**TỈNH BÀ RỊA VŨNG TÀU**

**ĐỀ THI OLYMPIC MÔN TOÁN**

**NĂM HỌC 2022-2023**

**Bài 1. (3,0 điểm)**

1. Chứng minh chia hết cho 9 với mọi số nguyên n
2. Phân tích da thức thành nhân tử

**Bài 2. (3,0 điểm)**

Cho biểu thức với 

1. Rút gọn biểu thức C
2. Khi cho , hãy tính giá trị của biểu thức



**Bài 3. (3,0 điểm)**

1. Giải phương trình 
2. Tìm tất cả các cặp số nguyên dương thỏa mãn điều kiện 

**Bài 4. (3,0 điểm)**

1. Cho số thực thay đổi thỏa mãn . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức



1. Tìm tất cả các số tự nhiên sao cho là số chính phương

**Bài 5. (6,0 điểm)** Cho tam giác có ba góc nhọn, lấy điểm là trung điểm Qua điểm D thuộc đoạn vẽ đường thẳng song song với đường thẳng này cắt hai đường thẳng lần lượt tại E và F. Qua A vẽ đường thẳng song song với và cắt EF tại K

1. Chứng minh 
2. Tính giá trị của 
3. Chứng minh K là trung điểm của đoạn thẳng 

**Bài 6. (2,0 điểm)** Cho tam giác có ba góc nhọn. Trên đường cao của tam giác lấy điểm M (M nằm giữa A và H). Tia cắt AC tại I, tia cắt AB tại K. Chứng minh là tia phân giác của 

**ĐÁP ÁN**

**Bài 1. (3,0 điểm)**

1. **Chứng minh chia hết cho 9 với mọi số nguyên n**

Ta có :



Có 

Và 

Vậy 

1. **Phân tích da thức thành nhân tử**

Ta có :



**Bài 2. (3,0 điểm)**

**Cho biểu thức với **

1. **Rút gọn biểu thức C**

Với ta có :



1. **Khi cho , hãy tính giá trị của biểu thức**

****

Theo cmt ta có : với 

Vì 

. Ta có :



Thay vào (\*) ta có : 

Vậy với thỏa mãn đề

**Bài 3. (3,0 điểm)**

1. **Giải phương trình **

****

1. **Tìm tất cả các cặp số nguyên dương thỏa mãn điều kiện **

Giả sử tồn tại thỏa mãn đề bài . Ta có :



Vậy là các cặp giá trị cần tìm thỏa mãn yêu cầu

**Bài 4. (3,0 điểm)**

1. **Cho số thực thay đổi thỏa mãn . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức**

****

Ta có : 

Có 

Áp dụng bất đẳng thức cho có :



Vì 

Từ 

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi 

Vậy 

1. **Tìm tất cả các số tự nhiên sao cho là số chính phương**

Đặt 

\*) Xét . Khi đó, (1) trở thành :

Nhận thấy 

\*)Xét . Khi đó (1) trở thành :



Lại có mà 

Mặt khác không thể đồng dư với 2 mod 4

Do đó không thỏa mãn

Vậy thì là số chính phương.

**Bài 5. (6,0 điểm) Cho tam giác có ba góc nhọn, lấy điểm là trung điểm Qua điểm D thuộc đoạn vẽ đường thẳng song song với đường thẳng này cắt hai đường thẳng lần lượt tại E và F. Qua A vẽ đường thẳng song song với và cắt EF tại K**

****

1. **Chứng minh **

Xét tứ giác có : (vì 

suy ra tứ giác là hình bình hành nên 

Ta có là góc ngoài của 

Từ (1) và (2) suy ra hay 

1. **Tính giá trị của **

Ta có : 

Mà (vì tứ giác là hình bình hành)

1. **Chứng minh K là trung điểm của đoạn thẳng **

Xét và có :

(vì tứ giác là hình bình hành); 



Xét và có : 

Suy ra 

Lại có (vì M là trung điểm của BC) (3)

Từ hay K là trung điểm của EF (đpcm)

**Bài 6. (2,0 điểm) Cho tam giác có ba góc nhọn. Trên đường cao của tam giác lấy điểm M (M nằm giữa A và H). Tia cắt AC tại I, tia cắt AB tại K. Chứng minh là tia phân giác của **

****

Qua A kẻ đường thẳng song song với cắt lần lượt tại 

Ta có : . Tương tự 

Chia từng vế (1) cho (2) ta được . Lại có :

. Từ (3) và (4) suy ra 

cân tại H , là tia phân giác của 