ chứng minh rằng bất đẳng thức trên cũng đúng với $n = k + 1$, nghĩa là ta sẽ chứng minh $5^{k+1} \geq 3^{k+1} + 4^{k+1}$.

Thật vậy, theo giả thiết quy nạp ta có $5^k \geq 3^k + 4^k$, suy ra

$$5^{k+1}=5\cdot 5^k \geq 5\left(3^k+4^k\right)=5\cdot 3^k+5\cdot 4^k \geq 3\cdot 3^k+4\cdot 4^k=3^{k+1}+4^{k+1}.$$

Vậy bất đẳng thức đúng với mọi số tự nhiên $n \geq 2$.

2.23. a) Theo công thức khai triển Newton ta có

$$\begin{aligned}(1+x)^{10} &= C_{10}^0+C_{10}^1x+C_{10}^2x^2+C_{10}^3x^3+C_{10}^4x^4+C_{10}^5x^5\\ &\quad +C_{10}^6x^6+C_{10}^7x^7+C_{10}^8x^8+C_{10}^9x^9+C_{10}^{10}x^{10}\\ &=1+10x+45x^2+120x^3+210x^4+252x^5+210x^6+120x^7+45x^8+10x^9+x^{10}.\end{aligned}$$

b) Thay $x = 0{,}1$ vào khai triển câu a), ta có

$$1{,}1^{10}=1+10\cdot 0{,}1+45\cdot 0{,}1^2+...+0{,}1^{10}>1+1+45\cdot 0{,}1^2>2.$$

Vậy $1{,}1^{10} > 2$.

2.24. Số hạng tổng quát của khai triển là $C_{11}^{k}(2x)^{11-k}(-3)^{k}$ hay $C_{11}^{k}2^{11-k}(-3)^{k}x^{11-k}$.

Số hạng chứa x^9 ứng với $k = 2$.

Vậy hệ số của x^9 trong khai triển là $C_{11}^{2}2^{9}\cdot(-3)^{2} = 253\,440$.

2.25. Số hạng tổng quát của khai triển là $C_{12}^{k}(2x)^{k}$, tức là $C_{12}^{k}2^{k}x^{k}$. Suy ra $a_k = C_{12}^{k}2^{k}$.

Với $k = 0; 1; 2; ...; 11$, ta có

$$T = a_{k+1} - a_k = C_{12}^{k+1}2^{k+1} - C_{12}^{k}2^{k} = \frac{12!}{(11-k)!(k+1)!}2^{k+1} - \frac{12!}{(12-k)!k!}2^{k}$$

$$= \frac{2^{k}12!}{(11-k)!k!}\left(\frac{2}{k+1} - \frac{1}{12-k}\right) = \frac{2^{k}12!}{(11-k)!k!}\cdot\frac{23-3k}{(k+1)(12-k)}.$$

$$T = 0 \Leftrightarrow k = \frac{23}{3} \approx 7{,}66.$$

Suy ra, nếu $0 \le k \le 7$ thì $a_0 < a_1 < a_2 < ... < a_7 < a_8$ và nếu $8 \le k \le 12$ thì $a_8 > a_9 > ... > a_{12}$.

Vậy với $k = 8$ thì $a_8 = C_{12}^{8}2^{8}$ là hệ số lớn nhất.

2.26. Theo công thức khai triển Newton ta có

$(1+x)^{2n} = C_{2n}^{0} + C_{2n}^{1}x + C_{2n}^{2}x^{2} + C_{2n}^{3}x^{3} + C_{2n}^{4}x^{4} + C_{2n}^{5}x^{5} + ... + C_{2n}^{2n-1}x^{2n-1} + C_{2n}^{2n}x^{2n}$.

Cho $x = -1$ ta được

$$0 = C_{2n}^{0} - C_{2n}^{1} + C_{2n}^{2} - C_{2n}^{3} + C_{2n}^{4} - C_{2n}^{5} + ... - C_{2n}^{2n-1} + C_{2n}^{2n}$$

$$\Leftrightarrow C_{2n}^{0} + C_{2n}^{2} + C_{2n}^{4} + ... + C_{2n}^{2n} = C_{2n}^{1} + C_{2n}^{3} + C_{2n}^{5} + ... + C_{2n}^{2n-1}.$$

Mặt khác $C_{2n}^{0} + C_{2n}^{1} + C_{2n}^{2} + C_{2n}^{3} + ... + C_{2n}^{2n} = 2^{2n}$.

Suy ra $C_{2n}^{0} + C_{2n}^{2} + C_{2n}^{4} + ... + C_{2n}^{2n} = C_{2n}^{1} + C_{2n}^{3} + C_{2n}^{5} + ... + C_{2n}^{2n-1} = 2^{2n-1}$.

Theo giả thiết, ta có phương trình $2^{2n-1} = 2\,048 \Leftrightarrow n = 6$.

2.27. Với $n = 1; 2$ ta thử trực tiếp được giá trị lớn nhất lần lượt là C_1^1 và C_2^1.

Ta quan tâm tới bài toán với $n \ge 3$. Với $k = 0; 1; ...; n-1$ ta có

$$T = C_n^{k+1} - C_n^{k} = \frac{n!}{(n-k-1)!(k+1)!} - \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

$$= \frac{n!}{(n-k-1)!k!}\left(\frac{1}{k+1} - \frac{1}{n-k}\right) = \frac{n!}{(n-k-1)!k!}\cdot\frac{n-2k-1}{(k+1)(n-k)}.$$

Suy ra $T = 0 \Rightarrow k = \dfrac{n-1}{2}$.

- Trường hợp 1: nếu n lẻ thì $k_0 = \dfrac{n-1}{2}$ là số nguyên dương.

Hơn nữa $C_n^0 < C_n^1 < ... < C_n^{k_0}$ và $C_n^{k_0+1} > C_n^{k_0+2} > ... > C_n^{n}$.

Vậy giá trị lớn nhất trong các giá trị $C_n^0, C_n^1, ..., C_n^n$ là $C_n^{k_0} = C_n^{k_0+1}$.

• Trường hợp 2: nếu n chẵn, gọi $k_0 = \left[\dfrac{n-1}{2}\right]$ (trong đó $[x]$ là phần nguyên của số x).

Khi đó ta có $C_n^0 < C_n^1 < ... < C_n^{k_0} < C_n^{k_0+1}$ và $C_n^{k_0+1} > C_n^{k_0+2} > ... > C_n^n$.

Vậy giá trị lớn nhất trong các giá trị $C_n^0, C_n^1, ..., C_n^n$ là $C_n^{k_0+1}$.

Áp dụng: Theo công thức khai triển Newton ta có

$$(1+x)^n = C_n^0 + C_n^1 x + C_n^2 x^2 + ... + C_n^n x^n.$$

Cho $x = 1$ ta thu được $2^n = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + ... + C_n^n$.

Suy ra tổng các hệ số trong khai triển là 2^n, do đó $2^n = 4\,096 \Leftrightarrow n = 12$.

Vậy theo Trường hợp 2 thì hệ số cao nhất trong khai triển của $(a+b)^{12}$ là C_{12}^6.

2.28. Tìm số hạng có giá trị lớn nhất của khai triển $(p+q)^n$ với $p > 0$, $q > 0$, $p + q = 1$.

Theo công thức khai triển Newton ta có

$$(p+q)^n = C_n^0 p^n + C_n^1 p^{n-1} q + C_n^2 p^{n-2} q^2 + ... + C_n^n q^n.$$

Số hạng tổng quát trong khai triển của $a_k = C_n^k p^{n-k} q^k$. Với $k = 0; 1; ...; n-1$ ta có

$$T = a_{k+1} - a_k = C_n^{k+1} p^{n-(k+1)} q^{k+1} - C_n^k p^{n-k} q^k$$

$$= \frac{n!}{(n-k-1)!(k+1)!} p^{n-k-1} q^{k+1} - \frac{n!}{(n-k)!k!} p^{n-k} q^k$$

$$= \frac{n!\, p^{n-k-1} q^k}{(n-k-1)!k!}\left(\frac{q}{k+1} - \frac{p}{n-k}\right) = \frac{n!\, p^{n-k-1} q^k}{(n-k-1)!k!} \cdot \frac{nq - k(p+q) - p}{(k+1)(n-k)}$$

$$= \frac{n!\, p^{n-k-1} q^k}{(n-k-1)!k!} \cdot \frac{nq - k - p}{(k+1)(n-k)}.$$

Ta có $T = 0 \Rightarrow k = nq - p$.

• Trường hợp 1. Nếu $nq - p \le 0 \Rightarrow nq - p - k \le 0\ \forall k = 0, 1, ..., n-1$.

Suy ra $a_0 > a_1 > a_2 > ... > a_n$. Vậy số hạng lớn nhất trong khai triển là $C_n^0 p^n$.

• Trường hợp 2. Nếu $k_0 = nq - p \ge 1$ và k_0 là số nguyên thì $a_0 < a_1 < ... < a_{k_0}$,

$$a_{k_0+1} > a_{k_0+2} > ... > a_n \text{ và } a_{k_0} = a_{k_0+1}.$$

Vậy số hạng lớn nhất trong khai triển là $C_n^{k_0} p^{n-k_0} q^{k_0}$.

• Trường hợp 3. Nếu $k_0 = nq - p \ge 1$ và k_0 là số không nguyên thì

$$a_0 < a_1 < ... < a_{k_0} < a_{k_0+1} \text{ và } a_{k_0+1} > a_{k_0+2} > ... > a_n.$$

Vậy số hạng lớn nhất trong khai triển là $C_n^{k_0+1} p^{n-k_0-1} q^{k_0+1}$.

BA ĐƯỜNG CONIC VÀ ỨNG DỤNG

A TỔNG QUAN

1 Vị trí, vai trò của chuyên đề

- Ba đường conic đã được phát hiện và nghiên cứu từ hơn 2000 năm trước đây. Từ thế kỉ thứ XVI, nhiều ứng dụng của ba đường conic trong đời sống thực tế được phát hiện và ngày càng được phát hiện nhiều hơn. Hiện nay, có thể nói ba đường conic đã luôn hiện hữu trong cuộc sống hàng ngày của con người và có nhiều ứng dụng quan trọng trong các lĩnh vực khác nhau của đời sống thực tế như Kiến trúc, Giao thông, Quang học, ...
- Trong SGK Toán 10, HS đã học cách nhận biết hình dạng của các đường conic, nhận biết phương trình chính tắc của các đường conic và một vài ứng dụng của các đường conic trong đời sống thực tế.
- Chuyên đề ba đường conic giúp HS tìm hiểu kĩ hơn về ba đường conic cả về mặt toán học lẫn ứng dụng trong đời sống thực tiễn.

2 Cấu tạo chuyên đề

Chuyên đề này gồm 4 bài học và Bài tập chuyên đề, được thực hiện trong 11 tiết. Cụ thể như sau:

Bài 5. Elip (3 tiết).

Bài 6. Hypebol (3 tiết).

Bài 7. Parabol (2 tiết).

Bài 8. Sự thống nhất giữa ba đường conic (2 tiết).

Bài tập cuối chuyên đề 3 (1 tiết).

3 Một số điểm cần lưu ý

- Trong chuyên đề này, HS sẽ được tìm hiểu thêm nhiều yếu tố đặc trưng, các hình dạng đặc trưng của ba đường conic.
- Trong chuyên đề này, các ứng dụng thực tế phong phú của ba đường conic được lồng ghép trong các bài học. Điều này giúp HS hứng thú hơn trong quá trình tiếp thu kiến thức. Hơn nữa, HS cũng dùng kiến thức đạt được để giải thích được nhiều vấn đề, hiện tượng có trong đời sống thực tế liên quan đến ba đường conic.

B GIỚI THIỆU CHI TIẾT CÁC BÀI HỌC

Bài 5. ELIP (3 tiết)

I MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kĩ năng

- Xác định được các yếu tố đặc trưng của elip khi biết phương trình chính tắc.
- Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với elip.

2. Về năng lực, phẩm chất

Bài học góp phần phát triển phẩm chất, năng lực sau cho HS:

- Năng lực tư duy và lập luận toán học (xuyên suốt bài học);
- Năng lực giao tiếp toán học (xuyên suốt bài học);
- Năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học;
- Năng lực khoa học;
- Các phẩm chất trách nhiệm, chăm chỉ, trung thực, nhân ái (xuyên suốt quá trình học tập và báo cáo kết quả học tập).

II NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

- HS đã được học về phương trình chính tắc của elip và nhận dạng hình ảnh của một đường elip. Tuy vậy, còn rất nhiều tính chất thú vị của đường elip mà HS chưa được tiếp cận. Bài học này giúp HS biết thêm nhiều khái niệm mới và nhiều tính chất mới về đường elip. Các tính chất này không chỉ là nền tảng cho việc học tập của HS khi theo học ngành thuộc khối tự nhiên ở các bậc học sau mà còn giúp HS thấy được nhiều ứng dụng thú vị của đường elip trong thực tiễn.
- Với mục tiêu bài học góp phần phát triển phẩm chất và năng lực của HS, dựa trên cơ sở kiến thức HS đã học về elip, các hoạt động trong sách được đưa ra nhằm gợi mở cho HS các tính chất của elip mà bài học hướng đến (tính chất đối xứng của elip, bán kính qua tiêu, ...). Như vậy HS sẽ được hoạt động nhiều hơn và GV đóng vai trò dẫn dắt, gợi mở để HS tự khám phá các kiến thức mới một cách tự nhiên.
- Vì đây là sách chuyên đề nên khối lượng kiến thức đòi hỏi ở HS sẽ nhiều và cao hơn so với SGK. GV cần hỗ trợ HS nhiều hơn trong quá trình giảng dạy so với khi truyền đạt kiến thức của SGK.
- GV nên khuyến khích HS tự tìm hiểu về sự xuất hiện của đường elip trong đời sống thực tế trước khi đến với bài học cũng như sau khi tổng kết bài học.
- Các elip có cùng tâm sai đều đồng dạng với nhau (GV không cần giải thích điều này với HS).

III GỢI Ý DẠY HỌC

1. Thời lượng

Dự kiến phân bổ thời gian (3 tiết):

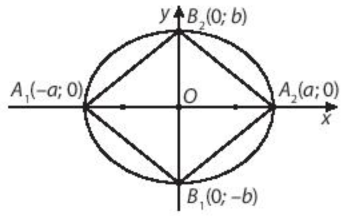
- Tiết 1: Mục 1. Hình dạng của elip.
- Tiết 2: Mục 2. Bán kính qua tiêu.
- Tiết 3. Mục 2 (tiếp) Tâm sai và đường chuẩn.

2. Thực hiện các hoạt động chính của bài học

Tiết 1

1. HÌNH DẠNG CỦA ELIP

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Mở đầu chương	Giới thiệu khái quát về chuyên đề.	Giới thiệu theo Sách chuyên đề.
HĐ1	Tìm hiểu về tính đối xứng, các đỉnh và hình dạng của elip.	– Đối với HĐ1 a), GV có thể gợi ý HS: Một điểm thuộc elip đã cho khi và chỉ khi toạ độ của nó phải thoả mãn phương trình nào? Một điểm thuộc trục toạ độ khi và chỉ khi toạ độ của nó phải thoả mãn điều kiện gì. Từ đó suy ra giao điểm của elip và các trục toạ độ. – Đối với HĐ1 b), GV có thể hướng dẫn HS: Một điểm thuộc elip đã cho khi và chỉ khi toạ độ của nó phải thoả mãn phương trình của elip. Khi đó HS muốn giải thích các điểm thuộc elip thì cần phải thử xem toạ độ của chúng có thoả mãn phương trình elip không. – Đối với HĐ1 c), GV có thể hướng dẫn HS thông qua các bước sau: Bước 1. Tính OM^2 theo x_0, y_0. Bước 2. Sử dụng tính chất bất đẳng thức: do $a^2 \geq b^2$ nên $\frac{x_0^2 + y_0^2}{a^2} \leq \frac{x_0^2}{a^2} + \frac{y_0^2}{b^2} = 1 \leq \frac{x_0^2 + y_0^2}{b^2}$. Từ đó HS đưa ra so sánh OM^2 với a^2, b^2.
Khung kiến thức	HS ghi nhớ các yếu tố về hình dạng của elip.	– GV nhấn mạnh các yếu tố về hình dạng của elip. Phân tích một số đặc điểm nhận dạng (ví dụ: đỉnh là giao của elip với các trục toạ độ, trục lớn thuộc Ox, trục nhỏ thuộc Oy). – GV lưu ý cho HS tính đối xứng của elip dùng cho việc HS vẽ đường elip hay nhận dạng elip dễ dàng hơn.

Ví dụ 1	HS bước đầu ghi nhớ các yếu tố về hình dạng của elip (toạ độ các điểm đỉnh, các trục) từ phương trình chính tắc của elip.	– HS sử dụng khung kiến thức, kết hợp quan sát hình vẽ. – GV phân tích và gợi mở cho HS hướng giải quyết ví dụ. 
Luyện tập 1	Củng cố kiến thức	HS sử dụng khung kiến thức để giải quyết bài tập. Đáp số (ĐS). $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1.$
Ví dụ 2	Hướng HS tìm hiểu kĩ hơn về hình dạng của elip thông qua hình chữ nhật cơ sở của elip.	GV trình bày và giảng giải cho HS. GV có thể nhấn mạnh cho HS: điểm $M(x_0; y_0)$ nằm trong hình chữ nhật cơ sở khi và chỉ khi $-a \le x_0 \le a$, $-b \le y_0 \le b$.
Chú ý	– HS nhớ và sử dụng khi cần khái niệm hình chữ nhật cơ sở. – HS hình dung được mối liên hệ giữa hình chữ nhật cơ sở và hình dạng của elip.	– GV cho HS chia thành nhiều nhóm. Mỗi nhóm vẽ hình dạng của elip cùng với hình chữ nhật cơ sở với độ dài các cạnh có tỉ lệ khác nhau. – HS các nhóm nhận xét và GV tổng kết lại các kết quả thu được.
Luyện tập 2 và Chú ý	HS có thể hình dung được mối liên hệ giữa đường tròn và đường elip thông qua phép co đường tròn.	GV giảng giải cách làm, trình bày lời giải luyện tập 2 cho HS. *HD.* a) Do N là điểm thuộc đoạn MH sao cho $HN = kHM$ nên ta có $\overrightarrow{HN} = k\overrightarrow{HM}$. Gọi toạ độ của điểm N là $(x_N; y_N)$. Khi đó ta có $\overrightarrow{HN} = k\overrightarrow{HM} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N - x_0 = k(x_0 - x_0) \\ y_N - 0 = k(y_0 - 0) \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x_N = x_0 \\ y_N = ky_0 \end{cases}.$ Vậy toạ độ của điểm N là $(x_0; ky_0)$. b) Do điểm M thuộc đường tròn $x^2 + y^2 = a^2$ nên ta có $x_0^2 + y_0^2 = a^2 \Rightarrow x_N^2 + \left(\dfrac{y_N}{k}\right)^2 = a^2$ $\Rightarrow \dfrac{x_N^2}{a^2} + \dfrac{y_N^2}{(ka)^2} = 1.$

		Vậy, khi điểm M thay đổi trên đường tròn thì N thay đổi trên elip có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{(ka)^2}=1.$
Tổng kết	HS nhìn lại các nội dung chính đã học. Dặn dò, nhắc nhở HS.	

Tiết 2

2. BÁN KÍNH QUA TIÊU, TÂM SAI VÀ ĐƯỜNG CHUẨN

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Đặt vấn đề	Gợi mở đến khái niệm bán kính qua tiêu của elip.	GV nhắc lại bài toán về quỹ đạo chuyển động của các hành tinh quanh Mặt Trời và một trường hợp cụ thể là bài toán viết phương trình chính tắc của quỹ đạo Trái Đất khi biết khoảng cách nhỏ nhất và khoảng cách lớn nhất từ Trái Đất đến Mặt Trời.
HĐ2	Thiết lập công thức bán kính qua tiêu.	Đối với HĐ2 a), GV gợi ý HS thực hiện các bước tính toán MF_1^2, MF_2^2 bằng cách sử dụng các công thức khoảng cách giữa hai điểm. Đối với HĐ2 b), GV gợi ý HS sử dụng ý a) kết hợp với tính chất $MF_1 + MF_2 = 2a$. Từ đó tính $MF_1 - MF_2$, MF_1, MF_2.
Khung kiến thức	HS ghi nhớ khái niệm và công thức tính bán kính qua tiêu của elip.	– GV nhận xét các thành phần tạo nên công thức bán kính qua tiêu (a, c, x). GV có thể lưu ý HS: một trong những điểm hay của công thức bán kính qua tiêu là chúng ta chỉ cần biết hoành độ của điểm thuộc elip là tính được bán kính qua tiêu. – HS tự viết công thức và ghi nhớ.
Ví dụ 3	HS củng cố kiến thức, kĩ năng vừa được học vào tình huống cụ thể là tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của khoảng cách từ một điểm thuộc elip đến một tiêu điểm của elip.	– GV gợi ý HS dùng công thức bán kính qua tiêu kết hợp với nhận xét về đánh giá hoành độ của một điểm thuộc elip (có thể dùng tính chất các điểm thuộc elip cũng thuộc miền trong hình chữ nhật cơ sở của elip). – GV có thể trình bày lời giải ví dụ cho HS.

Chú ý	HS tổng hợp lại kiến thức vừa học.	HS phát biểu công thức bán kính qua tiêu, nhận xét về độ dài nhỏ nhất và lớn nhất của bán kính qua tiêu.
Luyện tập 3	HS củng cố kiến thức vừa học về độ dài nhỏ nhất và lớn nhất của bán kính qua tiêu.	GV quan sát HS làm bài luyện tập. Gợi ý HS tận dụng kết quả vừa thu được. **HD.** Ta có MF_1 nhỏ nhất bằng 2 khi điểm M trùng vào đỉnh $A_1(-6; 0)$ và MF_1 lớn nhất bằng 10 khi điểm M trùng đỉnh $A_2(6; 0)$ của elip.
Vận dụng 1	HS vận dụng tổng hợp kiến thức, kĩ năng đã được học trong bài học vào một mô hình thực tế.	Phân tích để HS xác định được 3 bước làm chính: – Xây dựng mô hình toán học cho bài toán thực tế: Vai trò của Mặt Trời, Trái Đất, khoảng cách nhỏ nhất và khoảng cách lớn nhất giữa Trái Đất và Mặt Trời trong quỹ đạo elip của Trái Đất. – Giải quyết vấn đề toán học được đặt ra; – Từ kết quả toán học, diễn giải, thể hiện ngược trở lại bài toán thực tế. Lưu ý HS đơn vị đo trên mặt phẳng toạ độ để viết phương trình chính tắc của quỹ đạo Trái Đất chính xác. HD. Gọi phương trình chính tắc của quỹ đạo elip của Trái Đất là $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$. Theo chứng minh của Ví dụ 3 ta có khoảng cách lớn nhất và nhỏ nhất từ Trái Đất đến Mặt Trời lần lượt là $a + c$ và $a - c$. Vậy ta có: $$\begin{cases} a+c=152 \\ a-c=147 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=149{,}5 \\ c=2{,}5. \end{cases}$$ Khi đó ta có $b^2=a^2-c^2=149{,}5^2-2{,}5^2=22\ 344.$ Do đó, phương trình chính tắc của elip là: $$\frac{x^2}{22\ 350{,}25}+\frac{y^2}{22\ 344}=1.$$
Tổng kết	HS nhìn lại các nội dung chính đã học. Dặn dò, nhắc nhở HS	

Tiết 3

2. BÁN KÍNH QUA TIÊU, TÂM SAI VÀ ĐƯỜNG CHUẨN (tiếp)

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
HĐ3	HS dựa vào các công thức toạ độ đã học để thiết lập đại lượng đặc trưng cho elip là tâm sai.	GV gợi ý HS sử dụng công thức khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng, công thức bán kính qua tiêu của elip để tính các tỉ số $\frac{MF_1}{d(M;\Delta_1)}$ và $\frac{MF_2}{d(M;\Delta_2)}$. GV có thể nhận xét thêm một cách mới để xác định đường elip: Đường elip cũng là quỹ tích các điểm thoả mãn tỉ số khoảng cách từ điểm đó đến một điểm và một đường thẳng cho trước là một hằng số nhỏ hơn 1. Hằng số đó gọi là tâm sai của elip.
Khung kiến thức	Đưa ra khái niệm và công thức tâm sai và đường chuẩn của elip.	– GV nhấn mạnh khái niệm, công thức tâm sai và đường chuẩn của elip. – HS tự viết công thức và ghi nhớ.
Ví dụ 4	Hướng dẫn HS vận dụng kiến thức, rèn luyện kĩ năng về tâm sai, tiêu điểm và đường chuẩn.	– HS sử dụng khung kiến thức để làm Ví dụ 4. – GV có thể trình bày lời giải ví dụ cho HS.
Ví dụ 5	HS củng cố kiến thức, kĩ năng vừa học.	– HS sử dụng khung kiến thức để làm Ví dụ 5. – GV có thể trình bày lời giải ví dụ cho HS.
Luyện tập 4	HS củng cố kiến thức, kĩ năng về tâm sai, đường chuẩn và bán kính qua tiêu của elip.	HD. Elip có các nửa độ dài trục lớn, trục nhỏ là $a=6$, $b=5$ và nửa tiêu cự là $c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{11}$. Vậy elip có hai tiêu điểm là $F_1(-\sqrt{11};0)$, $F_2(\sqrt{11};0)$ và tâm sai là $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{11}}{6}$. Đường chuẩn ứng với tiêu điểm $F_1(-\sqrt{11};0)$, là $\Delta_1: x=-\frac{36}{\sqrt{11}}$ và đường chuẩn ứng với tiêu điểm $F_2(\sqrt{11};0)$ là $\Delta_2: x=\frac{36}{\sqrt{11}}$.
		Các bán kính qua tiêu của điểm M là $MF_1=a+\frac{c}{a}x_M=6+\frac{\sqrt{11}}{6}(-2)=\frac{18-\sqrt{11}}{3}$,

		$MF_2 = a - \frac{c}{a}x_M = 6 - \frac{\sqrt{11}}{6}(-2) = \frac{18+\sqrt{11}}{3}.$
Nhận xét	HS nhận biết được mối liên hệ giữa tâm sai và hình dáng của elip.	GV nhấn mạnh mối liên hệ giữa tâm sai và hình dáng của elip. Tâm sai càng lớn thì elip càng "dẹt" và tâm sai càng nhỏ thì elip càng "béo".
Vận dụng 2	HS vận dụng tổng hợp kiến thức, kĩ năng đã được học trong bài học vào một mô hình thực tế.	Phân tích để HS xác định được 3 bước chính: – Bước 1: Xây dựng mô hình toán học cho bài toán thực tế: Vai trò của Mặt Trăng, Trái Đất. Xác định công thức khoảng cách nhỏ nhất và khoảng cách lớn nhất giữa Mặt Trăng và Trái Đất dựa vào Ví dụ 3. – Bước 2: Giải quyết vấn đề toán học được đặt ra; – Bước 3: Từ kết quả toán học, diễn giải, thể hiện ngược trở lại bài toán thực tế rằng quỹ đạo đó "dẹt" hay "béo". *HD.* Gọi phương trình chính tắc quỹ đạo elip của Mặt Trăng là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. Theo chứng minh của Ví dụ 3 ta có khoảng cách lớn nhất và nhỏ nhất từ Mặt Trăng đến Trái Đất lần lượt là $a + c$ và $a - c$. Vậy ta có: $\begin{cases} a + c = 400\ 000 \\ a - c = 363\ 000 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 381\ 500 \\ c = 18\ 500. \end{cases}$ Khi đó tâm sai của quỹ đạo là: $e = \frac{c}{a} = \frac{18\ 500}{381\ 500} \approx 0{,}048.$
Bài tập	HS rèn luyện kiến thức, kĩ năng đã học.	GV kiểm tra, cung cấp đáp số, phân tích, chữa một số bài tập.
Em có biết?	HS mở mang kiến thức về ứng dụng của elip trong thực tế.	GV hướng dẫn HS tìm hiểu thêm về các ứng dụng thực tế của elip (có thể dùng sách chuyên đề cũng như tìm hiểu trong sách báo hoặc mạng Internet). GV nên cho HS tìm hiểu trước hoặc giao nhiệm vụ để HS tìm hiểu thêm ứng dụng của đường elip.
Tổng kết	HS nhìn lại các nội dung chính đã học. Dặn dò, nhắc nhở HS.	

3. Phân loại bài tập

Các bài tập nhằm giúp HS rèn luyện các kĩ năng kiến thức sau:

- Xác định được đỉnh, độ dài các trục, bán kính qua tiêu, tâm sai và đường chuẩn của elip dựa vào phương trình chính tắc: Bài 3.1, 3.3.
- Thiết lập được phương trình chính tắc của elip khi biết các yếu tố liên quan đến hình dạng, bán kính qua tiêu, tâm sai hay đường chuẩn của elip: Bài 3.2.
- Vận dụng các kiến thức đã học về elip để tìm hiểu các vấn đề liên quan (đường tròn phụ của elip) hay áp dụng chúng vào các mô hình bài toán thực tế: Bài 3.4, 3.5, 3.6.

IV ĐÁP SỐ/ HƯỚNG DẪN/ LỜI GIẢI

3.1. a) Elip có độ dài trục lớn và trục bé lần lượt là $2a = 2\sqrt{12} = 4\sqrt{3}$ và $2b = 2\sqrt{4} = 4$. Do đó, elip có các đỉnh là $A_1(-2\sqrt{3}; 0)$, $A_2(2\sqrt{3}; 0)$, $B_1(0; -2)$, $B_2(0; 2)$.

b) Tâm sai của elip là $e = \dfrac{c}{a} = \dfrac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$. Đường chuẩn ứng với tiêu điểm $F_1(-2\sqrt{2}; 0)$ là $\Delta_1 : x = -3\sqrt{2}$ và đường chuẩn ứng với tiêu điểm $F_2(2\sqrt{2}; 0)$ là $\Delta_2 : x = 3\sqrt{2}$.

c) $MF_1 = 2\sqrt{3} - \sqrt{6}$ và $MF_2 = 2\sqrt{3} + \sqrt{6}$.

3.2. a) Phương trình chính tắc của elip là: $\dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{7} = 1$.

b) Phương trình chính tắc của elip là: $\dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{4} = 1$.

3.3. a) Từ giả thiết, ta có $\begin{cases} a = 3 \\ b = \sqrt{5} \end{cases}$. Khi đó ta có $c = \sqrt{a^2 - b^2} = 2$. Do đó, hai tiêu điểm là $F_1(-2; 0)$ và $F_2(2; 0)$. Do tính chất đối xứng của elip nên ta chỉ cần xét trường hợp đường thẳng qua F_1. Khi đó đường thẳng có phương trình là $x = -2$. Khi đó tung độ giao điểm A, B thoả mãn phương trình $\dfrac{2^2}{9} + \dfrac{y^2}{5} = 1 \Rightarrow y = \pm\dfrac{5}{3}$.

Suy ra $A\left(-2; -\dfrac{5}{3}\right)$, $B\left(-2; \dfrac{5}{3}\right)$. Vậy ta có $AB = \dfrac{10}{3}$.

b) Gọi toạ độ của điểm $M(x_0; y_0)$. *Do M* thuộc elip nên ta có $\dfrac{x_0^2}{9} + \dfrac{y_0^2}{5} = 1$. (1)

Theo công thức bán kính qua tiêu ta có

$$\begin{cases} MF_1 = 3 + \dfrac{2}{3}x_0 \\ MF_2 = 3 - \dfrac{2}{3}x_0 \end{cases} \Rightarrow MF_1 = 2MF_2 \Leftrightarrow 3 + \dfrac{2}{3}x_0 = 2\left(3 - \dfrac{2}{3}x_0\right) \Leftrightarrow x_0 = \dfrac{3}{2}.$$

Kết hợp với phương trình (1) ta suy ra $\frac{1}{4}+\frac{y_0^2}{5}=1 \Leftrightarrow y_0=\pm\frac{\sqrt{15}}{2}$.

Vậy có hai điểm M thoả mãn để bài là $M_1\left(\frac{3}{2};-\frac{\sqrt{15}}{2}\right), M_2\left(\frac{3}{2};\frac{\sqrt{15}}{2}\right)$.

3.4. a) Phương trình đường tròn phụ là $x^2+y^2=b^2$.

b) Do điểm $M(x_0; y_0)$ thuộc elip nên ta có

$$\frac{x_0^2}{a^2}+\frac{y_0^2}{b^2}=1 \Rightarrow \frac{b^2x_0^2}{a^2}+y_0^2=b^2 \Rightarrow \left(\frac{bx_0}{a}\right)^2+y_0^2=b^2.$$

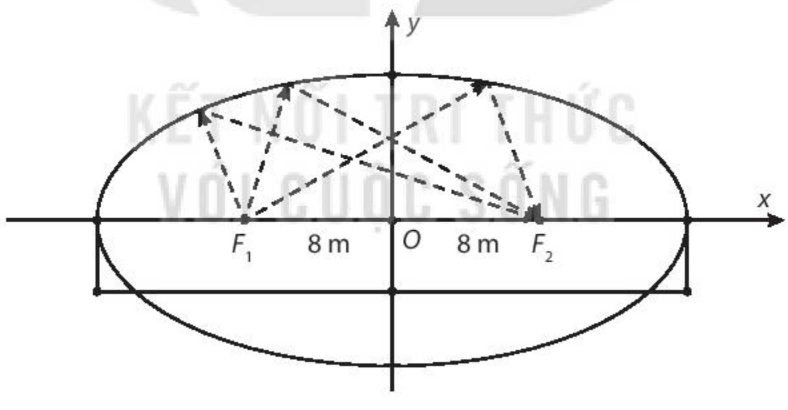
Do đó điểm $N(\frac{b}{a}x_0; y_0)$ thuộc đường tròn phụ.

3.5. Gọi phương trình chính tắc của quỹ đạo elip của sao Diêm Vương là $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$. Theo chứng minh của Ví dụ 3, khoảng cách lớn nhất và nhỏ nhất từ sao Diêm Vương đến tâm Mặt Trời lần lượt là $a+c$ và $a-c$. Từ giả thiết ta có

$$\begin{cases} a=590\ 635\cdot 10^6 \\ e=\dfrac{c}{a}=0{,}244 \end{cases} \Rightarrow c=144\ 114{,}94\cdot 10^6 \Rightarrow \begin{cases} a+c=734\ 749{,}94\cdot 10^6 \\ a-c=446\ 520{,}06\cdot 10^6. \end{cases}$$

Vậy khoảng cách giữa sao Diêm Vương và tâm Mặt Trời, xa nhất là $734\ 749{,}94\cdot 10^6$ km, gần nhất là $446\ 520{,}06\cdot 10^6$ km.

3.6.



Chọn hệ trục toạ độ như hình vẽ trên. Gọi phương trình chính tắc của elip $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$.

Từ giả thiết ta có $\begin{cases} b=7{,}6-1{,}6=6 \\ 2c=16 \end{cases} \Rightarrow a=\sqrt{b^2+c^2}=10$ (m).

Âm thanh thì thầm từ một tiêu điểm đến được tiêu điểm kia di chuyển quãng đường là $2a=20$ (m).

Do đó thời gian để âm thanh thì thầm từ một tiêu điểm đến được tiêu điểm kia là: $t=\frac{20}{343{,}2}\approx 0{,}058$ (s).

Bài 6. HYPEBOL (3 tiết)

I MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kĩ năng

- Xác định được các yếu tố đặc trưng của đường hypebol khi biết phương trình chính tắc của nó.
- Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với đường hypebol.

2. Về năng lực, phẩm chất

Bài học góp phần phát triển phẩm chất, năng lực sau cho HS:

- Năng lực tư duy và lập luận toán học (xuyên suốt bài học);
- Năng lực giao tiếp toán học (xuyên suốt bài học);
- Năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học;
- Năng lực khoa học;
- Các phẩm chất trách nhiệm, chăm chỉ, trung thực, nhân ái (xuyên suốt quá trình học tập và báo cáo kết quả học tập).

II NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

- HS đã được học về phương trình chính tắc của hypebol và nhận dạng hình ảnh của một đường hypebol. Tuy vậy, còn rất nhiều tính chất thú vị của đường hypebol mà HS chưa được tiếp cận. Bài học này giúp HS biết thêm nhiều khái niệm mới và nhiều tính chất mới về đường hypebol. Các tính chất này không chỉ là nền tảng cho việc học tập của HS theo học ngành thuộc khối tự nhiên ở các bậc học sau mà còn giúp HS thấy được nhiều ứng dụng thú vị của đường hypebol trong thực tiễn.
- Với mục tiêu bài học góp phần phát triển phẩm chất và năng lực của HS, dựa trên cơ sở kiến thức HS đã học về hypebol, các hoạt động trong sách được đưa ra nhằm gợi mở cho HS các tính chất của hypebol mà bài học hướng đến (tính chất đối xứng của hypebol, bán kính qua tiêu, ...). Như vậy HS sẽ được hoạt động nhiều hơn và GV đóng vai trò dẫn dắt, gợi mở để HS tự khám phá các kiến thức mới một cách tự nhiên.
- HS đã biết nhiều khái niệm và tính chất tương tự của đường hypebol khi học về đường elip. Do đó HS sẽ dễ tiếp cận kiến thức về đường hypebol hơn.
- Vì đây là sách chuyên đề nên khối lượng kiến thức đòi hỏi ở HS sẽ nhiều và nặng hơn so với SGK. GV cần hỗ trợ HS nhiều hơn trong quá trình giảng dạy so với khi truyền đạt kiến thức của SGK.
- GV nên khuyến khích HS tự tìm hiểu về sự xuất hiện của đường hypebol trong đời sống thực tế trước khi đến với bài học cũng như sau khi tổng kết bài học.
- Các hypebol có cùng tâm sai đều đồng dạng với nhau (GV không cần giải thích điều này cho HS).

III GỢI Ý DẠY HỌC

1. Thời lượng

Dự kiến phân bổ thời gian 3 tiết.

- Tiết 1: Mục 1. Hình dạng của hypebol.
- Tiết 2: Mục 2. Bán kính qua tiêu.
- Tiết 3. Mục 2 (tiếp) Tâm sai và đường chuẩn.

2. Thực hiện các hoạt động chính của bài học

Tiết 1

1. HÌNH DẠNG CỦA HYPEBOL

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Mở đầu bài học	Gợi động cơ bài học.	Giới thiệu theo Sách chuyên đề.
HĐ1	Tìm hiểu các yếu tố về tính đối xứng, các điểm đỉnh và hình dạng của hypebol.	Đối với HĐ1 a), GV có thể hướng dẫn HS: Một điểm thuộc hypebol đã cho khi và chỉ khi toạ độ của nó phải thoả mãn phương trình của hypebol. Khi đó HS muốn giải thích các điểm thuộc hypebol thì cần phải thử xem toạ độ của chúng có thoả mãn phương trình hypebol không. Đối với HĐ1 b), GV có thể gợi ý HS: Một điểm thuộc hypebol đã cho khi và chỉ khi toạ độ của nó phải thoả mãn phương trình nào? Một điểm thuộc trục toạ độ khi và chỉ khi toạ độ của nó phải thoả mãn điều kiện gì. Từ đó suy ra giao điểm của hypebol với trục hoành và chỉ ra hypebol không có điểm chung với trục tung. Đối với HĐ1 c), GV có thể hướng dẫn HS sử dụng đánh giá $1=\frac{x_0^2}{a^2}-\frac{y_0^2}{b^2}\leq\frac{x_0^2}{a^2}$. Từ đó HS đưa ra so sánh $\|x_0\|$ với a.
Khung kiến thức và Chú ý	HS ghi nhớ các yếu tố về hình dạng của hypebol.	– GV nhấn mạnh các yếu tố về hình dạng của hypebol. Phân tích một số đặc điểm nhận dạng (ví dụ: đỉnh là giao của hypebol với trục *Ox*, *Ox* là trục thực, *Oy* là trục ảo). – GV lưu ý cho HS tính đối xứng của hypebol dùng cho việc HS vẽ đường hypebol hay nhận dạng hypebol dễ dàng hơn. – GV nhấn mạnh sự khác biệt của hypebol và elip về sự xuất hiện của hai đường tiệm cận. – GV chú ý hình dạng hypebol gồm hai nhánh lần lượt chứa hai đỉnh của hypebol.

Ví dụ 1	Hướng dẫn HS vận dụng kiến thức, rèn luyện kĩ năng về độ dài các trục, các đỉnh và các đường tiệm cận.	– HS sử dụng khung kiến thức để hoàn thành ví dụ. – GV phân tích và gợi mở cho HS hướng giải quyết ví dụ.
Chú ý	HS hình dung được mối liên hệ giữa hai đường tiệm cận và hình dạng của hypebol.	– GV có thể cho HS làm việc theo nhóm khi lấy nhiều điểm thuộc hypebol mà có giá trị tuyệt đối của hoành độ khá lớn. HS nhận xét mối liên hệ giữa hai đường tiệm cận và hình dạng của hypebol. – GV tổng kết lại các kết quả thu được.
Luyện tập 1	HS củng cố kiến thức, rèn luyện kĩ năng về tiêu cự, độ dài các trục, các đỉnh và các đường tiệm cận.	HS sử dụng khung kiến thức để giải quyết bài tập. **ĐS.** a) Hypebol có tiêu cự là $2c = 20$, có độ dài trục thực là $2a = 16$, và độ dài trục ảo là $2b = 12$. b) Hai đỉnh của hypebol là $A_1(-8; 0)$, $A_2(8; 0)$. Hypebol có hai đường tiệm cận là $y = -\frac{3}{4}x$ và $y = \frac{3}{4}x$.
Tổng kết	HS nhìn lại các nội dung chính đã học. Dặn dò, nhắc nhở HS.	

Tiết 2

2. BÁN KÍNH QUA TIÊU, TÂM SAI VÀ ĐƯỜNG CHUẨN

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Đặt vấn đề	Gợi mở đến khái niệm bán kính qua tiêu của hypebol.	GV có thể đặt vấn đề cho HS nghĩ đến tình huống tương tự đối với hypebol như tình huống đã có của đường elip.
HĐ2	Thiết lập công thức bán kính qua tiêu.	Đối với HĐ2 a), GV gợi ý HS thực hiện các bước tính toán MF_1^2, MF_2^2 bằng cách sử dụng các công thức khoảng cách giữa hai điểm. Đối với HĐ2 b), GV gợi ý HS sử dụng ý a) kết hợp với nhận xét là khi điểm M thuộc nhánh chứa đỉnh A_2 thì $MF_1 - MF_2 = 2a$. Từ đó tính $MF_1 + MF_2$, MF_1, MF_2. Đối với HĐ2 c), GV gợi ý HS sử dụng ý a) kết hợp với nhận xét là khi điểm M thuộc nhánh chứa đỉnh A_1 thì $MF_2 - MF_1 = 2a$. Từ đó tính $MF_1 + MF_2$, MF_1, MF_2.

Khung kiến thức	HS ghi nhớ khái niệm và công thức tính bán kính qua tiêu của hypebol.	– GV nhận xét các thành phần cấu tạo nên công thức bán kính qua tiêu (*a, c, x*). GV có thể lưu ý HS: một trong những điểm hay của công thức bán kính qua tiêu là chúng ta chỉ cần biết hoành độ của điểm thuộc hypebol là tính được bán kính qua tiêu. – GV lưu ý công thức bán kính qua tiêu của hypebol tương tự công thức bán kính qua tiêu của elip nhưng khác biệt chính là dấu trị tuyệt đối. – HS tự viết công thức và ghi nhớ.
Chú ý	HS lưu ý cách dùng công thức bán kính qua tiêu của hypebol có chứa trị tuyệt đối.	– GV gợi ý HS chia trường hợp tính bán kính qua tiêu khi điểm lần lượt thuộc hai nhánh của đường hypebol. – GV lưu ý HS cách phá dấu trị tuyệt đối trong cách sử dụng công thức bán kính qua tiêu của hypebol.
Ví dụ 2	Hướng dẫn HS vận dụng kiến thức, rèn luyện kĩ năng về bán kính qua tiêu của hypebol.	HS dùng khung kiến thức để hoàn thành ví dụ. GV có thể trình bày lời giải ví dụ cho HS.
Luyện tập 2	HS củng cố kiến thức, kĩ năng về bán kính qua tiêu của hypebol.	GV quan sát HS làm bài luyện tập. GV gợi ý HS tìm các yếu tố cấu thành nên công thức bán kính qua tiêu. ĐS. $MF_1 = 21$ và $MF_2 = 15$.
Ví dụ 3	HS vận dụng tổng hợp kiến thức, kĩ năng đã được học để tìm hiểu khoảng cách nhỏ nhất từ một điểm thuộc hypebol đến một tiêu điểm.	GV có thể gợi ý HS sử dụng phương pháp tương tự như khi xét elip nhưng cần chú ý chia trường hợp vị trí của điểm thuộc hypebol. GV có thể nhấn mạnh kết quả đạt được để HS có thể sử dụng khi cần thiết.
Luyện tập 3	HS củng cố kiến thức thu được ở Ví dụ 3.	GV có thể cho HS lên bảng làm và nhận xét. ĐS. MF_2 đạt giá trị nhỏ nhất khi M trùng vào đỉnh $A_2(1; 0)$ và khi đó $MF_2 = c - a = 2 - 1 = 1$ và $MF_1 = 3$.
Tổng kết	HS nhìn lại các nội dung chính đã học. Dặn dò, nhắc nhở HS.	

Tiết 3

2. BÁN KÍNH QUA TIÊU, TÂM SAI VÀ ĐƯỜNG CHUẨN (tiếp)

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
HĐ3	HS dựa vào các công thức toạ độ đã học để thiết lập đại lượng đặc trưng cho hypebol là tâm sai.	GV gợi ý HS sử dụng công thức khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng, công thức bán kính qua tiêu của hypebol để tính các tỉ số $\frac{MF_1}{d(M;\Delta_1)}$ và $\frac{MF_2}{d(M;\Delta_2)}$. GV có thể nhận xét thêm một cách mới để xác định đường hypebol: Một nhánh của đường hypebol là quỹ tích các điểm thoả mãn tỉ số khoảng cách từ điểm đó đến một điểm và một đường thẳng cho trước là một hằng số lớn hơn 1. Hằng số đó gọi là tâm sai của hypebol.
Khung kiến thức	Đưa ra khái niệm, công thức tâm sai và đường chuẩn của hypebol.	– GV nhấn mạnh khái niệm, công thức tâm sai và đường chuẩn của hypebol. – HS tự viết công thức và ghi nhớ.
Ví dụ 4	Hướng dẫn HS vận dụng kiến thức, rèn luyện kĩ năng về tâm sai và đường chuẩn của hypebol.	– HS sử dụng khung kiến thức để làm Ví dụ 4. – GV có thể trình bày lời giải ví dụ cho HS.
Ví dụ 5	HS củng cố kiến thức, kĩ năng về tâm sai và phương trình chính tắc của hypebol.	– HS sử dụng khung kiến thức để làm Ví dụ 5. – GV có thể nhấn mạnh lại các yếu tố cấu thành nên phương trình chính tắc của hypebol. – GV có thể gợi ý hoặc trình bày lời giải ví dụ cho HS.
Luyện tập 4	HS luyện tập và củng cố kiến thức, kĩ năng về tâm sai, đường chuẩn và phương trình chính tắc của hypebol.	GV cho HS làm bài luyện tập và nhận xét. ĐS. Phương trình chính tắc của hypebol là $\frac{x^2}{256}-\frac{y^2}{768}=1$.
Ví dụ 6	HS vận dụng tổng hợp kiến thức, kĩ năng đã được học trong bài học, giải thích một hiện tượng thực tế.	Phân tích để HS xác định được 3 bước chính khi thực hiện giải quyết bài toán: – Xác định các yếu tố cấu thành nên tâm sai của hypebol; – Xác định công thức tâm sai cho quỹ đạo sao chổi Borisov và công thức tâm sai của hypebol có cùng tâm sai; – Nhận xét tỉ lệ giữa các đại lượng cấu thành nên phương trình hypebol (độ dài trục thực và tiêu cự).

Vận dụng	HS vận dụng tổng hợp kiến thức, kĩ năng đã được học trong bài học vào một bài toán thực tế.	Phân tích để HS xác định được 3 bước chính khi thực hiện giải quyết bài toán: – Xây dựng mô hình toán học cho bài toán thực tế: Vai trò của sao chổi, Mặt Trời; – Xác định công thức khoảng cách nhỏ nhất và tâm sai của quỹ đạo; – Giải quyết vấn đề toán học được đặt ra. GV lưu ý HS khi viết phương trình chính tắc của quỹ đạo sao chổi cần đổi đơn vị đo theo yêu cầu bài toán. HD. Gọi phương trình chính tắc của hypebol chứa quỹ đạo sao chổi đi qua là $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$. Hypebol nhận tâm Mặt Trời là tiêu điểm $F_2(c;0)$. Theo chứng minh của Ví dụ 3 ta có khoảng cách gần nhất từ sao chổi đến Mặt Trời là $c-a$. Vậy ta có: $\begin{cases} c-a=3 \\ e=\frac{c}{a}=3,6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2,6a=3 \\ c=3,6a \end{cases}$ $\Rightarrow \begin{cases} a=\frac{3}{2,6} \\ c=3,6.\frac{3}{2,6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=\frac{15}{13} \\ c=\frac{54}{13}. \end{cases}$ Khi đó ta có $b^2=c^2-a^2=\frac{2\,691}{169}$. Do đó, phương trình chính tắc của elip là: $\frac{x^2}{\frac{225}{169}}-\frac{y^2}{\frac{207}{13}}=1$.
Bài tập	HS rèn luyện kiến thức, kĩ năng đã học.	GV kiểm tra, cung cấp đáp số, phân tích, chữa một số bài tập.
Tổng kết	HS nhìn lại các nội dung chính đã học. Dặn dò, nhắc nhở HS.	

3. Phân loại bài tập

Các bài tập nhằm giúp HS rèn luyện các kĩ năng kiến thức sau:

- Xác định được đỉnh, độ dài các trục, bán kính qua tiêu, tâm sai và đường chuẩn của hypebol dựa vào phương trình chính tắc: Bài 3.7, Bài 3.8.
- Thiết lập được phương trình chính tắc của hypebol khi biết các yếu tố liên quan đến hình dạng, bán kính qua tiêu, tâm sai hay đường chuẩn của hypebol: Bài 3.9.
- Tìm hiểu một vài tính chất về các đường tiệm cận của hypebol: Bài 3.10, 3.11.
- Vận dụng các kiến thức đã học về hypebol để quyết một vấn đề thực tế: Bài 3.12.

IV ĐÁP SỐ/ HƯỚNG DẪN/ LỜI GIẢI

3.7. Toạ độ các đỉnh là $A_1(-3; 0)$, $A_2(3; 0)$. Độ dài trục thực 6 và độ dài trục ảo 4. Hypebol có tâm sai là $e = \dfrac{\sqrt{13}}{3}$ và các đường chuẩn là

$$\Delta_1 : x = -\frac{9}{\sqrt{13}} \text{ (ứng với tiêu điểm } F_1(-\sqrt{13}; 0)) \text{ và}$$

$$\Delta_2 : x = \frac{9}{\sqrt{13}} \text{ (ứng với tiêu điểm } F_2(\sqrt{13}; 0)).$$

3.8. $MF_1 = 19, MF_2 = 13.$

3.9. a) Phương trình chính tắc của hypebol là $\dfrac{x^2}{16} - \dfrac{y^2}{9} = 1.$

b) Phương trình chính tắc của hypebol là $\dfrac{x^2}{9} - \dfrac{y^2}{4} = 1.$

c) Phương trình chính tắc của hypebol là $\dfrac{x^2}{1} - \dfrac{y^2}{4} = 1.$

3.10. Gọi phương trình chính tắc của hypebol là $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1.$

Từ giả thiết ta có

$$a = b \Rightarrow c = \sqrt{a^2 + b^2} = a\sqrt{2} \Rightarrow e = \frac{c}{a} = \sqrt{2}.$$

Phương trình các đường tiệm cận của hypebol vuông là:

$$y = \frac{b}{a}x \Leftrightarrow y = x,$$

$$y = -\frac{b}{a}x \Leftrightarrow y = -x.$$

3.11. Gọi phương trình chính tắc của hypebol là $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Điểm $M(x_0; y_0)$ thuộc hypebol nên ta có

$$\frac{x_0^2}{a^2} - \frac{y_0^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow b^2x_0^2 - a^2y_0^2 = a^2b^2. \quad (1)$$

Mặt khác, phương trình các đường tiệm cận của hypebol là

$$y = \frac{b}{a}x \Leftrightarrow bx - ay = 0,$$
$$y = -\frac{b}{a}x \Leftrightarrow bx + ay = 0.$$

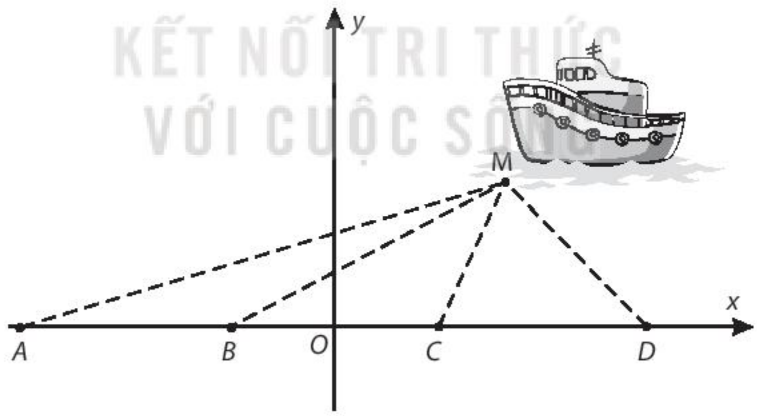
Áp dụng công thức khoảng cách từ điểm M đến hai đường tiệm cận ta có tích các khoảng cách từ M đến hai tiệm cận là

$$\frac{|bx_0 - ay_0|}{\sqrt{b^2 + a^2}} \cdot \frac{|bx_0 + ay_0|}{\sqrt{b^2 + a^2}} = \frac{|b^2x_0^2 - a^2y_0^2|}{a^2 + b^2} = \frac{a^2b^2}{a^2 + b^2} \text{ (do (1))}.$$

Vậy tích khoảng cách từ M đến hai tiệm cận là $\frac{a^2b^2}{a^2 + b^2}$, không phụ thuộc vào điểm M.

Vậy tích các khoảng cách từ một điểm bất kì thuộc hypebol đến hai đường tiệm cận của nó là một số không đổi.

3.12.



a) $MB - MC = 292\,000 \times 0{,}0005 = 146$ (km).

b) $MA - MD = 292\,000 \times 0{,}001 = 292$ (km).

c) Xét hệ trục toạ độ Oxy như hình vẽ.

Phương trình chính tắc của hypebol (H_1) với hai tiêu điểm B, C là:

$$(H_1): \frac{x^2}{0{,}5329} - \frac{y^2}{0{,}4671} = 1.$$

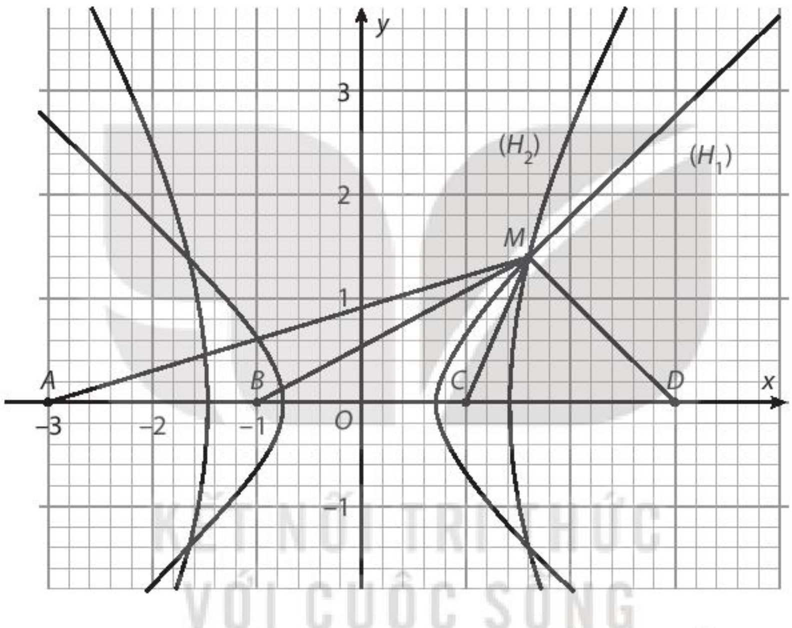
Phương trình chính tắc của hypebol (H_2) với hai tiêu điểm A, D là:

$$(H_2): \frac{x^2}{2{,}1316} - \frac{y^2}{6{,}8684} = 1.$$

Gọi toạ độ của điểm M là $(x_0; y_0)$. Từ giả thiết ta có $x_0, y_0 > 0$ và $(x_0; y_0)$ là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} \dfrac{x^2}{0{,}5329} - \dfrac{y^2}{0{,}4671} = 1 \\ \dfrac{x^2}{2{,}1316} - \dfrac{y^2}{6{,}8684} = 1. \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta có toạ độ của điểm M là: $M(1{,}65197; 1{,}38742)$.



d) Xét hypebol nhận B, C là hai tiêu điểm $(H_1): \dfrac{x^2}{0{,}5329} - \dfrac{y^2}{0{,}4671} = 1$.

Ta có: $a = 0{,}73$, $c = 1$.

Theo công thức bán kính qua tiêu ta có:

$$MB = 0{,}73 + \frac{1}{0{,}73}.1{,}65197 = 2{,}99297.$$

Vậy khoảng cách thực tế từ tàu đến B là 299 km.

Do đó khoảng cách từ tàu đến C là : 299 – 146 = 153 (km).

Bài 7. PARABOL (2 tiết)

I MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kĩ năng

- Xác định được các yếu tố đặc trưng của đường parabol khi biết phương trình chính tắc của nó.
- Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với đường parabol.

2. Về năng lực, phẩm chất

- Năng lực tư duy và lập luận toán học (xuyên suốt bài học);
- Năng lực giao tiếp toán học (xuyên suốt bài học);
- Năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học;
- Năng lực khoa học;
- Các phẩm chất: trách nhiệm, chăm chỉ, trung thực, nhân ái (xuyên suốt quá trình học tập và báo cáo kết quả học tập).

II NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

- HS đã được học về phương trình chính tắc của parabol và nhận dạng hình ảnh của một đường parabol. Hơn nữa trong đại số, HS cũng đã gặp nhiều hình ảnh của đường parabol. Tuy vậy, còn rất nhiều tính chất hình học thú vị của đường parabol mà HS chưa được tiếp cận. Bài học này giúp HS biết thêm nhiều khái niệm mới và nhiều tính chất mới về đường parabol. Các tính chất này không chỉ là nền tảng cho việc học tập của HS khi theo học ngành thuộc khối tự nhiên ở các bậc học sau mà còn giúp HS thấy được nhiều ứng dụng thú vị của đường parabol trong thực tiễn.
- Với mục tiêu bài học góp phần phát triển phẩm chất và năng lực của HS, dựa trên cơ sở kiến thức HS đã học về parabol, các hoạt động trong sách được đưa ra nhằm gợi mở cho HS các tính chất của parabol mà bài học hướng đến (tính chất đối xứng của parabol, bán kính qua tiêu, ...). Như vậy HS sẽ được hoạt động nhiều hơn và GV đóng vai trò dẫn dắt, gợi mở để HS tự khám phá các kiến thức mới một cách tự nhiên.
- HS đã biết nhiều khái niệm tương tự của đường parabol khi học về đường elip và hypebol. Do đó HS cũng sẽ dễ tiếp cận kiến thức về đường parabol hơn.
- Vì đây là sách chuyên đề nên khối lượng kiến thức đòi hỏi ở HS sẽ nhiều và cao hơn so với SGK. GV cần hỗ trợ HS nhiều hơn trong quá trình giảng dạy so với khi truyền đạt kiến thức của SGK.

- GV nên khuyến khích HS tự tìm hiểu về sự xuất hiện của đường parabol trong đời sống thực tế trước khi đến với bài học cũng như sau khi tổng kết bài học.
- Các parabol đều có tâm sai bằng 1 và chúng đồng dạng với nhau (GV không cần giải thích điều này với HS).

III GỢI Ý DẠY HỌC

1. Thời lượng

Dự kiến phân bổ thời gian (2 tiết):

- Tiết 1: Hình dạng và các yếu tố xác định parabol (gồm mục 1 và HĐ2).
- Tiết 2: Mục 2. Luyện tập và vận dụng.

2. Thực hiện các hoạt động chính của bài học

Tiết 1. Hình dạng và các yếu tố xác định parabol

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Mở đầu bài học	Gợi động cơ bài học.	Trình bày theo sách Chuyên đề học tập.
HĐ1	Tìm hiểu tính đối xứng, đỉnh của parabol, vị trí của parabol đối với trục tung.	Đối với HĐ1 a), GV có thể gợi ý HS: Một điểm thuộc parabol đã cho khi và chỉ khi toạ độ của nó phải thoả mãn phương trình nào? Đối với HĐ1 b), GV có thể hướng dẫn HS quan sát Hình 3.18 (và có thể gợi ý thêm về vị trí của parabol đối với trục tung) để rút ra nhận xét thông qua quan sát. Sau khi HS đã có nhận xét thông qua quan sát, gợi ý HS dựa vào phương trình chính tắc để rút ra nhận xét về dấu của hoành độ.
Khung kiến thức	HS ghi nhớ các yếu tố về hình dạng của parabol.	Kết hợp giữa quan sát Hình 3.18, kiến thức HS đã được học trong SGK, HĐ1, GV nhấn mạnh, lưu ý cho HS: – Tính đối xứng của parabol. – Các yếu tố xác định parabol. GV có thể nhấn mạnh sự khác biệt của parabol so với elip và hypebol (đường parabol không bị giới hạn nhưng chỉ có 1 nhánh và không có đường tiệm cận).

Ví dụ 1	Hướng dẫn HS sử dụng kiến thức, rèn luyện kĩ năng về phương trình chính tắc, mối liên hệ giữa tiêu điểm, đỉnh (tham số tiêu) và phương trình chính tắc.	Trước khi trình bày, giảng giải cho HS, GV có thể bình luận và nêu câu hỏi cho HS: Mấu chốt để viết được phương trình chính tắc của parabol là tính được tham số tiêu p. Tham số tiêu có mối quan hệ gì với khoảng cách từ tiêu điểm đến đỉnh parabol?
Luyện tập 1	HS củng cố kiến thức, rèn luyện kĩ năng về phương trình chính tắc, tham số tiêu và đường chuẩn.	GV có thể gợi ý HS theo các bước: Bước 1: Tìm phương trình chính tắc của parabol: Gọi phương trình và thể hiện điểm A thuộc phương trình. Bước 2: Dựa vào phương trình để tính tham số tiêu và viết phương trình đường chuẩn. **ĐS.** Tham số tiêu và phương trình đường chuẩn của (P) lần lượt là $p = 3$ và $x = -\frac{3}{2}$.
HĐ2	Thiết lập công thức bán kính qua tiêu và nhắc lại mối quan hệ giữa bán kính tiêu và khoảng cách từ điểm tương ứng đến đường chuẩn.	Đối với HĐ2 b), GV có thể gợi ý HS: Nhớ lại định nghĩa parabol để thấy mối quan hệ giữa MF và $d(M; \Delta)$. Dùng công thức tính khoảng cách để tính $d(M; \Delta)$. Từ đó suy ra công thức tính MF.
Khung kiến thức	Xác định tiêu điểm, đường chuẩn (nhắc lại), bán kính qua tiêu, tâm sai của parabol.	GV có thể nhận xét các thành phần cấu tạo nên công thức bán kính qua tiêu (x, p) và chỉ cần biết hoành độ của điểm thuộc parabol là tính được bán kính qua tiêu. Nhấn mạnh: Các parabol đều có tâm sai bằng 1.
Tổng kết tiết học	HS nhìn lại các nội dung chính đã học. Dặn dò, nhắc nhở HS.	

Tiết 2. Luyện tập và vận dụng

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Ví dụ 2	Hướng dẫn HS vận dụng kiến thức, rèn luyện kĩ năng về tiêu điểm, đường chuẩn, bán kính qua tiêu.	GV trình bày và giảng giải cho HS.

Luyện tập 2	HS vận dụng kiến thức, rèn luyện kĩ năng về tiêu điểm, đường chuẩn, bán kính qua tiêu.	Gợi ý vận dụng kiến thức trong khung kiến thức vào tình huống cụ thể. **ĐS.** Tiêu điểm và phương trình đường chuẩn của parabol lần lượt là $F(2; 0)$ và $x = -2$. Do điểm M có hoành độ bằng 2 nên $$MF = 2 + \frac{4}{2} = 4.$$
Ví dụ 3	Đề cập đến điểm trên parabol gần tiêu điểm nhất.	Trước khi trình bày, giảng giải cho HS. GV có thể nhấn mạnh kết quả đạt được để HS có thể sử dụng khi cần thiết (đặc biệt trong các bài toán thực tế).
Luyện tập 3	HS vận dụng kiến thức được học vào bài toán thực tế.	GV có thể giải thích cho HS: Lập phương trình của quỹ đạo theo đơn vị km nghĩa là 1 km trên thực tế ứng với 1 đơn vị độ dài trên mặt phẳng toạ độ. GV có thể gợi ý HS các bước: – Vẽ hình minh hoạ. – Dựa vào kết quả Ví dụ 3 và giả thiết để tính tham số tiêu. Từ đó suy ra phương trình quỹ đạo. – Khoảng cách từ sao chổi đến tâm Mặt Trời chính là bán kính qua tiêu tương ứng. GV có thể giới thiệu thêm cho HS: Vị trí sao chổi có khoảng cách ngắn nhất tới tâm Mặt Trời được gọi là điểm cận nhật của sao chổi. **HD.** Giả sử parabol chứa quỹ đạo chuyển động của sao chổi có phương trình chính tắc là $y^2 = 2px$. Lập luận tương tự Ví dụ 3 ta có khoảng cách ngắn nhất từ sao chổi đến tiêu điểm là Mặt Trời là $\frac{p}{2} = 10^6 \Rightarrow p = 2.10^6$. Khi sao chổi nằm trên đường vuông góc với trục đối xứng của quỹ đạo tại tâm Mặt Trời, thì sao chổi có hoành độ $x = \frac{p}{2} = 10^6$. Vậy khoảng cách từ sao chổi đến tâm Mặt Trời là $x + \frac{p}{2} = 10^6 + 10^6 = 2\,000\,000$ (km).

Vận dụng	HS vận dụng kiến thức bài học vào giải quyết vấn đề thực tế.	GV có thể cho HS hoạt động theo nhóm. GV có thể gợi ý HS: – Vẽ hình minh hoạ cổng và hệ trục toạ độ tương ứng. Thể hiện trên hình chiều rộng và chiều cao của cổng. – Gọi chiều cao của cổng là h. Thể hiện toạ độ của một chân cổng theo chiều rộng và chiều cao của cổng. Dựa vào toạ độ của chân cổng thoả mãn phương trình của parabol đã cho để tính h. – Dựa vào chiều rộng và chiều cao của cổng và tỉ lệ thu nhỏ 1 : 100 để tính chiều rộng và chiều cao của mô hình. – Vẽ hình mô tả mô hình và hệ trục toạ độ tương ứng. – Tính toạ độ của một chân mô hình. Gọi phương trình của mô hình và dựa vào toạ độ của chân cổng để suy ra tham số tiêu trong phương trình. **HD.** a) Gọi chiều cao của cổng là: h ($h > 0$). Từ giả thiết ta có điểm $A(h; 96)$ thuộc parabol. Do đó ta có: $96^2 = 48.h \Rightarrow h = 192$ (m). b) Xét mô hình thu nhỏ của cổng với tỉ lệ 1:100. Khi đó chiều cao mô hình là 192 : 100 = 1,92 (m), chiều rộng mô hình là 192 : 100 = 1,92 (m). c) Gọi phương trình chính tắc của cổng mô hình là : $y^2 = 2p'x$ (P'). Từ giả thiết điểm $A'(1,92; 0,96)$ thuộc mô hình nên thay vào phương trình ta có: $0,96^2 = 2 \cdot p' \cdot 1,92 \Rightarrow p' = 0,24$. Vậy phương trình chính tắc của mô hình thu nhỏ là $y^2 = 0,48x$. d) Tiêu điểm của mô hình là $F(0,12; 0)$. Vậy ngôi sao cách mặt đất là $1,92 - 0,12 = 1,8$ (m).
Bài tập	HS rèn luyện kiến thức, kĩ năng đã học.	GV kiểm tra, cung cấp đáp số, phân tích, chữa một số bài tập.
Tổng kết tiết học	HS nhìn lại các nội dung chính đã học. Dặn dò, nhắc nhở HS.	

3. Phân loại bài tập

Các bài tập nhằm giúp HS rèn luyện các kĩ năng kiến thức sau:

- Xác định tiêu điểm, bán kính qua tiêu và đường chuẩn của parabol: Bài 3.13.
- Thiết lập được phương trình chính tắc của parabol khi biết các yếu tố liên quan: Bài 3.14.
- Vận dụng các kiến thức đã học về parabol để giải quyết một số vấn đề thực tế: Bài 3.15, Bài 3.16.

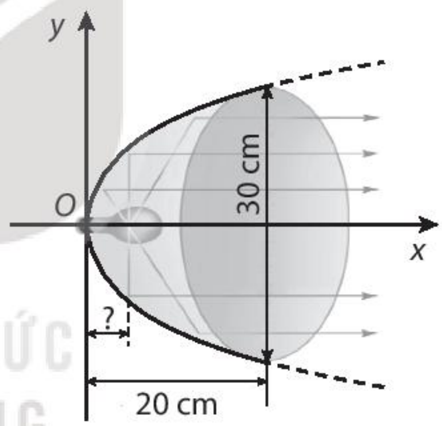
IV ĐÁP SỐ/ HƯỚNG DẪN/ LỜI GIẢI

3.13. Tiêu điểm $F(3; 0)$, phương trình đường chuẩn $\Delta : x + 3 = 0$.

Bán kính qua tiêu $MF = 8$.

3.14. $MF = \dfrac{9}{2}$ và $d(F, \Delta) = 3$.

3.15. Chọn hệ trục toạ độ như hình vẽ bên.



Gọi phương trình chính tắc của parabol (P) là

$$y^2 = 2px.$$

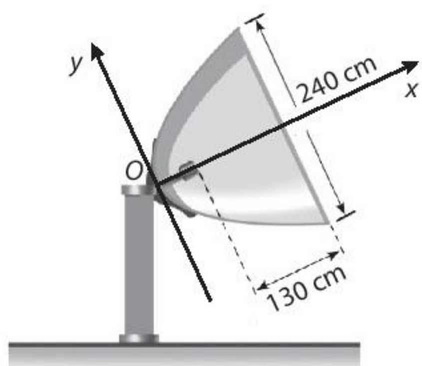
Do (P) đi qua điểm $M(20; 15)$ nên ta có:

$$15^2 = 2.20.p \Rightarrow p = \frac{45}{8}.$$

Vậy, khoảng cách từ dây tóc tới đỉnh bát đáy là

$$\frac{p}{2} = \frac{45}{16} \approx 2,8 \text{ (cm)}.$$

3.16. Chọn hệ trục toạ độ như hình vẽ bên.



Phương trình chính tắc của parabol (P) có dạng $y^2 = 2px$.

Do (P) đi qua điểm $M\left(\frac{p}{2} + 130; 120\right)$ nên ta có

$$120^2 = 2p \cdot \left(\frac{p}{2} + 130\right) \Rightarrow p \approx 47.$$

Vậy khoảng cách từ vị trí đặt đầu thu tới đỉnh anten là

$$\frac{p}{2} \approx 23,5 \text{ (cm)}.$$

Bài 8. SỰ THỐNG NHẤT GIỮA BA ĐƯỜNG CONIC (2 tiết)

I MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kĩ năng

- Nhận biết được đường conic như là giao của mặt phẳng với mặt nón.
- Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với ba đường conic.

2. Về năng lực, phẩm chất

- Năng lực tư duy và lập luận toán học (xuyên suốt bài học);
- Năng lực giao tiếp toán học (xuyên suốt bài học);
- Năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học;
- Năng lực khoa học;
- Các phẩm chất trách nhiệm, chăm chỉ, trung thực, nhân ái (xuyên suốt quá trình học tập và báo báo kết quả học tập).

II NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

- Mặc dù HS đã được học về ba đường conic: elip, hypebol và parabol nhưng HS chưa biết được những đặc tính chung của ba đường đã học. Do đó HS cũng chưa hiểu lí do tại sao ba đường đó được gọi chung là ba đường conic.
- Bài học nhằm giúp HS hiểu thêm nhiều ứng dụng của các đường conic trong đời sống thực tế. Qua đó, HS có cơ hội được biết thêm nhiều kiến thức trong các lĩnh vực khác nhau của đời sống thực tế.

III GỢI Ý DẠY HỌC

1. Thời lượng

Dự kiến phân bổ thời gian 2 tiết.

Tiết 1: Sự thống nhất giữa ba đường conic.

Tiết 2: Bài tập.

2. Thực hiện các hoạt động chính của bài học

Tiết 1. Sự thống nhất giữa ba đường conic

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Mở đầu bài học	Giới thiệu mục đích bài học.	GV có thể nói rõ mục đích của bài học là tìm hiểu những tính chất tương tự của các đường elip, hypebol và parabol. Từ đó các đường còn được gọi chung là các đường conic.

Tình huống mở đầu bài học	Gợi mở cho HS hình ảnh các đường conic đã học là giao của mặt phẳng với mặt nón.	GV hướng dẫn HS tìm hiểu lịch sử của ba đường conic và nhìn Hình 3.22 và Hình 3.23 để phát hiện ra các đường conic đã học là giao của mặt phẳng và hình nón (hình vẽ có trong sách hoặc GV chuẩn bị slide trình chiếu). GV nhấn mạnh sự thống nhất của ba đường conic khi chúng là giao của mặt phẳng và mặt nón. Đây cũng là một lí do có tên gọi conic chung cho cả ba đường.
Khung kiến thức	HS ghi nhớ kiến thức đường conic như là giao của mặt phẳng với mặt nón.	HS đọc khung kiến thức, kết hợp với quan sát hình vẽ để nắm được kiến thức.
Chú ý	HS củng cố kiến thức thông qua giải thích các hiện tượng có trong đời sống thực tế.	HS quan sát hình vẽ phân tích hiện tượng và trả lời các câu hỏi. GV có thể gợi ý HS xác định yếu tố thực tế có vai trò là mặt nón, mặt phẳng như: – Mặt đất, bề mặt tường, sàn nhà, ... có thể coi là một phần mặt phẳng. – Nón âm thanh, vùng sáng của đèn pin, ... sẽ cho ta hình ảnh của các mặt nón.
Trải nghiệm	HS tham gia hoạt động trải nghiệm để mở rộng hiểu biết.	GV chuẩn bị đèn pin hoặc dùng chức năng đèn pin của điện thoại thông minh để cùng HS tham gia trải nghiệm. GV đề xuất HS giải thích hiện tượng hoặc hướng dẫn HS giải thích hiện tượng khi trải nghiệm.
Tình huống mở đầu mục 2	HS nhận biết được cách xác định chung của ba đường conic theo tâm sai và đường chuẩn.	GV gợi ý HS nhắc lại cách xác định tâm sai của ba đường elip, hypebol và parabol dựa vào tỉ số khoảng cách từ một điểm thuộc mỗi đường đó đến một tiêu điểm và đường chuẩn tương ứng. Từ đó HS có thể khái quát chung cho tâm sai và đường chuẩn của đường conic.
Khung kiến thức	HS ghi nhớ kiến thức.	HS đọc khung kiến thức để ghi nhớ. GV nhấn mạnh sự phân biệt ba loại đường elip, hypebol và parabol thông qua so sánh tâm sai e và 1.

<table>
<tr><td>Ví dụ 1</td><td>Hướng dẫn HS sử dụng kiến thức, rèn luyện kĩ năng về phương trình của đường conic khi biết tâm sai và đường chuẩn.</td><td>GV trình bày, giảng giải cho HS.</td></tr>
<tr><td>Luyện tập 1</td><td>HS củng cố kiến thức, rèn luyện kĩ năng về phương trình của đường conic khi biết tâm sai và đường chuẩn.</td><td>GV cho HS tự làm và nhận xét.
ĐS. Phương trình của đường conic:
$$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1.$$</td></tr>
<tr><td>Vận dụng 2</td><td>HS biết vận dụng kiến thức đã học giải quyết tình huống thực tế.</td><td>GV cho HS hoạt động theo nhóm:
– Xác định quỹ đạo của từng vật thể dựa vào việc so sánh tâm sai của quỹ đạo với 1.
– Tìm hiểu về vật thể mà HS yêu thích.
ĐS
<table>
<tr><th>Tên</th><th>Tâm sai của quỹ đạo</th><th>Ngày phát hiện</th><th>Đường conic</th></tr>
<tr><td>Sao chổi Halley</td><td>0,967</td><td>TCN</td><td>Elip</td></tr>
<tr><td>Sao chổi Hale-Bopp</td><td>0,995</td><td>23/07/1995</td><td>Elip</td></tr>
<tr><td>Sao chổi Hyakutake</td><td>0,999</td><td>31/01/1996</td><td>Elip</td></tr>
<tr><td>Sao chổi C/1980E1</td><td>1,058</td><td>11/02/1980</td><td>Hypebol</td></tr>
<tr><td>Oumuamua</td><td>1,201</td><td>19/10/2017</td><td>Hypebol</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>Em có biết?</td><td>HS được mở rộng hiểu biết.</td><td>HS đọc và lĩnh hội tri thức.</td></tr>
<tr><td>Tổng kết tiết học</td><td>HS nhìn lại các nội dung chính đã học.
Dặn dò, nhắc nhở HS.</td><td></td></tr>
</table>

Tiết 2. Bài tập

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Bài tập	HS rèn luyện kiến thức, kĩ năng đã học.	GV kiểm tra, cung cấp đáp số, phân tích, chữa một số bài tập. GV có thể cho HS tìm hiểu trước về các vấn đề liên quan đến ba đường conic có trong đời sống thực tế để tranh luận trong tiết học.

3. Phân loại bài tập

Các bài tập nhằm giúp HS rèn luyện các kĩ năng kiến thức sau:

- Củng cố kiến thức về tâm sai, đường chuẩn của ba đường conic: Bài 3.17, Bài 3.18.
- Viết phương trình các đường conic dựa vào tâm sai, tiêu điểm và đường chuẩn: Bài 3.19.
- Vận dụng kiến thức về sự thống nhất của các đường conic vào giải quyết các bài toán thực tế hoặc giải thích các hiện tượng thực tế: Bài 3.20.

IV ĐÁP SỐ/ HƯỚNG DẪN/ LỜI GIẢI

3.17. a) Đường chuẩn của đường elip là $\Delta_1 : x + \dfrac{25}{3} = 0$ và $\Delta_2 : x - \dfrac{25}{3} = 0$.

b) Đường chuẩn của đường hypebol là $\Delta_1 : x + \dfrac{9\sqrt{13}}{13} = 0$ và $\Delta_2 : x - \dfrac{9\sqrt{13}}{13} = 0$.

c) Đường chuẩn của đường parabol là $\Delta : x + 2 = 0$.

3.18. a) Mối quan hệ giữa hai tâm sai của các elip đó là: $e_1 = e_2$.

b) Chứng minh với mỗi điểm M thuộc elip (E_2) thì trung điểm N của đoạn thẳng OM thuộc elip (E_1).

Ta có $M(x_M ; y_M) \Rightarrow N\left(\dfrac{x_M + 0}{2}; \dfrac{y_M + 0}{2}\right) \Rightarrow N\left(\dfrac{x_M}{2}; \dfrac{y_M}{2}\right)$. Vậy $x_M = 2x_N$ và $y_M = 2y_N$.

Do điểm M thuộc (E_2) nên ta có: $\dfrac{(2x_N)^2}{100} + \dfrac{(2y_N)^2}{64} = 1 \Rightarrow \dfrac{x_N^2}{25} + \dfrac{y_N^2}{16} = 1$.

Vậy N thuộc elip (E_1).

3.19. Phương trình của đường conic là $y^2 = 8x$.

3.20. a) Giả sử hình (E) có độ dài trục lớn bằng $2a$ mét, tiêu cự bằng $2c$ mét và elip chứa quỹ đạo của sao chổi Halley có độ dài trục lớn bằng $2a'$ mét, tiêu cự bằng $2c'$ mét.

Ta có $\dfrac{c}{a} = 0,967 = \dfrac{c'}{a'}$.

Vậy, nếu đặt $k = \dfrac{a'}{a} = \dfrac{c'}{c}$ thì (E) là bản vẽ thu nhỏ của elip chứa quỹ đạo sao chổi Halley, với tỉ lệ $1 : k$.

b) Khoảng cách gần nhất từ sao chổi Halley đến tâm Mặt Trời khoảng $88 \cdot 10^6$ km

$\Rightarrow a - c = 88 \cdot 10^6$. (1)

Tâm sai $e = \dfrac{c}{a} = 0,967$. (2)

Từ (1) và (2), ta có $a = 2\,666\,666\,667$, $c = 2\,578\,666\,667$.

Vậy khoảng cách xa nhất từ sao chổi Halley đến tâm Mặt Trời là

$$a + c = 2\,666\,666\,667 + 2\,578\,666\,667 = 5\,245\,333\,334 \text{ (km)}.$$

BÀI TẬP CUỐI CHUYÊN ĐỀ 3 (1 tiết)

I TỔNG KẾT KIẾN THỨC

ELIP	HYPEBOL	PARABOL
Phương trình chính tắc $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$, $c=\sqrt{a^2-b^2}$, hai tiêu điểm $F_1(-c; 0)$, $F_2(c; 0)$.	Phương trình chính tắc $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>0, b>0)$, $c=\sqrt{a^2+b^2}$, hai tiêu điểm $F_1(-c; 0)$, $F_2(c; 0)$.	Phương trình chính tắc $y^2=2px\ (p>0)$. Tham số tiêu p, tiêu điểm $F\left(\frac{p}{2}; 0\right)$.
Hai trục đối xứng là Ox và Oy. Tâm đối xứng là gốc toạ độ O.	Hai trục đối xứng là Ox và Oy. Tâm đối xứng là gốc toạ độ O.	Một trục đối xứng là Ox.
Đỉnh: $A_1(-a; 0)$, $A_2(a; 0)$, $B_1(0; -b)$, $B_2(0; b)$.	Đỉnh: $A_1(-a; 0)$, $A_2(a; 0)$.	Đỉnh: $O(0; 0)$.
Các đoạn thẳng tương ứng là độ dài trục lớn, trục nhỏ: $A_1A_2=2a$, $B_1B_2=2b$.	Các đoạn thẳng tương ứng là độ dài trục thực, trục ảo: $A_1A_2=2a$, $B_1B_2=2b$.	
Tâm sai: $e=\frac{c}{a}<1$.	Tâm sai: $e=\frac{c}{a}>1$.	Tâm sai: $e=1$.
Bán kính qua tiêu: Với điểm $M(x; y)$ thuộc elip, ta có $MF_1=a+\frac{c}{a}x, MF_2=a-\frac{c}{a}x$.	Bán kính qua tiêu: Với điểm $M(x; y)$ thuộc hypebol, ta có $MF_1=\left\|a+\frac{c}{a}x\right\|,\ MF_2=\left\|a-\frac{c}{a}x\right\|$.	Bán kính qua tiêu: Với điểm $M(x; y)$ thuộc parabol, ta có $MF=x+\frac{p}{2}$.
Đường chuẩn tương ứng với F_1 và F_2 là: $\Delta_1: x=-\frac{a}{e}$ và $\Delta_2: x=\frac{a}{e}$.	Đường chuẩn tương ứng với F_1 và F_2 là: $\Delta_1: x=-\frac{a}{e}$ và $\Delta_2: x=\frac{a}{e}$.	Đường chuẩn $\Delta: x=-\frac{p}{2}$.

Cho số dương $e>0$, một điểm F và một đường thẳng Δ không đi qua F. Khi đó, tập hợp những điểm M thoả mãn $\frac{MF}{d(M;\Delta)}=e$ là một đường conic có tâm sai e, nhận F là một tiêu điểm và Δ là đường chuẩn ứng với tiêu điểm đó.

- Nếu $0<e<1$ thì conic là đường elip;
- Nếu $e=1$, thì conic là đường parabol;
- Nếu $e>1$, thì conic là đường hypebol.

Phân loại bài tập

Các câu hỏi, bài tập chuyên đề nhằm giúp HS rèn luyện các kĩ năng kiến thức sau:

- Viết phương trình của đường conic khi biết tâm sai, tiêu điểm và đường chuẩn tương ứng với tiêu điểm đó. Sau đó gọi tên đường conic: Bài 3.21, Bài 3.22.
- Hiểu ý nghĩa của parabol trong đại số và hình học về bản chất là như nhau: Bài 3.23.
- Biết thêm các tính chất mở rộng của các đường parabol, elip: Bài 3.24, Bài 3.25.
- Vận dụng tính chất của đường parabol trong thực tế: Bài 3.26.

II ĐÁP SỐ/ HƯỚNG DẪN/ LỜI GIẢI

3.21. Điểm $M(x; y)$ thuộc đường conic (S) khi và chỉ khi

$$\frac{MF}{d(M;\Delta)} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{(x+2)^2 + (y-5)^2} = 2.\frac{|x+y-1|}{\sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 4xy - 8x + 6y - 27 = 0.$$

(S) là đường hypebol vì (S) có tâm sai $e > 1$.

3.22. Điểm $M(x; y)$ thuộc đường conic khi và chỉ khi

$$\frac{MF}{d(M;\Delta)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \sqrt{(x+1)^2 + y^2} = \frac{1}{\sqrt{2}}.\frac{|x+y+1|}{\sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 3y^2 - 2xy + 6x - 2y + 3 = 0.$$

Vậy phương trình của đường conic là:

$$3x^2 + 3y^2 - 2xy + 6x - 2y + 3 = 0.$$

Conic có tâm sai $e < 1$ nên nó là đường elip.

3.23. Điểm $M(x; y)$ thuộc đường parabol có tiêu điểm là $F\left(-\frac{b}{2a}; \frac{1-\Delta}{4a}\right)$

và đường chuẩn là: $y = -\frac{1+\Delta}{4a}$ khi và chỉ khi

$$MF = d(M;\Delta) \Leftrightarrow \sqrt{\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 + \left(y - \frac{1-\Delta}{4a}\right)^2} = \left|y + \frac{1+\Delta}{4a}\right|$$

$$\Leftrightarrow y = ax^2 + bx + c.$$

Vậy đồ thị của hàm số $y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ là parabol có tiêu điểm là $F\left(-\frac{b}{2a}; \frac{1-\Delta}{4a}\right)$ và đường chuẩn là: $y = -\frac{1+\Delta}{4a}$, trong đó $\Delta = b^2 - 4ac$.

3.24. Điểm $M(x; y)$ thuộc cả hai đường parabol đã cho thì có toạ độ thoả mãn:

$$\begin{cases} y^2 = 2px \\ y = ax^2 + bx + c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 = 2px \\ \dfrac{1}{a}y = x^2 + \dfrac{b}{a}x + \dfrac{c}{a} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} + y^2 = \frac{1}{a}y + 2px$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + \left(\frac{b}{a} - 2p\right)x - \frac{1}{a}y + \frac{c}{a} = 0.$$

Vậy nếu hai parabol đó cắt nhau tại bốn điểm phân biệt thì bốn điểm đó cùng nằm trên đường tròn

$$(C):\ x^2 + y^2 + \left(\frac{b}{a} - 2p\right)x - \frac{1}{a}y + \frac{c}{a} = 0.$$

3.25. Gọi vectơ chỉ phương của đường thẳng d cần tìm là $\vec{u} = (\alpha; \beta)\ (\neq \vec{0})$.

Khi đó phương trình của đường thẳng d là: $\begin{cases} x = 2 + \alpha t \\ y = 1 + \beta t. \end{cases}$

Toạ độ giao điểm của d và elip ứng với tham số t thoả mãn:

$$\frac{(2+\alpha t)^2}{25} + \frac{(1+\beta t)^2}{16} = 1 \Leftrightarrow \left(16\alpha^2 + 25\beta^2\right)t^2 + (64\alpha + 50\beta)t - 311 = 0. \quad (1)$$

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt t_1, t_2 nên d cắt elip tại hai điểm A, B có toạ độ

$$A\left(2 + \alpha t_1; 1 + \beta t_1\right),\ B\left(2 + \alpha t_2; 1 + \beta t_2\right).$$

Do $MA = MB$ và M, A, B thẳng hàng nên ta có M là trung điểm của A, B hay

$$\begin{cases} 2 = \dfrac{2 + \alpha t_1 + 2 + \alpha t_2}{2} \\ 1 = \dfrac{1 + \beta t_1 + 1 + \beta t_2}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha\left(t_1 + t_2\right) = 0 \\ \beta\left(t_1 + t_2\right) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow t_1 + t_2 = 0 \text{ (do } \vec{u}(\alpha; \beta) \neq \vec{0}).$$

Áp dụng định lí Vi-ét (Vieta) vào phương trình (1) ta có:

$$64\alpha + 50\beta = 0 \Leftrightarrow \alpha = \frac{-25}{32}\beta \Rightarrow \vec{u} = \left(-\frac{25}{32}\beta; \beta\right).$$

Do đó ta có thể chọn một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{v} = (-25; 32)$.

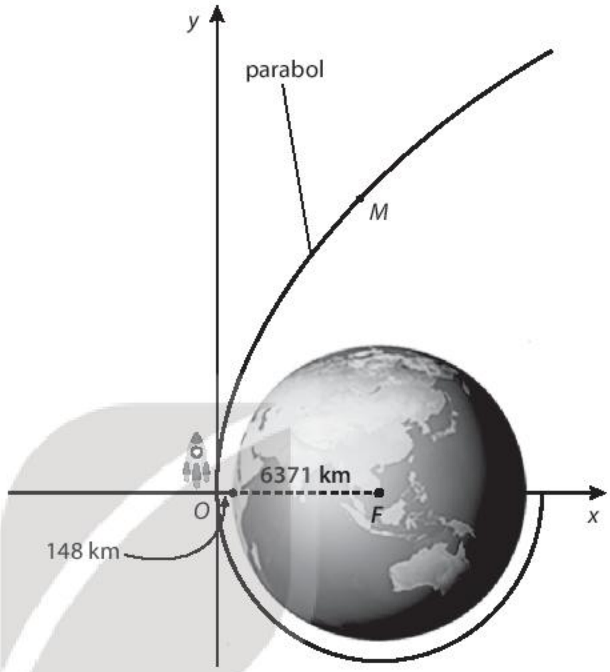
Vậy phương trình của đường thẳng d là: $\begin{cases} x = 2 - 25t \\ y = 1 + 32t. \end{cases}$

3.26. a) Chọn hệ trục toạ độ như hình vẽ. Gọi phương trình chính tắc của quỹ đạo parabol là $y^2 = 2px$.

Từ giả thiết tâm Trái Đất là tiêu điểm của parabol ta có:

$$\frac{p}{2} = 148 + 6\,371 = 6\,519 \Rightarrow p = 13\,038.$$

Phương trình chính tắc của quỹ đạo parabol là: $y^2 = 26\,076x$.



b) Gọi vị trí của tàu vũ trụ là $M(x; y)$, $x \geq 0$. Khi đó càng ngày hoành độ x của tàu vũ trụ càng lớn.

Mặt khác, theo công thức bán kính qua tiêu, ta có khoảng cách từ tàu vũ trụ đến tâm Trái Đất là:

$$MF = x + \frac{p}{2} = x + 6\,519.$$

Từ đó ta kết luận: Kể từ khi đi vào quỹ đạo parabol, càng ngày, tàu vũ trụ càng cách xa Trái Đất.

*Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam xin trân trọng cảm ơn
các tác giả có tác phẩm, tư liệu được sử dụng, trích dẫn trong cuốn sách này.*

Chịu trách nhiệm xuất bản:
Chủ tịch Hội đồng Thành viên NGUYỄN ĐỨC THÁI
Tổng Giám đốc HOÀNG LÊ BÁCH

Chịu trách nhiệm nội dung:
Tổng biên tập PHẠM VĨNH THÁI

Biên tập nội dung: HOÀNG VIỆT – ĐẶNG THỊ MINH THU
Thiết kế sách: HOÀNG ANH TUẤN
Trình bày bìa: NGUYỄN BÍCH LA
Sửa bản in: PHAN THỊ THANH BÌNH
Chế bản: CÔNG TY CP DỊCH VỤ XUẤT BẢN GIÁO DỤC HÀ NỘI

CHUYÊN ĐỀ HỌC TẬP TOÁN 10 – SÁCH GIÁO VIÊN

Mã số: G1HGXT002H22

In .... cuốn (QĐ ....), khổ 19 x 26,5cm.
In tại Công ty cổ phần in ....
Số ĐKXB: 520-2022/CXBIPH/75-280/GD
Số QĐXB: .... / QĐ-GD ngày ... tháng ... năm 2022
In xong và nộp lưu chiểu tháng .... năm 2022.
Mã số ISBN: 978-604-0-31764-3

HUÂN CHƯƠNG HỒ CHÍ MINH

BỘ SÁCH GIÁO VIÊN LỚP 10 – KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

1. Ngữ văn 10, tập một – SGV
2. Ngữ văn 10, tập hai – SGV
3. Chuyên đề học tập Ngữ văn 10 – SGV
4. Toán 10 – SGV
5. Chuyên đề học tập Toán 10 – SGV
6. Lịch sử 10 – SGV
7. Chuyên đề học tập Lịch sử 10 – SGV
8. Địa lí 10 – SGV
9. Chuyên đề học tập Địa lí 10 – SGV
10. Giáo dục Kinh tế và Pháp luật 10 – SGV
11. Chuyên đề học tập Giáo dục Kinh tế và Pháp luật 10 – SGV
12. Vật lí 10 – SGV
13. Chuyên đề học tập Vật lí 10 – SGV
14. Hoá học 10 – SGV
15. Chuyên đề học tập Hoá học 10 – SGV
16. Sinh học 10 – SGV
17. Chuyên đề học tập Sinh học 10 – SGV
18. Công nghệ 10 – Thiết kế và Công nghệ – SGV
19. Chuyên đề học tập Công nghệ 10 – Thiết kế và Công nghệ – SGV
20. Công nghệ 10 – Công nghệ trồng trọt – SGV
21. Chuyên đề học tập Công nghệ 10 – Công nghệ trồng trọt – SGV
22. Tin học 10 – SGV
23. Chuyên đề học tập Tin học 10 – Tin học ứng dụng – SGV
24. Chuyên đề học tập Tin học 10 – Khoa học máy tính – SGV
25. Mĩ thuật 10 – SGV
26. Chuyên đề học tập Mĩ thuật 10 – SGV
27. Âm nhạc 10 – SGV
28. Chuyên đề học tập Âm nhạc 10 – SGV
29. Hoạt động trải nghiệm, hướng nghiệp 10 – SGV
30. Giáo dục thể chất 10 – Bóng chuyền – SGV
31. Giáo dục thể chất 10 – Bóng đá – SGV
32. Giáo dục thể chất 10 – Cầu lông – SGV
33. Giáo dục thể chất 10 – Bóng rổ – SGV
34. Giáo dục quốc phòng và an ninh 10 – SGV
35. Tiếng Anh 10 – Global Success – SGV

Các đơn vị đầu mối phát hành

- **Miền Bắc:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Hà Nội
  CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Bắc
- **Miền Trung:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Đà Nẵng
  CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Trung
- **Miền Nam:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Phương Nam
  CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Nam
- **Cửu Long:** CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục Cửu Long

Sách điện tử: http://hanhtrangso.nxbgd.vn

Kích hoạt để mở học liệu điện tử: Cào lớp nhũ trên tem để nhận mã số. Truy cập http://hanhtrangso.nxbgd.vn và nhập mã số tại biểu tượng chìa khoá.

ISBN 978-604-0-31764-3

9 786040 317643

Giá: 21.000 đ