SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
HƯNG YÊN

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH HƯNG YÊN
NĂM HỌC 2008 – 2009
***MÔN TOÁN* – Lớp 12**
Thời gian 180 phút *(không kể thời gian giao đề)*

Câu 1: *(3,0 điểm).*

a) Giải bất phương trình: $(x-3).\log_2(x^2-2) < (x-3).\left[\log_2(x+11)+2\right]$

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2009x+2=\cos y+\cos z \\ 2009y+2=\cos z+\cos x \\ 2009z+2=\cos x+\cos y \end{cases}$

Câu 2: *(2,5 điểm).*

a) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình sau có nghiệm:

$\sqrt{4^{\cos x}+2}-\sqrt{4^{\cos x}-1}=m$, *với m là tham số.*

b) Cho a, b, c là các số thực dương tùy ý thỏa mãn điều kiện a + b + c = 2. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $M=\dfrac{ab}{\sqrt{2c+ab}}+\dfrac{bc}{\sqrt{2a+bc}}+\dfrac{ca}{\sqrt{2b+ca}}$.

Câu 3: *(3,5 điểm).*

a) Trong không gian Oxyz tìm phương trình mặt phẳng (R) đi qua hai điểm M(-4; -9; 12), A(2; 0; 0) và cắt các trục Oy, Oz lần lượt tại hai điểm B, C sao cho OB – 1 = OC (B, C không trùng với gốc tọa độ O).

b) Giả sử tồn tại hình nón $(\coprod)$ thỏa mãn các điều kiện sau:

- ✓ Thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh a.
- ✓ Hình cầu S_1 nội tiếp hình nón có bán kính r_1.
- ✓ Hình cầu S_2 nằm trong hình nón, tiếp xúc với tất cả các đường sinh và tiếp xúc với hình cầu S_1; hình cầu S_3 nằm trong trong hình nón, tiếp xúc với tất cả các đường sinh và tiếp xúc với hình cầu S_2; … hình cầu S_{2009} nằm trong hình nón, tiếp xúc với tất cả các đường sinh và tiếp xúc với hình cầu S_{2008}.

Gọi V_k là thể tích của hình cầu S_k $(k\in N, 1\le k\le 2009)$ và V là thể tích của hình nón .

i) Tính r_1 theo a và tỷ số $\dfrac{V_1}{V}$.

ii) Tính $\sum_{k=1}^{2009} V_k$ theo a.

Câu 4: *(1,0 điểm).*

Trong bảng hình vuông gồm 10 x 10 ô vuông (10 hàng, 10 cột), người ta viết vào các ô vuông các số tự nhiên từ 1 đến 100 theo cách như sau: ở hàng thứ nhất, từ trái sang phải, viết các số từ 1 đến 10; ở hàng thứ hai, từ trái sang phải, viết các số từ 11 đến 20; cứ như vậy cho đến hết hàng thứ 10. Sau đó cắt bảng hình vuông thành những hình chữ nhật cỡ 1 x 2 hoặc 2 x 1. Tính tích sở của hai số trong mỗi hình chữ nhật rồi cộng 50 tích lại. Cần phải cắt bảng hình vuông như thế nào để tổng tìm được nhỏ nhất?

………………….Hết………………….

Họ và tên thí sinh:………………………………Số báo danh:………Phòng thi:………..
Chữ ký giám thị số 1:…………………………………
Chữ ký giám thị số 2:…………………………………

SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
HƯNG YÊN

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH HƯNG YÊN
NĂM HỌC 2007 – 2008
***MÔN TOÁN* – Lớp 12**
Thời gian 180 phút *(không kể thời gian giao đề)*

Câu 1: *(2,5 điểm).*

a/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases} e^x - e^y = x - y \\ \log_2 \dfrac{x}{2} + \log_{\sqrt{2}} 4y^3 = 10 \end{cases}$

b/ Hãy xác định số nghiệm của phương trình (ẩn x) sau:

$$\sqrt{x-2008} + \sqrt{x-2007} = \sqrt{x-2006}$$

Câu 2: *(3,5 điểm).*

a/ Cho tam giác ABC có A(2; -1) và các đường phân giác trong các góc B,C lần lượt có phương trình: x – 2y + 1 = 0; x + y + 3 = 0. Lập phương trình đường thẳng chứa BC.

b/ Trong không gian Oxyz cho hình lập phương ABCD.A’B’C’D’ có A(0;0;0), B(1;0;0), D(0;1;0), A’(0;0;1). Giải sử M, N là hai điểm di động lần lượt trên đoạn thẳng AB’ và BD sao cho AM = BN = a $\left(0 < a < \sqrt{2}\right)$.

+) Tính toạ độ của vectơ MN theo a.

+) Tìm a sao cho đường thẳng chứa MN là đường vuông góc chung của hai đường thẳng AB’ và BD.

Câu 3: *(2,0 điểm).*

a/ Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $5x^2 + 2y^2 + 10x + 4y = 6$

b/ Các số thực dương x, y, z thoả mãn điều kiện: $x^2 + y^2 + z^2 = 3$.

Chứng minh rằng: $\dfrac{xy}{z} + \dfrac{yz}{x} + \dfrac{zx}{y} \geq 3$

Câu 4: *(2,0 điểm).*

a/ Cho phương trình: $x^n + x^{n+1} + ... + x - 1 = 0, \left(x \in N^*\right)$. Chứng minh rằng phương trình có nghiệm dương duy nhất và gọi nghiệm đó là x_n. Tìm limx_n khi $n \to \infty$

b/ Trên mặt một cái bánh cốm (màu xanh) hình vuông có cạnh 7 cm có 51 hại vừng. Chứng minh rằng có thể vẽ một đường tròn màu đỏ bán kính 1 cm trên mặt cái bánh cốm chứa ít nhất 3 hạt vừng ở bên trong.

………………….Hết………………….

Họ và tên thí sinh:………………………………Số báo danh:………Phòng thi:………..

Chữ ký giám thị số 1:…………………………………

Chữ ký giám thị số 2:…………………………………

SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
HƯNG YÊN

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH HƯNG YÊN
NĂM HỌC 2006 – 2007
***MÔN TOÁN* – Lớp 12**
Thời gian 180 phút *(không kể thời gian giao đề)*

Câu 1: *(1,5 điểm).*

Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+mx-m+8}{x-1}\ \left(C_m\right)$.

Tìm trên đường thẳng đi qua điểm cực đại, điểm cực tiểu của đồ thị hàm số (C_m) tiếp xúc với đường tròn có phương trình: $x^2+y^2-6x+2my-3m^2+4m+5=0$.

Câu 2: *(1,0 điểm).*

Tỉnh A có 4 khu công nghiệp khác nhau và có 7 doanh nghiệp khác nhau muốn vào đầu tư trong các khu công nghiệp đó. Tỉnh A muốn chọn từ đó 3 khu công nghiệp, 3 doanh nghiệp và sắp xếp mỗi doanh nghiệp vào đầu tư ở một khu công nghiệp. (Mỗi khu công nghiệp có đúng một doanh nghiệp vào đầu tư). Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp như vậy?

Câu 3: *(2,0 điểm).*

a/ Tính giới hạn: $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x.2^x-2}{x-1}$

b/ Tính tích phân: $\int\limits_0^{200\pi}\sqrt{1+\cos x}.dx$

Câu 4: *(2,0 điểm).*

a/ Tìm tất cả các nghiệm nguyên (x; y) của phương trình: $2x^2-xy-7x+3y+7=0$

b/ Giải phương trình: $\mathrm{t}g\left(\pi\,\mathrm{sinx}\right)=\sqrt{3}$

c/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\left(x-1\right)\left(y^2+6\right)=y\left(x^2+1\right)\\ \left(y-1\right)\left(x^2+6\right)=x\left(y^2+1\right)\end{cases}$

Câu 5: *(1,0 điểm).* Một con kiến xuất phát từ đỉnh A muốn leo đến đỉnh C’ của hình lập phương ABCD.A’B’C’D’. Hỏi con kiến phải leo theo đường nào là ngắn nhất; và có mấy đường ngắn nhất như vậy. (Hình lập phương đáy ABCD có các mặt kín bằng nhựa đặt trên mặt bàn phẳng).

Câu 6: *(2,0 điểm).* Cho tứ diện OABC có các góc tam diện vuông đỉnh O, P là một điểm chuyển động trên đáy ABC. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$T=\frac{PA^2}{OA^2}+\frac{PB^2}{OB^2}+\frac{PC^2}{OC^2}$$

………………….Hết………………….

Họ và tên thí sinh:………………………………Số báo danh:………Phòng thi:………..
Chữ ký giám thị số 1:…………………………………
Chữ ký giám thị số 2:…………………………………

SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
HƯNG YÊN

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH HƯNG YÊN
NĂM HỌC 2005 – 2006
***MÔN TOÁN* – Lớp 12**
Thời gian 180 phút *(không kể thời gian giao đề)*

Câu 1: *(3,0 điểm).*

a/ Giải bất phương trình: $\sqrt{x^2-3x+2}+\sqrt{x^2-5x+4}\geq 2\sqrt{x^2-7x+6}$

b/ Cho $P_n(x)=x^n.\sin\alpha - x.\sin(n\alpha)+\sin\left[(n-1)\alpha\right]; Q(x)=x^2-2x.\cos\alpha+1$. Chứng minh rằng $P_n(x)$ chia hết cho Q(x) với $\forall\alpha\in R$ và $\forall n\in N, n\geq 2$.

Câu 2: *(2,0 điểm).*

a/ Giải phương trình: x! + y! + z! = t! *(với x, y, z, t là các số tự nhiên)*

b/ Giải phương trình: $3^{\sin^2 x-\sin x}-3^{\sin x-1}=-4\sin^4\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)$

Câu 3: *(1,0 điểm).*

Cho dãy số nguyên dương $\{a_n\}$ thoả mãn điều kiện: $a_n > a_{n-1}.a_{n+1},\quad \forall n\in N^*$.

Tính giới hạn: $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{n^2}\left(\frac{1}{a_1}+\frac{2}{a_2}+...+\frac{n}{a_n}\right)$.

Câu 4: *(1,5 điểm).* Chứng minh rằng: $\sum\limits_{i=0}^{n}\frac{1}{i+1}C_n^i=\frac{2^{n+1}-1}{n+1}$. Trong đó ký hiệu

$$\sum_{i=0}^{n}a_i=a_1+a_2+...+a_n$$

Câu 5: *(1,0 điểm).* Cho đường tròn tâm O cắt ba cạnh BC, CA, AB của tam giác ABC tương ứng tại A_1 và A_2, B_1 và B_2, C_1 và C_2. Gọi x, y, z tương ứng là các đường thẳng đi qua A_1, B_1, C_1 và lần lượt vuông góc với BC, CA, AB; gọi x’, y’, z’ tương ứng là các đường thẳng đi qua A_2, B_2, C_2 và lần lượt vuông góc với BC, CA, AB. Chứng minh rằng nếu x, y, z đồng quy thì x’, y’, z’ cũng đồng quy.

Câu 6: *(1,5 điểm).* Trong mặt phẳng toạ độ cho đường tròn (C) có phương trình: $x^2+y^2=9$. Tìm m để trên đường thẳng y = m có đúng 4 điểm sao cho từ mỗi điểm đó kẻ được đúng 2 tiếp tuyến đến (C) và mỗi cặp tiếp tuyến đó tạo thành một góc 45^0.

………………….Hết………………….

Họ và tên thí sinh:………………………………Số báo danh:………Phòng thi:………..

Chữ ký giám thị số 1:…………………………………

Chữ ký giám thị số 2:…………………………………

SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
HƯNG YÊN

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH HƯNG YÊN
NĂM HỌC 2004 – 2005
***MÔN TOÁN* – Lớp 12**
Thời gian 180 phút *(không kể thời gian giao đề)*

Câu 1: *(2,0 điểm).*

Cho hàm số $y = x + \frac{1}{x} \quad (C)$

a/ Tìm 2 điểm A, B tương ứng thuộc 2 nhánh của đồ thị (C) sao cho AB ngắn nhất.

b/ Gọi d_1, d_2 là cặp tiếp tuyến song song của đồ thị hàm số (C). Hãy tìm cặp tiếp tuyến đó sao cho khoảng cách giữa chúng là lớn nhất.

Câu 2: *(1,0 điểm).* Cho $I_n = \int_0^1 x^2\left(1-x^2\right)^n .dx, \quad n \in N^*$. Hãy tính $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{I_{n+1}}{I_n}$

Câu 3: *(2,0 điểm).* Giả sử phương trình $x^3 - x^2 + \mathrm{ax} + b = 0$ có 3 nghiệm thực phân biệt. Chứng minh rằng $a^2 + 3b > 0$.

Câu 4: *(3,0 điểm).* Cho tứ diện SABC. Hai điểm I, J thứ tự chuyển động trên AB, AC sao cho: $\frac{AB}{AI} + \frac{AC}{AJ} = 3$. Chứng minh rằng mặt phẳng (SIJ) luôn đi qua một đường thẳng cố định.

Câu 5: *(2,0 điểm).* Cho dãy số $\{U_n\}$ xác định như sau: $\begin{cases} U_1 \in R \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}\ln\left(1+U_n\right)^2 - 2005 \end{cases}$ với $n \in N^*$. Chứng minh rằng dãy số $\{U_n\}$ có giới hạn hữu hạn.

………………….Hết………………….

Họ và tên thí sinh:………………………………Số báo danh:………Phòng thi:………..

Chữ ký giám thị số 1:…………………………………

Chữ ký giám thị số 2:…………………………………

SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO **HƯNG YÊN**	**ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH HƯNG YÊN** **NĂM HỌC 2003 – 2004** ***MÔN TOÁN* – Lớp 12** **Thời gian 180 phút** *(không kể thời gian giao đề)*

Câu 1: *(3,0 điểm).*

Cho hàm số $y = \dfrac{ax + b}{x^2 + x + 1}$

a/ Tìm a, b để hàm số có cực trị.

b/ Tìm a, b để hàm số chỉ có 1 cực đại và 1 cực tiểu.

c/ Với a = 1, chứng minh rằng: $\forall b \in R$, đồ thị hàm số có 3 điểm uốn thẳng hàng. Lập phương trình đường thẳng này.

Câu 2: *(2,0 điểm).*

a/ Biết $\cos 2\alpha = \int_2^3 \frac{\ln \sqrt[8]{2}}{2^{1-x}}.dx$. Hãy tìm $\sin\alpha$ khi $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

b/ Cho số nguyên $m \geq 2$ và cho $n \in N^*$. Chứng minh rằng:

$$\int_0^{\frac{1}{n}} \left(\sum_{k=1}^{n} (\cos x)^{km} + n \sin x \right).dx < \frac{5}{4}$$

Câu 3: *(2,0 điểm).*

a/ Giải phương trình lượng giác:

$$\sin x + \sin^2 x + \sin^3 x + \sin^4 x = \cos x + \cos^2 x + \cos^3 x + \cos^4 x$$

b/ Chứng minh rằng trong mọi tam giác ABC ta luôn có:

$$\frac{1}{\sin A} + \frac{1}{\sin B} + \frac{1}{\sin C} = \frac{1}{2}\left(tg\frac{A}{2} + tg\frac{B}{2} + tg\frac{C}{2} + \cot g\frac{A}{2}.\cot g\frac{B}{2}.\cot g\frac{C}{2} \right)$$

Câu 4: *(2,0 điểm).* Trong không gian với hệ toạ độ Đề-Các trực chuẩn Oxyz cho đường thẳng (d) và mặt phẳng (P) có phương trình là:

$$(d): \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{-2}$$

$$(P): 2x - 2y + z - 3 = 0$$

a/ Tìm toạ độ giao điểm A của đường thẳng (d) với mặt phẳng (P). Tính góc giữa đường thẳng (d) và mặt phẳng (P).

b/ Viết phương trình hình chiếu vuông góc (d’), của đường thẳng (d) trên mặt phẳng (P). Lấy điểm B nằm trên đường thẳng (d) sao cho AB = a, với a là số dương cho trước. Xét tỉử số $\frac{AB + AM}{BM}$ với điểm M di động trên mặt phẳng (P). Chứng tỏ rằng, tồn tại một vị trí M để tỉ số đó đạt giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất

Câu 5: *(1,0 điểm).* Cho 2 số x, y dương. Chứng minh rằng:

$$\frac{2001^x}{2004^y} + \frac{2003^x}{2000^y} \geq 2001^{x-y} + 2003^{x-y}$$

………………….Hết………………….

Họ và tên thí sinh:………………………………Số báo danh:………Phòng thi:………..

Chữ ký giám thị số 1:…………………………………

Chữ ký giám thị số 2:…………………………………