

BÀI 1. LŨY THỪA

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM

I. Khái niệm lũy thừa

1. Lũy thừa với số mũ nguyên

Cho n là một số nguyên dương, a là một số thực tùy ý. **Lũy thừa** bậc n của a là tích của n thừa số a .

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n; a^1 = a$$

Trong biểu thức a^n , a được gọi là **cơ số**, số nguyên n là **số mũ**

Với $a \neq 0$, $n=0$ hoặc n là một số nguyên âm, lũy thừa bậc n của số a là số a^n xác định bởi:

$$a^0 = 1; a^{-n} = \frac{1}{a^n}.$$

Chú ý:

Kí hiệu $0^0, 0^n$ (n nguyên âm) không có nghĩa.

Với $a \neq 0$ và n nguyên, ta có $a^n = \frac{1}{a^{-n}}$

2. Phương trình $x^n = b$

a) Trường hợp n lẻ: Với mọi số thực b , phương trình có nghiệm duy nhất

b) Trường hợp n chẵn

- Với $b < 0$, phương trình vô nghiệm
- Với $b = 0$, phương trình có một nghiệm $x = 0$
- Với $b > 0$, phương trình có hai nghiệm đối nhau

3. Căn bậc n

a) **Khái niệm:** Với n nguyên dương, căn bậc n của số thực a là số thực b sao cho $b^n = a$.

Ta thừa nhận hai khẳng định sau:

Khi n là số lẻ, mỗi số thực a chỉ có một căn bậc n . Căn đó được kí hiệu là $\sqrt[n]{a}$

Khi n là số chẵn, mỗi số thực dương a có đúng hai căn bậc n là hai số đối nhau là $\sqrt[n]{a}$ (còn gọi là căn bậc số học của a) và $-\sqrt[n]{a}$.

b) **Tính chất căn bậc n :** Với $a, b \geq 0$, $m, n \in \mathbb{N}^*$, $p, q \in \mathbb{Z}$ ta có:

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}; \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} (b > 0);$$

$$\sqrt[n]{a^p} = (\sqrt[n]{a})^p (a > 0); \sqrt[n]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n]{a}$$

$$\text{Nếu } \frac{p}{n} = \frac{q}{m} \text{ thì } \sqrt[n]{a^p} = \sqrt[m]{a^q} (a > 0); \text{ Đặc biệt } \sqrt[n]{a} = \sqrt[m]{a^m}$$

$$\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} a, & (n \text{ lẻ}) \\ |a|, & (n \text{ chẵn}) \end{cases}$$

4. Lũy thừa với số mũ hữu tỉ

Cho số thực a dương và r là một số hữu tỉ. Giả sử $r = \frac{m}{n}$, trong đó m là một số nguyên, còn n là một số nguyên dương. Khi đó, lũy thừa của a với số mũ r là số a^r xác định bởi $a^r = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$.

4. Lũy thừa với số mũ hữu tỉ: (SGK)

II. TÍNH CHẤT CỦA LŨY THỪA VỚI SỐ MŨ THỰC

Cho a, b là những số dương; $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$

$$a^\alpha \cdot a^\beta = a^{\alpha+\beta}; \quad \frac{a^\alpha}{b^\alpha} = a^{\alpha-\beta}; \quad (a^\alpha)^\beta = a^{\alpha\beta}; \quad \left(\frac{a}{b}\right)^\alpha = \frac{a^\alpha}{b^\alpha}$$

Nếu $a > 1$ thì $a^\alpha > a^\beta \Leftrightarrow \alpha > \beta$

Nếu $a < 1$ thì $a^\alpha > a^\beta \Leftrightarrow \alpha < \beta$

B. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Dạng 1: Tính, rút gọn và biến đổi biểu thức

Câu 1: Cho a, b là các số thực dương thỏa $a^{2b} = 5$. Tính $K = 2a^{6b} - 4$.

A. $K = 226$.

B. $K = 202$.

C. $K = 246$

D. $K = 242$.

Lời giải

Chọn C

$$K = 2a^{6b} - 4 = 2(a^{2b})^3 - 4 = 250 - 4 = 246$$

Câu 2: Cho biểu thức $P = \sqrt[4]{x^5}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. $P = x^{\frac{4}{5}}$.

B. $P = x^9$.

C. $P = x^{20}$.

D. $P = x^{\frac{5}{4}}$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } P = \sqrt[4]{x^5} = x^{\frac{5}{4}}$$

Câu 3: Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$.

A. $P = x^2$.

B. $P = \sqrt{x}$

C. $P = x^{\frac{1}{8}}$.

D. $P = x^{\frac{2}{9}}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x} = x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{6}} = x^{\frac{1}{3} + \frac{1}{6}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$$

Câu 4: Cho a là một số dương, biểu thức $a^{\frac{2}{3}} \sqrt{a}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là?

A. $a^{\frac{5}{6}}$.

B. $a^{\frac{7}{6}}$

C. $a^{\frac{4}{3}}$.

D. $a^{\frac{6}{7}}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Với } a > 0, \text{ ta có } a^{\frac{2}{3}} \sqrt{a} = a^{\frac{2}{3}} a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{2}{3} + \frac{1}{2}} = a^{\frac{7}{6}}$$

Câu 5: Viết biểu thức $P = \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[4]{x}}$ ($x > 0$) dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ.

A. $P = x^{\frac{5}{4}}$.

B. $P = x^{\frac{5}{12}}$.

C. $P = x^{\frac{1}{7}}$.

D. $P = x^{\frac{1}{12}}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có
$$P = \left(x \cdot x^{\frac{1}{4}} \right)^{\frac{1}{3}} = \left(x^{\frac{5}{4}} \right)^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{5}{12}}.$$

Câu 6: Biểu thức $Q = \sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[6]{x^5}$ với $(x > 0)$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ là

A. $Q = x^{\frac{2}{3}}$.

B. $Q = x^{\frac{5}{3}}$.

C. $Q = x^{\frac{5}{2}}$.

D. $Q = x^{\frac{7}{3}}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có
$$Q = x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{5}{6}} = x^{\frac{5}{3}}.$$

Câu 7: Cho biểu thức $P = \frac{a^{\sqrt{t}+1} \cdot a^{2-\sqrt{t}}}{(a^{\sqrt{t}-2})^{\sqrt{t}+2}}$ với $a > 0$. Rút gọn biểu thức P được kết quả

A. $P = a^5$.

B. $P = a^4$.

C. $P = a^3$.

D. $P = a$.

Lời giải

Chọn A

Ta có
$$P = \frac{a^{\sqrt{t}+1} \cdot a^{2-\sqrt{t}}}{(a^{\sqrt{t}-2})^{\sqrt{t}+2}} = \frac{a^3}{a^{-2}} = a^5.$$

Câu 8: Viết biểu thức $P = \frac{a^2 a^{\frac{5}{2}} \sqrt[3]{a^4}}{\sqrt[6]{a^5}}$, $(a > 0)$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ.

A. $P = a$.

B. $P = a^5$.

C. $P = a^4$.

D. $P = a^2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có
$$P = \frac{a^2 a^{\frac{5}{2}} \sqrt[3]{a^4}}{\sqrt[6]{a^5}} = \frac{a^2 a^{\frac{5}{2}} a^{\frac{4}{3}}}{a^{\frac{5}{6}}} = a^{2+\frac{5}{2}+\frac{4}{3}-\frac{5}{6}} = a^5.$$

Câu 9: Cho $x > 0$, $y > 0$. Viết biểu thức $x^{\frac{4}{5}} \cdot \sqrt[6]{x^5} \sqrt{x}$ về dạng x^m và biểu thức $y^{\frac{4}{5}} : \sqrt[6]{y^5} \sqrt{y}$ về dạng y^n . Tính $m - n$.

A. $\frac{11}{6}$.

B. $-\frac{8}{5}$.

C. $-\frac{11}{6}$.

D. $\frac{8}{5}$.

Lời giải

Chọn A

Với $x > 0$, $y > 0$, ta có

$$x^{\frac{4}{5}} \cdot \sqrt[6]{x^5} \sqrt{x} = x^{\frac{4}{5}} \cdot \left(x^{\frac{5}{6}} \right)^{\frac{1}{6}} = x^{\frac{4}{5}} \cdot x^{\frac{5}{36}} \cdot x^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{4}{5} + \frac{5}{36} + \frac{1}{2}} \Rightarrow m = \frac{4}{5} + \frac{5}{36} + \frac{1}{2}.$$

$$y^{\frac{4}{5}} : \sqrt[6]{y^5 \sqrt{y}} = \frac{y^{\frac{4}{5}}}{\frac{y^{\frac{5}{6}} \cdot y^{\frac{1}{12}}}{y^{\frac{5}{6}} \cdot y^{\frac{1}{12}}}} = y^{\frac{4}{5} - \frac{5}{6} - \frac{1}{12}} \Rightarrow n = \frac{4}{5} - \frac{5}{6} - \frac{1}{12}$$

Do đó $m - n = \frac{11}{6}$.

$$P = \frac{a^{\frac{1}{3}} \left(a^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{5}{2}} \right)}{a^{\frac{1}{4}} \left(a^{\frac{7}{12}} - a^{\frac{19}{12}} \right)}$$

Câu 10: Cho số thực dương $a > 0$ và khác 1. Hãy rút gọn biểu thức

A. $P = 1 + a$

B. $P = 1$.

C. $P = a$.

D. $P = 1 - a$.

Lời giải

Chọn A

$$P = \frac{a^{\frac{1}{3}} \left(a^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{5}{2}} \right)}{a^{\frac{1}{4}} \left(a^{\frac{7}{12}} - a^{\frac{19}{12}} \right)} = \frac{a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{1}{2}} (1 - a^2)}{a^{\frac{1}{4}} \cdot a^{\frac{7}{12}} (1 - a)} = \frac{a^{\frac{5}{6}} (1 + a)}{a^{\frac{5}{6}}} = 1 + a$$

Ta có:

Câu 11: Cho biểu thức $P = \sqrt{x^3 \sqrt{x^2 k} \sqrt{x^3}}$ ($x > 0$). Xác định k sao cho biểu thức $P = x^{\frac{23}{24}}$.

A. $k = 2$.

B. $k = 6$.

C. $k = 4$

D. Không tồn tại k .

Lời giải

Chọn C

Ta có: $P = \sqrt{x^3 \sqrt{x^2 k} \sqrt{x^3}} = \sqrt{x^3 \sqrt{x^{2+\frac{3}{k}}}} = \sqrt{x^{3+\frac{2k+3}{k}}} = x^{\frac{5k+3}{6k}}$.

Yêu cầu bài toán xảy ra khi: $\frac{5k+3}{6k} = \frac{23}{24} \Leftrightarrow k = 4$.

Câu 12: Cho $x > 0$, $y > 0$, $x \neq y$ và $K = \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}} \right)^2 \left(1 - 2\sqrt{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x} \right)^{-1}$. Xác định mệnh đề đúng.

A. $K = 2x$.

B. $K = x + 1$.

C. $K = x - 1$.

D. $K = x$

Lời giải

Chọn D

$$K = \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}} \right)^2 \left(1 - 2\sqrt{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x} \right)^{-1} = \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}} \right)^2 \left(\frac{x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}} \right)^{-2} = x$$

Ta có:

Câu 13: Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sqrt[3]{a^7} \cdot a^{\frac{11}{3}}}{a^4 \cdot \sqrt[4]{a^{-5}}}$ với $a > 0$ ta được kết quả $A = a^{\frac{m}{n}}$, trong đó $m, n \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $m^2 - n^2 = -312$.

B. $m^2 - n^2 = 312$

C. $m^2 + n^2 = 543$.

D. $m^2 + n^2 = 409$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:
$$A = \frac{\sqrt[3]{a^7} \cdot a^{\frac{11}{3}}}{a^4 \cdot \sqrt[7]{a^5}} = \frac{a^{\frac{7}{3}} \cdot a^{\frac{11}{3}}}{a^4 \cdot a^{\frac{5}{7}}} = a^{\frac{19}{7}}.$$

Suy ra $m=19, n=7 \Rightarrow m^2 - n^2 = 312.$

- Câu 14:** Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sqrt[3]{a^5} \cdot a^{\frac{7}{3}}}{a^4 \cdot \sqrt[7]{a^2}}$ với $a > 0$ ta được kết quả $A = a^{\frac{m}{n}}$, trong đó $m, n \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $m^2 - n^2 = 25.$ B. $m^2 + n^2 = 43.$ C. $3m^2 - 2n = 2.$ **D. $2m^2 + n = 15.$**

Lời giải

Chọn D

Ta có:
$$A = \frac{\sqrt[3]{a^5} \cdot a^{\frac{7}{3}}}{a^4 \cdot \sqrt[7]{a^2}} = \frac{a^{\frac{5}{3}} \cdot a^{\frac{7}{3}}}{a^4 \cdot a^{\frac{2}{7}}} = a^{\frac{5}{3} + \frac{7}{3} - 4 - \frac{2}{7}} = a^{\frac{2}{7}} \Rightarrow \begin{cases} m=2 \\ n=7 \end{cases} \Rightarrow 2m^2 + n = 15.$$

Dạng 2: So sánh đẳng thức và bất đẳng thức đơn giản

- Câu 1:** Cho số thực $a > 1$ và các số thực α, β . Kết luận nào sau đây đúng?

A. $a^\alpha > 1, \forall \alpha \in \mathbb{R}.$ **B. $a^\alpha > a^\beta \Leftrightarrow \alpha > \beta$** C. $\frac{1}{a^\alpha} < 0, \forall \alpha \in \mathbb{R}.$ D. $a^\alpha < 1, \forall \alpha \in \mathbb{R}.$

Lời giải

Chọn B

- Câu 2:** Cho $a > 0, b > 0$ và x, y là các số thực bất kỳ. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $(a+b)^x = a^x + b^x.$ **B. $\left(\frac{a}{b}\right)^x = a^x \cdot b^{-x}$** C. $a^{x+y} = a^x + a^y.$ D. $a^x b^y = (ab)^{xy}.$

Lời giải

Chọn B

Ta có
$$\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x} = a^x \cdot b^{-x}.$$

- Câu 3:** Cho các số thực a, b, m, n với $(a, b > 0)$. Tìm mệnh đề **sai**?

A. $\sqrt{a^2} = a.$ B. $\left(\frac{a}{b}\right)^m = a^m \cdot b^{-m}.$ **C. $(a^m)^n = a^{m+n}$** D. $(ab)^m = a^m \cdot b^m.$

Lời giải

Chọn C

- Câu 4:** Cho các số dương $a \neq 1$ và các số thực α, β . Đẳng thức nào sau đây là **sai**?

A. $a^\alpha \cdot a^\beta = a^{\alpha+\beta}.$ **B. $a^\alpha \cdot a^\beta = a^{\alpha\beta}$** C. $\frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\alpha-\beta}.$ D. $(a^\alpha)^\beta = a^{\alpha\beta}.$

Lời giải

Chọn B

- Câu 5:** Cho các số thực a, m, n và a dương. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a^{m-n} = a^m - n$. B. $a^{m-n} = \frac{a^m}{a^n}$. C. $a^{m-n} = a^m - a^n$. D. $a^{m-n} = \frac{a^m}{n}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $a^{m-n} = \frac{a^m}{a^n}$.

Câu 6: Cho a, b là các số thực dương và m, n là hai số thực tùy ý. Đẳng thức nào sau đây là **sai**?

A. $(xy)^n = x^n \cdot y^n$. B. $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$. C. $(x^m)^n = x^{m \cdot n}$. D. $x^m \cdot y^n = (xy)^{m+n}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $(xy)^{m+n} = x^{m+n} \cdot y^{m+n}$.

Câu 7: Cho a, b là các số thực dương, m, n là các số thực tùy ý. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $a^m b^m = (ab)^{2m}$. B. $a^m \cdot a^n = a^{mn}$. C. $a^m \cdot b^n = (ab)^{mn}$. D. $a^{-m} b^m = \left(\frac{b}{a}\right)^m$.

Lời giải:

Chọn D

Câu 8: Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\left(\frac{3}{4}\right)^5 < \left(\frac{3}{4}\right)^6$. B. $\left(\frac{4}{3}\right)^{-7} > \left(\frac{4}{3}\right)^{-6}$. C. $\left(\frac{3}{2}\right)^6 > \left(\frac{3}{2}\right)^7$. D. $\left(\frac{2}{3}\right)^{-6} > \left(\frac{2}{3}\right)^{-5}$.

Lời giải

Chọn D

Câu 9: Cho $(\sqrt{2} - 1)^a > (\sqrt{2} - 1)^b$. Kết luận nào sau đây đúng?

A. $a > b$. B. $a < b$. C. $a = b$. D. $a \geq b$.

Lời giải

Chọn B

Câu 10: Cho $x \in \left(0; \frac{3}{\pi}\right)$ và m, n là các số thực tùy ý. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $x^m > x^n \Leftrightarrow m < n$. B. $x^m > x^n \Leftrightarrow m > n$. C. $(x^m)^n = x^{m \cdot n}$. D. $x^{m+n} = x^m \cdot x^n$.

Lời giải

Chọn B

Do $\frac{3}{\pi} < 1$ nên với $x \in \left(0; \frac{3}{\pi}\right)$ thì $x^m > x^n \Leftrightarrow m < n$.

Câu 11: Cho a thuộc khoảng $\left(0; \frac{2}{e}\right)$, α và β là những số thực tùy ý. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $(a^\alpha)^\beta = a^{\alpha \cdot \beta}$. B. $a^\alpha > a^\beta \Leftrightarrow \alpha < \beta$. C. $a^\alpha \cdot a^\beta = a^{\alpha + \beta}$. D. $a^\alpha > a^\beta \Leftrightarrow \alpha > \beta$.

Lời giải

Chọn D

Câu 12: Cho $\pi^\alpha > \pi^\beta$. Kết luận nào sau đây đúng?

A. $\alpha, \beta = 1$.

B. $\alpha > \beta$

C. $\alpha < \beta$.

D. $\alpha + \beta = 0$.

Lời giải

Chọn B

Vì $\pi \approx 3,14 > 0$ nên $\pi^\alpha > \pi^\beta \Leftrightarrow \alpha > \beta$.

Câu 13: Với α là số thực bất kỳ, mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $(10^\alpha)^2 = 100^\alpha$.

B. $\sqrt{10^\alpha} = (\sqrt{10})^\alpha$

C. $\sqrt{10^\alpha} = 10^{\frac{\alpha}{2}}$.

D. $(10^\alpha)^2 = 10^{\alpha^2}$

Lời giải

Chọn D

Đáp án D sai do với mọi $a > 0$ và $m, n \in \mathbb{R}$ ta có: $(a^m)^n = (a^n)^m = a^{m \cdot n}$.

Khi đó $(10^\alpha)^2 = (10^2)^\alpha = 10^{2\alpha}$.

Câu 14: Cho các số thực a, b, α ($a > b > 0, \alpha \neq 1$). Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $(ab)^\alpha = a^\alpha \cdot b^\alpha$
 $(a+b)^\alpha = a^\alpha + b^\alpha$

B. $(a-b)^\alpha = a^\alpha - b^\alpha$

C. $\left(\frac{a}{b}\right)^\alpha = \frac{a^\alpha}{b^{-\alpha}}$.

D.

Lời giải

Chọn A

Câu 15: Cho a, b là các số thực thỏa điều kiện $\left(\frac{3}{4}\right)^a > \left(\frac{4}{5}\right)^a$ và $b^{\frac{5}{4}} > b^{\frac{4}{3}}$. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau?

A. $a > 0$ và $b > 1$.

B. $a > 0$ và $0 < b < 1$.

C. $a < 0$ và $0 < b < 1$

D. $a < 0$ và $b > 1$.

Lời giải

Chọn C

Vì $\left(\frac{3}{4}\right)^a > \left(\frac{4}{5}\right)^a \Rightarrow a < 0$.

Và $b^{\frac{5}{4}} > b^{\frac{4}{3}} \Rightarrow 0 < b < 1$.

Câu 16: Cho $a > 1$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng.

A. $\frac{\sqrt[3]{a^2}}{a} > 1$

B. $\frac{1}{a^{2017}} < \frac{1}{a^{2018}}$

C. $a^{-\sqrt{3}} > \frac{1}{a^{\sqrt{5}}}$

D. $a^{\frac{1}{3}} > \sqrt{a}$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $a^{-\sqrt{3}} > \frac{1}{a^{\sqrt{5}}} \Leftrightarrow \frac{1}{a^{\sqrt{3}}} > \frac{1}{a^{\sqrt{5}}} \Leftrightarrow a^{\sqrt{3}} < a^{\sqrt{5}}$ luôn đúng với $a > 1$.

Câu 17: Xét a, b là các số thực thỏa mãn $ab > 0$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\sqrt[3]{\sqrt{ab}} = \sqrt[6]{ab}$.

B. $\sqrt[8]{(ab)^8} = ab$.

C. $\sqrt[6]{ab} = \sqrt[6]{a} \cdot \sqrt[6]{b}$

D. $\sqrt[5]{ab} = (ab)^{\frac{1}{5}}$.

Lời giải

Chọn C

$$ab > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \end{cases} \vee \begin{cases} a < 0 \\ b < 0 \end{cases}.$$

Với $a < 0, b < 0$ thì $\sqrt[6]{a}, \sqrt[6]{b}$ vô nghĩa. Nên khẳng định $\sqrt[6]{ab} = \sqrt[6]{a} \cdot \sqrt[6]{b}$ là sai.

Câu 18: Trong các khẳng định sau khẳng định nào **sai**?

A. $2^{30} < 3^{20}$.

B. $0,99^x > 0,99^e$.

C. $2^3 < 3^x$.

D. $4^{-\sqrt{3}} < 4^{-\sqrt{2}}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\pi > e$ và $0,999 < 1$ nên $0,99^x < 0,99^e$, do đó đáp án B sai.

Câu 19: Cho a, b là các số thực thỏa điều kiện $\left(\frac{3}{4}\right)^a > \left(\frac{4}{5}\right)^a$ và $b^{\frac{5}{4}} > b^{\frac{4}{3}}$. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau?

A. $a > 0$ và $b > 1$.

B. $a > 0$ và $0 < b < 1$.

C. $a < 0$ và $0 < b < 1$.

D. $a < 0$ và $b > 1$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Vì } \left(\frac{3}{4}\right)^a > \left(\frac{4}{5}\right)^a \Rightarrow a < 0.$$

$$\text{Và } b^{\frac{5}{4}} > b^{\frac{4}{3}} \Rightarrow 0 < b < 1.$$

Câu 20: Nếu $(7 + 4\sqrt{3})^{a-1} < 7 - 4\sqrt{3}$ thì

A. $a < 1$.

B. $a > 1$.

C. $a > 0$.

D. $a < 0$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } (7 + 4\sqrt{3})(7 - 4\sqrt{3}) = 1 \text{ nên } (7 + 4\sqrt{3})^{a-1} < 7 - 4\sqrt{3} \Leftrightarrow (7 + 4\sqrt{3})^{a-1} < (7 + 4\sqrt{3})^{-1} \\ \Leftrightarrow a - 1 < -1 \Leftrightarrow a < 0 \text{ (do } 7 + 4\sqrt{3} > 1).$$

Câu 21: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $(\sqrt{2} - 1)^{2017} > (\sqrt{2} - 1)^{2018}$.

B. $(\sqrt{3} - 1)^{2018} > (\sqrt{3} - 1)^{2017}$.

C. $2^{\sqrt{2}+1} > 2^{\sqrt{3}}$.

D. $\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2018} < \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2017}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \begin{cases} 0 < \sqrt{3} - 1 < 1 \\ 2018 > 2017 \end{cases} \Rightarrow (\sqrt{3} - 1)^{2018} < (\sqrt{3} - 1)^{2017} \text{ nên B sai.}$$

Câu 22: Tìm khẳng định đúng?

A. $(2 - \sqrt{3})^{2016} > (2 - \sqrt{3})^{2017}$.

B. $(2 + \sqrt{3})^{2016} > (2 + \sqrt{3})^{2017}$.

C. $-(2 + \sqrt{3})^{-2016} > -(2 + \sqrt{3})^{-2017}$.

D. $(2 - \sqrt{3})^{-2016} > (2 - \sqrt{3})^{-2017}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $0 < 2 - \sqrt{3} < 1 \Rightarrow (2 - \sqrt{3})^{2016} > (2 - \sqrt{3})^{2017}$.

Câu 23: Tìm tập tất cả các giá trị của a để $\sqrt[21]{a^5} > \sqrt[7]{a^2}$?

A. $a > 0$.

B. $0 < a < 1$.

C. $a > 1$.

D. $\frac{5}{21} < a < \frac{2}{7}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\sqrt[7]{a^2} = \sqrt[21]{a^6}$.

Ta có $\sqrt[21]{a^5} > \sqrt[7]{a^2} \Leftrightarrow \sqrt[21]{a^5} > \sqrt[21]{a^6}$ mà $5 < 6$ vậy $0 < a < 1$.