

MỤC LỤC

	Chương II. Dãy số. Cấp số cộng. Cấp số nhân	
2	 BÀI 1. Dãy số	2
		2
	Ⓐ. Tóm tắt kiến thức	
2		
	Ⓑ. Phân dạng toán cơ bản	
2		
	• Dạng 1: Xác định các số hạng của dãy số	2
	• Dạng 2: Xét tính tăng, giảm của dãy số	3
	• Dạng 3: Chứng minh rằng dãy số với với bị chặn	4
	• Dạng 4: Ứng dụng	4
	Ⓒ. Dạng toán rèn luyện	
4		
	• Dạng 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn	4
	• Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai	10
	• Dạng 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn	14

BÀI 1. Dãy số

A. Tóm tắt kiến thức

1. Dãy số hữu hạn

- ✓ Mỗi hàm số $u: \{1; 2; 3; \dots; m\} \rightarrow \mathbb{R} (m \in \mathbb{N}^*)$ được gọi là một dãy số hữu hạn.
- ✓ Dạng khai triển: $u_1, u_2, u_3, \dots, u_m$.
- ✓ Số u_1 gọi là số hạng đầu, số u_m gọi là số hạng cuối của dãy số.

2. Dãy số vô hạn

- ✓ Mỗi hàm số $u: \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{R}$ được gọi là một dãy số vô hạn (gọi tắt là dãy số).
- ✓ Dạng khai triển: $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n, \dots$
- ✓ Dãy số đó còn được viết tắt là (u_n) .
- ✓ Số u_1 gọi là số hạng thứ nhất (hay số hạng đầu), số u_2 gọi là số hạng thứ hai, ..., số u_n gọi là số hạng thứ n và là số hạng tổng quát của dãy số.

3. Cách cho một dãy số

- ✓ Ta có thể cho dãy số bằng một trong những cách sau:
- ✓ Liệt kê các số hạng của dãy số (với những dãy số hữu hạn và có ít số hạng).
- ✓ Diễn đạt bằng lời cách xác định mỗi số hạng của dãy số.
- ✓ Cho công thức của số hạng tổng quát của dãy số.
- ✓ Cho bằng phương pháp truy hồi.

4. Dãy số tăng, dãy số giảm

- ✓ Dãy số (u_n) được gọi là dãy số tăng nếu $u_{n+1} > u_n$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.
- ✓ Dãy số (u_n) được gọi là dãy số giảm nếu $u_{n+1} < u_n$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

5. Dãy số bị chặn

- ✓ Dãy số (u_n) được gọi là bị chặn trên nếu tồn tại một số M sao cho $u_n \leq M$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

B. Phân dạng toán cơ bản

• Dạng 1: Xác định các số hạng của dãy số

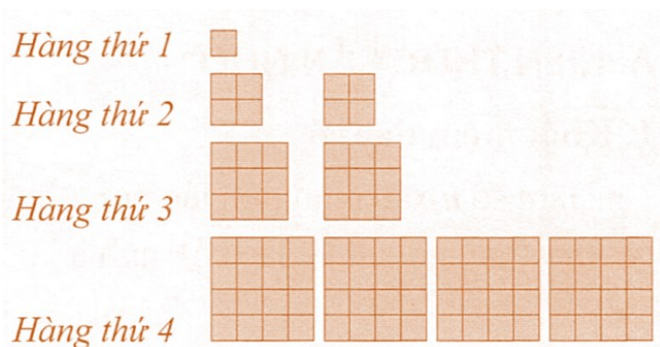
☞ Các ví dụ minh họa

Câu 1: Viết năm số hạng đầu của mỗi dãy số có số hạng tổng quát u_n cho bởi công thức sau:

a) $u_n = \frac{(-1)^n}{2n-1}$

b) $u_n = \frac{2^n}{n}$

Câu 2: Gọi u_n là tổng diện tích các hình vuông có ở hàng thứ n trong Hình (mỗi ô vuông nhỏ là 1 đơn vị diện tích).



a) Tính u_1, u_2, u_3, u_4 .

b) Dự đoán công thức tính số hạng tổng quát của dãy số (u_n) .

Câu 3: (Xác định dãy số)

Viết năm số hạng đầu tiên của mỗi dãy số (u_n) sau:

a) $u_n = (-1)^{n+1} n^2$

b) $u_1 = 1, u_2 = 2, u_n = u_{n-1} \cdot u_{n-2} (n \geq 3)$.

Câu 4: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n^2 + 3n + 7}{n+1}$. Viết năm số hạng đầu tiên của dãy số đó.

•Dạng 2: Xét tính tăng, giảm của dãy số

☞ Các ví dụ minh họa

Câu 5: Xét tính tăng, giảm của mỗi dãy số (u_n) , biết:

a) $u_n = \frac{n-3}{n+2}$

b) $u_n = \frac{3^n}{2^n \cdot n!}$

c) $u_n = (-1)^n \cdot (2^n + 1)$.

Câu 6: Cho dãy số (u_n) có năm số hạng đầu tiên lần lượt là: $-1; 1; -1; 1; -1$. Hãy dự đoán công thức số hạng tổng quát của dãy số (u_n) .

Câu 7: Xét tính bị chặn của dãy số (u_n) với $u_n = \frac{2n+1}{n+2}$.

Câu 8: Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n+1}{n+2}$.

Câu 9: (Xác định tính tăng, giảm, bị chặn của dãy số)

Xét tính tăng, giảm và tính bị chặn của dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1-n}{n+1}$.

• **Dạng ③: Chứng minh rằng dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1}{n^2+n}$ bị chặn.**

📖 **Các ví dụ minh họa**

Câu 10: Chứng minh rằng dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1}{n^2+n}$ bị chặn.

• **Dạng ④: Ứng dụng**

📖 **Các ví dụ minh họa**

Câu 11: (Vận dụng thực tiễn)

Bác Hưng để 10 triệu đồng trong tài khoản ngân hàng. Vào cuối mỗi năm, ngân hàng trả lãi 3% vào tài khoản của bác ấy, nhưng sau đó sẽ tính phí duy trì tài khoản hằng năm là 120 nghìn đồng.

a) Gọi A_0 là số tiền bác Hưng đã gửi. Viết công thức tính lần lượt A_1, A_2, A_3 . Từ đó dự đoán hệ thức truy hồi cho số dư A_n (tính theo đơn vị đồng) trong tài khoản của bác Hưng vào cuối năm thứ n .

b) Tìm số dư trong tài khoản của bác Hưng sau 4 năm.

Câu 12: Chị Mai gửi tiền tiết kiệm vào ngân hàng theo hình thức lãi kép như sau: Lần đầu chị gửi 100 triệu đồng. Sau đó, cứ hết 1 tháng chị lại gửi thêm vào ngân hàng 6 triệu đồng. Biết lãi suất của ngân hàng là 0,5% một tháng. Gọi P_n (triệu đồng) là số tiền chị có trong ngân hàng sau n tháng.

a) Tính số tiền chị có trong ngân hàng sau 1 tháng.

b) Tính số tiền chị có trong ngân hàng sau 3 tháng.

c) Dự đoán công thức của P_n .

©. Dạng toán rèn luyện

• **Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn**

Câu 1: Cho dãy số (u_n) biết $u_1 = 2$ và $u_n = \frac{u_{n-1} + 1}{2}$ với mọi $n \geq 2$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số lần lượt là:

A. $2; 1; \frac{3}{2}$.

B. $2; \frac{3}{2}; \frac{5}{2}$.

C. $2; \frac{3}{2}; \frac{5}{4}$.

D. $2; \frac{3}{2}; 2$.

Câu 2: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{2n^2 - 1}{n^2 + 2}$. Số hạng u_{10} là:

- A. $\frac{19}{12}$. B. $\frac{33}{34}$. C. $\frac{199}{102}$. D. $\frac{3}{4}$.

Câu 3: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{n+1}{3n-2}$. Với $u_k = \frac{8}{19}$ là số hạng của dãy số thì k bằng:

- A. 8. B. 7. C. 9. D. 6.

Câu 4: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = 3^n$. Số hạng u_{n+1} bằng:

- A. $3^n \cdot 3$. B. $3^n + 3$. C. $3^n + 1$. D. $3(n+1)$.

Câu 5: Trong các dãy số (u_n) được xác định như sau, dãy số giảm là:

- A. $u_n = \frac{3n-1}{n+1}$. B. $u_n = n^3$. C. $u_n = \frac{1}{3^{n+1}}$. D. $u_n = \sqrt{n}$.

Câu 6: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \cos n$. Dãy số (u_n) là:

- A. Dãy số tăng. B. Dãy số giảm. C. Dãy số bị chặn. D. Dãy số bị chặn dưới, không bị chặn trên.

Câu 7: Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_n = \frac{2^{n-1} + 1}{n}$. Tìm số hạng thứ 10 của dãy số đã cho.

- A. 51,2. B. 51,3. C. 51,1. D. 102,3.

Câu 8: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = (-1)^{n+1} \sqrt{n+1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $u_8 = 3$. B. $u_8 = -3$. C. $u_8 = \sqrt{8}$. D. $u_8 = -\sqrt{8}$.

Câu 9: Cho dãy số (u_n) cho bởi công thức tổng quát $u_n = 3 + 4n^2, n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó u_5 bằng

- A. 103. B. 23. C. 503. D. -97.

Câu 10: Cho dãy số (u_n) được cho bởi công thức tổng quát $u_n = 4 + 3n^2, n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó u_6 bằng:

- A. 112. B. 652. C. 22. D. 503.

Câu 11: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3^n$. Tính u_{n+1} ?

- A. $u_{n+1} = 3^n + 3$. B. $u_{n+1} = 3 \cdot 3^n$. C. $u_{n+1} = 3^n + 1$. D. $u_{n+1} = 3(n+1)$.

Câu 12: Dãy số (u_n) nào sau đây là dãy số tăng?

- A. $u_n = 3^{-n} + 1$. B. $u_n = \sin n$. C. $u_n = 2n - 3$. D. $u_n = \frac{n+2}{n+1}$.

Câu 13: Trong các dãy số (u_n) được cho bởi số hạng tổng quát sau đây, dãy số nào là dãy số giảm?

- A. $u_n = n^2, \forall n \in \mathbb{N}^*$. B. $u_n = \sqrt{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.
C. $u_n = \frac{n^2+1}{n}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. D. $u_n = \frac{1}{2^n}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 14: Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số giảm?

A. $u_n = n^2$. B. $u_n = 2n$. C. $u_n = n^3 - 1$. D. $u_n = \frac{2n+1}{n-1}$.

Câu 15: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 2n - 1$. Dãy số (u_n) là dãy số

- A. Bị chặn trên bởi 1. B. Giảm.
C. Bị chặn dưới bởi 2. D. Tăng.

Câu 16: Dãy số (u_n) nào sau đây là dãy số tăng:

A. $u_n = 3^{-n} + 1$. B. $u_n = \sin n$. C. $u_n = 2n - 3$. D. $u_n = \frac{n+2}{n+1}$.

Câu 17: Cho dãy số (u_n) với $u_n = (-1)^n \sqrt{n}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số (u_n) là dãy số bị chặn. B. Dãy số (u_n) là dãy số giảm.
C. Dãy số (u_n) là dãy số tăng. D. Dãy số (u_n) là dãy số không bị chặn.

Câu 18: Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số bị chặn?

A. $u_n = \frac{2n+1}{n+1}$. B. $u_n = 2n + \sin n$.
C. $u_n = n^2$. D. $u_n = n^3 - 1$.

Câu 19: Xét các câu sau:

(1) Dãy $1, 2, 3, \dots, n, \dots$ là dãy bị chặn.

(2) Dãy $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \dots, \frac{1}{2n-1}, \dots$ là dãy bị chặn trên nhưng không bị chặn dưới.

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Chỉ có (2) đúng. B. Chỉ có (1) đúng.
C. Cả hai câu đều đúng. D. Cả hai câu đều sai.

Câu 20: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1}{n+2}$. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào đúng?

- A. Dãy số (u_n) là dãy số giảm và bị chặn. .
B. Dãy số (u_n) là dãy số tăng và bị chặn trên.
C. Dãy số (u_n) là dãy số giảm và không bị chặn dưới.
D. Dãy số (u_n) là dãy số tăng và không bị chặn trên.

Câu 21: Cho dãy số (u_n) có $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$. Tìm mệnh đề đúng.

- A. Dãy số (u_n) chỉ bị chặn dưới. B. Dãy số (u_n) tăng.
C. Dãy số (u_n) bị chặn. D. Dãy số (u_n) chỉ bị chặn trên.

Câu 22: Cho dãy số (U_n) có số hạng tổng quát $U_n = \frac{n-1}{n+2}, (n \in \mathbb{N}^*)$. Số hạng thứ 100 của dãy số là

- A. $U_{100} = \frac{33}{34}$. B. $U_{100} = \frac{37}{34}$. C. $U_{100} = \frac{39}{34}$. D. $U_{100} = \frac{35}{34}$.

Câu 23: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{an^2}{n+1}$ (a hằng số). Hỏi u_{n+1} là số hạng nào sau đây?

- A. $u_{n+1} = \frac{an^2}{n+2}$. B. $u_{n+1} = \frac{a \cdot (n+1)^2}{n+2}$.
C. $u_{n+1} = \frac{a \cdot (n+1)^2}{n+1}$. D. $u_{n+1} = \frac{a \cdot n^2 + 1}{n+1}$.

Câu 24: Cho dãy số $\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Năm số hạng đầu của dãy số là

- A. 4, 5, 6, 7, 8. B. 4, 16, 32, 64, 128.
C. 4, 6, 9, 13, 18. D. 4, 5, 7, 10, 14.

Câu 25: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 3; u_{n+1} = u_n + n, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Giá trị $u_1 + u_2 + u_3$ bằng

- A. 18. B. 13. C. 15. D. 16.

Câu 26: Cho dãy số (u_n) có $u_n = \frac{n^2+1}{2n+1}$. Số $\frac{37}{13}$ là số hạng thứ bao nhiêu của dãy số (u_n) ?

- A. 8. B. 6. C. 5. D. 7.

Câu 27: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 2n - 1$. Dãy số (u_n) là dãy số

- A. Bị chặn trên bởi 1. B. Giảm.
C. Bị chặn dưới bởi 2. D. Tăng.

Câu 28: Dãy số (u_n) nào sau đây là dãy số tăng:

- A. $u_n = 3^{-n} + 1$. B. $u_n = \sin n$. C. $u_n = 2n - 3$. D. $u_n = \frac{n+2}{n+1}$.

Câu 29: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1}{n^2 + n}$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. Năm số hạng đầu của dãy là: $\frac{1}{2}; \frac{1}{6}; \frac{1}{12}; \frac{1}{20}; \frac{1}{30}$.
B. Là dãy số tăng.

- C. Bị chặn trên bởi số $M = \frac{1}{2}$. D. Không bị chặn.

Câu 30: Trong các dãy số (u_n) được cho bởi số hạng tổng quát sau đây, dãy số nào là dãy số tăng?

- A. $u_n = (-1)^{2n} (5^n + 1), \forall n \in \mathbb{N}^*$ B. $u_n = \frac{1}{\sqrt{n+1} + n}, \forall n \in \mathbb{N}^*$
- C. $u_n = (-1)^{n+1} \sin \frac{\pi}{n}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ D. $u_n = \frac{n}{n^2 + 1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Câu 31: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = (2 - a)n + a - 2, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Dãy số (u_n) là dãy tăng khi và chỉ khi

- A. $a \leq 2$. B. $a \geq 2$. C. $a < 2$. D. $a > 2$.

Câu 32: Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 2; u_2 = 3 \\ u_{n+2} = 3u_{n+1} - 2u_n \end{cases}$ với $n \geq 1$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $u_n = 2^{n-1} + 1$.
- B. (u_n) là dãy số tăng.
- C. Năm số hạng đầu của dãy số là: 2, 3, 5, 9, 17.
- D. $u_n = \frac{n^2 + 5}{3}$.

Câu 33: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \sin \frac{\pi}{n+1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Dãy số (u_n) là một dãy số giảm.
- B. Dãy số (u_n) là một dãy số tăng.
- C. Số hạng thứ $n+1$ của dãy là $u_{n+1} = \sin \frac{\pi}{n+1}$.
- D. Dãy số (u_n) là dãy số không bị chặn.

Câu 34: Dãy số nào trong các dãy số sau đây là dãy số bị chặn?

- A. $(u_n), u_n = \frac{n}{n+1} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$ B. $(u_n), u_n = n+1 \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$
- C. $(u_n), u_n = -n \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$ D. $(u_n), u_n = n^2 \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$

Câu 35: Dãy số nào trong các dãy số sau đây là dãy số bị chặn trên?

- A. $(u_n), u_n = n \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$ B. $(u_n), u_n = 2n+1 \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$
- C. $(u_n), u_n = n^2 \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$ D. $(u_n), u_n = \frac{2n+3}{n+4} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$

Câu 36: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{n^2 + 3}{2n^2 - 1}$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Tìm số hạng u_5 .

- A. $u_5 = \frac{7}{4}$. B. $u_5 = \frac{7}{9}$. C. $u_5 = \frac{24}{51}$. D. $u_5 = \frac{4}{7}$.

Câu 37: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = -3 \\ u_n = \frac{1}{2}u_{n-1} + 1 \end{cases}$ với $n \in \mathbb{N}^*, n \geq 2$. Tìm số hạng u_4 .

A. $u_4 = \frac{1}{2}$. B. $u_4 = 1$. C. $u_4 = \frac{11}{8}$. D. $u_4 = \frac{5}{88}$.

Câu hỏi tìm công thức của số hạng tổng quát u_n ta làm như sau:

Đặt $u_n = v_n + 2$. Khi đó $v_1 = -3 - 2 = -5$.

$$u_n = \frac{1}{2}u_{n-1} + 1 \Rightarrow v_n + 2 = \frac{1}{2}(v_{n-1} + 2) + 1 \quad v_n = \frac{1}{2}v_{n-1}$$

hay

Vậy (v_n) là một cấp số nhân với công bội là $\frac{1}{2}$ và số hạng đầu tiên $v_1 = -5$.

$$v_4 = v_1 \cdot q^3 = (-5) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{5}{8} \Rightarrow u_4 = -\frac{5}{8} + 2 = \frac{11}{8}$$

Ta có

Câu 38: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_n = \frac{n^2 + 3}{2n + 1}$ với $n \geq 1$. Có bao nhiêu số hạng của dãy số có giá trị bằng $\frac{67}{17}$?

A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 39: Trong các dãy số sau đây, dãy số nào là dãy số giảm?

A. Dãy (a_n) , với $a_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^n$. B. Dãy (b_n) với $b_n = \frac{n^2 + 1}{n}$.

C. Dãy (c_n) , với $c_n = \frac{1}{n^3 + 1}$. D. Dãy (d_n) , với $d_n = 3 \cdot 2^n$.

Câu 40: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = (a - 5)n + 5 - a, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Dãy số (u_n) là dãy số giảm khi và chỉ khi

A. $a \leq 5$. B. $a \geq 5$. C. $a < 5$. D. $a > 5$.

Câu 41: Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số giảm?

A. $u_n = 2n$. B. $u_n = n^3 - 1$. C. $u_n = n^2$. D. $u_n = \frac{2n + 1}{n - 1}$

Câu 42: Trong các dãy số (u_n) sau đây, dãy số nào bị chặn?

A. $u_n = \frac{(-1)^n}{2n + 1}$. B. $u_n = n + \frac{1}{n}$. C. $u_n = \sqrt{n^2 + 1}$. D. $u_n = 3 \cdot 2^n$.

Câu 43: Dãy số (u_n) nào sau đây là dãy số bị chặn?

A. $u_n = 3^n - 2$. B. $u_n = \frac{2n + 7}{n + 3}$. C. $u_n = \frac{n^2 + 2}{n + 3}$. D. $u_n = n^2 + 1$.

Câu 44: Cho dãy số (u_n) , được xác định $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = n^{n-1}$. B. $u_n = 2^n$.
 C. $u_n = 2^{n+1}$. D. $u_n = 2$.

Câu 45: Cho dãy số (u_n) , được xác định $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = u_n - 2 \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = \frac{1}{2} + 2(n-1)$. B. $u_n = \frac{1}{2} - 2(n-1)$.
 C. $u_n = \frac{1}{2} - 2n$. D. $u_n = \frac{1}{2} + 2n$.

• **Dạng ②: Câu trắc nghiệm đúng, sai**

Câu 1. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{-n}{n+1}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

$u_1 = -\frac{1}{2}; u_2 = -\frac{2}{3}; u_3 = -\frac{3}{4}; u_4 = -\frac{4}{5}; u_5 = -\frac{5}{6}$

a) Năm số hạng đầu tiên của dãy số là

b) Số hạng u_{10}, u_{100} lần lượt là $-\frac{10}{11}; -\frac{100}{101}$

c) $-\frac{85}{86}$ là số hạng thứ 86 của dãy số (u_n)

d) $-\frac{99}{101}$ là một số hạng của dãy số (u_n)

Câu 2. Cho dãy số (u_n) , biết $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases}$ với $n \geq 1$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

$-1; 2; 5; 8;$

a) Bốn số hạng đầu tiên của dãy số lần lượt là

b) Số hạng thứ năm của dãy là 13

c) Công thức số hạng tổng quát của dãy số là: $u_n = 2n - 3$.

d) 101 là số hạng thứ 35 của dãy số đã cho.

Câu 3. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \frac{2n+1}{n+2}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Số hạng đầu tiên của dãy số là 1

$$u_2 = \frac{5}{4}; u_3 = \frac{7}{5}$$

b) Số hạng

$$u_4 = \frac{3}{2}; u_5 = \frac{11}{7}$$

c) Số hạng

$$\frac{167}{84}$$

d) Số $\frac{167}{84}$ là số hạng thứ 252 của dãy số (u_n)

Câu 4. Cho dãy số (u_n) được xác định như sau: $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 5 \end{cases}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

$$u_1 = 2; u_2 = 7; u_3 = 12; u_4 = 17; u_5 = 22$$

a) Năm số hạng đầu của dãy số là: .

b) Số hạng tổng quát của dãy (u_n) là $u_n = 5n - 3$

c) Số hạng u_{50} bằng 247

d) 512 là số hạng thứ 102 của dãy (u_n)

Câu 5. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{(2n-1) \cdot (2n+1)}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

$$\frac{2021}{4040}$$

a) Số hạng thứ 2021 là

$$\frac{2022}{4043}$$

b) Số hạng thứ 2022 là

$$\frac{2023}{4047}$$

c) Số hạng thứ 2023 là

$$\frac{2024}{4049}$$

b) Số hạng thứ 2024 là

Câu 6. Cho dãy số $(u_n): \begin{cases} u_1 = 2023; u_2 = 2024 \\ 2u_{n+1} = u_n + u_{n+2} \end{cases}$ với $n \geq 1$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

$$(v_n): v_n = u_n - u_{n-1}$$

a) Dãy (v_n) là dãy không đổi.

b) Biểu thị u_n qua u_{n-1} ta được $u_n = u_{n-1} + 1$

c) Ta có $u_3 = 2025$

d) Ta có $u_{2024} = 4044$

Câu 7. Cho dãy số (u_n) được xác định $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} - u_n = 2n - 1 \end{cases}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Ta có $u_2 = 3$

b) Ta có $u_4 = 11$

c) Ta có $u_{2024} = 4092536$

d) Ta có $u_{2023} = 4088482$

Câu 8. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Số hạng $u_1 = \frac{1}{2}$

b) Số hạng $u_3 = \frac{3}{4}$

c) $\frac{10}{11}$ là số hạng thứ 11 của dãy số

d) $u_{2023} + u_{2024} > 2$

Câu 9. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = 1 - \frac{1}{n}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Ta có $u_3 = \frac{2}{3}$

b) Ta có

$$u_7 - u_8 = \frac{1}{56}$$

c) Ta có

$$u_{n+1} - u_n = -\frac{1}{n(n+1)}$$

d) Ta có

Dãy số (u_n) là dãy số tăng.

Câu 10. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \frac{n}{4^n}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

$$u_n = \frac{n}{4^n} < 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

a) Ta có

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1, \forall n \geq 1$$

b) Ta có

c) Ta có $u_{2024} < u_{2023}$

d) Dãy số (u_n) là dãy số tăng

Câu 11. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{\sqrt{n+2} + \sqrt{n}}{\sqrt{n+3} + \sqrt{n+2}}$

b) $\frac{u_{2024}}{u_{2023}} < 1$

c) $u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$

d) Dãy số (u_n) là dãy số giảm.

Câu 12. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \frac{n+1}{n+2}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{(n+3)(n+2)}$

b) $u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$

c) Dãy số (u_n) là dãy số giảm

d) Dãy (u_n) là dãy số bị chặn.

Câu 13. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = n + \frac{1}{n}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$

b) Dãy số (u_n) là dãy số tăng

c) $u_n \geq 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$

d) Dãy số đã cho bị chặn trên

Câu 14. Bà Hoa gửi vào một ngân hàng số tiền 200 triệu đồng với lãi suất 5% một năm theo hình thức lãi kép, kì hạn 1 tháng. Số tiền (triệu đồng) của bà Hoa

sau n tháng được tính theo công thức $T_n = 200 \left(1 + \frac{0,05}{12} \right)^n$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Sau 1 tháng, số tiền bà Hoa nhận được là khoảng $200,83$ (triệu đồng)

b) Sau 2 tháng, số tiền bà nhận được là khoảng $201,67$ (triệu đồng);

c) Sau 14 tháng, số tiền bà nhận được là khoảng $211,99$ (triệu đồng).

d) Sau 17 tháng, số tiền bà nhận được là khoảng $215,65$ (triệu đồng).

•Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Tính tổng 6 số hạng đầu của dãy số (u_n) , biết $u_n = 3n - 1$.

Câu 2: Cho dãy số (u_n) biết $u_1 = 2$ và $u_n = \sqrt{2 + u_{n-1}^2}$ với mọi $n \geq 2$. Viết năm số hạng đầu của dãy số và dự đoán công thức của số hạng tổng quát u_n .

Câu 3: Trong mặt phẳng toạ độ Oxy , cho hàm số $y = \frac{2x - 1}{2x^2 + 1}$ có đồ thị (C) . Với mỗi số nguyên dương n , gọi A_n là giao điểm của đồ thị (C) với đường thẳng $x = n$. Xét dãy số (u_n) , biết u_n là tung độ của điểm A_n . Hãy tìm công thức của số hạng tổng quát u_n .

Câu 4: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \sin \left[(2n - 1) \frac{\pi}{4} \right]$.

a) Viết bốn số hạng đầu của dãy số.

b) Chứng minh rằng $u_{n+4} = u_n$ với mọi $n \geq 1$.

c) Tính tổng 12 số hạng đầu của dãy số.

Câu 5: Xét tính tăng, giảm của mỗi dãy số (u_n) , biết:

a) $u_n = 2n + 3$;

b) $u_n = 3^n - n$;

c) $u_n = \frac{\sqrt{n}}{2^n}$

d) $u_n = \sin n$.

Câu 6: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{an + 2}{n + 1}$ với a là số thực. Tìm a để dãy số (u_n) là dãy số tăng.

Câu 7: Ta có: $u_{n+1} - u_n = \frac{a(n+1) + 2}{n+2} - \frac{an + 2}{n+1} = \frac{a - 2}{(n+2)(n+1)} > 0 \Leftrightarrow a > 2$. Vậy (u_n) là dãy số tăng khi $a > 2$. Viết năm số hạng đầu tiên của mỗi dãy số (u_n) sau:

a) $u_n = (-1)^{n-1} \frac{n}{2n-1}$

b) $u_1 = 1, u_n = n - u_{n-1} (n \geq 2)$.

Câu 8: Xét tính tăng, giảm của mỗi dãy số sau:

a) $u_n = n^2 + n + 1$

b) $u_n = \frac{2n+5}{n+2}$

c) $u_n = \frac{(-1)^{n-1}}{n^2+1}$

Câu 9: Xét tính bị chặn của các dãy số sau:

a) $u_n = \frac{n}{2n+1}$

b) $u_n = n^2 + n - 1$;

c) $u_n = -n^2 + 1$.

Câu 10: Để tính xấp xỉ giá trị $\sqrt{p}$, người ta có thể dùng dãy số cho bởi hệ thức truy hồi sau:

$$u_1 = k, u_n = \frac{1}{2} \left(u_{n-1} + \frac{p}{u_{n-1}} \right), \forall n \geq 2,$$

ở đó k là một giá trị dự đoán ban đầu của $\sqrt{p}$.

Sử dụng hệ thức truy hồi này, hãy tính xấp xỉ các giá trị sau bằng cách tính u_5 và tính sai số tuyệt đối khi so với giá trị tính bằng máy tính cầm tay (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ năm).

a) $\sqrt{5}$ (lấy $k=3$);

b) $\sqrt{8}$ (lấy $k=3$).

Câu 11: Cho dãy số (u_n) xác định bằng hệ thức truy hồi

$$u_1 = 1, u_{n+1} = u_n + (n+1).$$

a) Mỗi số hạng của dãy số này gọi là một số tam giác. Viết bảy số tam giác đầu.

b) Biết rằng $1+2+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$. Hãy chứng tỏ công thức của số hạng tổng quát là $u_{n+1} = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$.

c) Chứng minh rằng $u_{n+1} + u_n = (n+1)^2$, tức là tổng của hai số tam giác liên tiếp là một số chính phương.

Câu 12: Chứng minh rằng:

a) Dãy số (u_n) với $u_n = \sqrt{n^2+1}$ bị chặn dưới;

b) Dãy số (u_n) với $u_n = -n^2 - n$ bị chặn trên;

c) Dãy số (u_n) với $u_n = \frac{2n+1}{n+2}$ bị chặn.

Câu 13: c) Ta có: $0 < \frac{2n+1}{n+2} < 2 \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy số (u_n) bị chặn. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n+1}{2n+1}$. Số $\frac{8}{15}$ là số hạng thứ bao nhiêu của dãy số?

Câu 14: Dự đoán công thức số hạng tổng quát của dãy số (u_n) , biết
$$\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = -2 - \frac{1}{u_n} \end{cases}$$

Câu 15: Cho dãy số (u_n) xác định bởi
$$\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases} (n \geq 1)$$
.
Tìm số hạng thứ năm của dãy số đó.

Câu 16: Xét tính bị chặn của dãy số (u_n) với $u_n = (-1)^n$.

Câu 17: Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau:

a) $u_n = \frac{2n-13}{3n-2}$

b) $u_n = \frac{n^2+3n+1}{n+1}$

c) $u_n = \frac{1}{\sqrt{1+n+n^2}}$

Câu 18: Xét tính tăng, giảm của các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau:

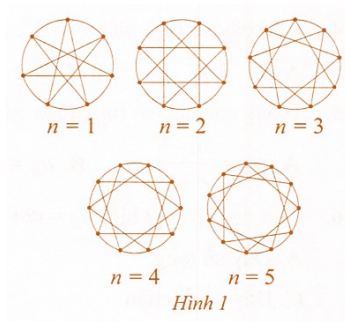
a) $u_n = n - \sqrt{n^2-1}$

b) $u_n = \frac{n+(-1)^n}{n^2}$

c) $u_n = \frac{3^n-1}{2^n}$

Câu 19: Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số (u_n) với $u_n = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2}$.

Câu 20: Với mỗi số nguyên dương n , lấy $n+6$ điểm cách đều nhau trên đường tròn. Nối mỗi điểm với điểm cách nó hai điểm trên đường tròn đó để tạo thành các ngôi sao như Hình 1. Gọi u_n là số đo góc ở đỉnh tính theo đơn vị độ của mỗi ngôi sao thì ta được dãy số (u_n) .



Tìm công thức của số hạng tổng quát u_n .

Câu 21: Giá của một chiếc máy photocopy lúc mới mua là 50 triệu đồng. Biết rằng giá trị của nó sau mỗi năm sử dụng chỉ còn 75% giá trị trong năm liền trước đó. Tính giá trị còn lại của chiếc máy photocopy đó sau mỗi năm, trong khoảng thời gian 5 năm kể từ khi mua.

Câu 22: Nếu tỉ lệ lạm phát là 3,5% mỗi năm và giá trung bình của một căn hộ chung cư mới tại thời điểm hiện tại là 2,5 tỉ đồng thì giá trung bình của một căn hộ chung cư mới sau n năm nữa được cho bởi công thức

$$A_n = 2,5 \cdot (1,035)^n \text{ (tỉ đồng)}$$

Tìm giá trung bình của một căn hộ chung cư mới sau 5 năm nữa.

Câu 23: Bác An gửi tiết kiệm 200 triệu đồng kì hạn 3 tháng, với lãi suất 3% một năm. Số tiền (triệu đồng) cả vốn lẫn lãi mà bác An nhận được sau n quý (mỗi quý là 3 tháng) sẽ là

$$A_n = 200 \left(1 + \frac{0,03}{4} \right)^n, n = 0, 1, 2, \dots$$

a) Viết ba số hạng đầu của dãy số.

b) Tìm số tiền bác An nhận được sau 2 năm.

Câu 24: Vi khuẩn E.Coli sinh sản thông qua một quá trình gọi là quá trình phân đôi. Vi khuẩn E.Coli phân chia làm đôi cứ sau 20 phút. Giả sử tốc độ phân chia này được duy trì trong 12 giờ kể từ khi vi khuẩn ban đầu xâm nhập vào cơ thể. Hỏi sau 12 giờ sẽ có bao nhiêu vi khuẩn E.Coli trong cơ thể? Giả sử có một nguồn dinh dưỡng vô hạn để vi khuẩn E.Coli duy trì tốc độ phân chia như cũ trong 48 giờ kể từ khi vi khuẩn ban đầu xâm nhập vào cơ thể. Hỏi sau 48 giờ sẽ có bao nhiêu vi khuẩn E.Coli trong cơ thể?

Câu 25: Một công ty dược phẩm đang thử nghiệm một loại thuốc mới. Một thí nghiệm bắt đầu với $1,0 \times 10^9$ vi khuẩn. Một liều thuốc được sử dụng sau mỗi bốn giờ có thể tiêu diệt $4,0 \times 10^8$ vi khuẩn. Giữa các liều thuốc, số lượng vi khuẩn tăng lên 25%.

a) Viết hệ thức truy hồi cho số lượng vi khuẩn sống trước mỗi lần sử dụng thuốc.

b) Tìm số vi khuẩn còn sống trước lần sử dụng thuốc thứ năm.

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>