

Câu 1 (7 điểm) : a. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số

$$y = \frac{4}{3}x^3 + \frac{3}{2}(m+1)x^2 + 3mx - m^2 \text{ đồng biến trên khoảng } (-1; +\infty).$$

b. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^4 + 4y^3 + (x^4 - 1)y + 4y^2 = 1 \\ 8y^3 + 4\sqrt{x^2 + 1} = x^2 + 6y + 2 \end{cases}$$

Câu 2 (4 điểm): a. Trong một hộp có 9 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Hỏi phải rút ra ít nhất bao nhiêu thẻ để xác suất có ít nhất một thẻ ghi số chia hết cho 4 phải lớn hơn $\frac{5}{6}$.

b. Cho BBT của hàm số $f(2x - 1)$ có hình vẽ như bên dưới. Khi đó, số điểm cực trị của hàm số $f(4 - 3\sqrt{4x - x^2})$ là bao nhiêu?

x	$-\infty$	-1	2	3	$+\infty$
y		7		0	
	$-\infty$		-1		$-\infty$

Câu 3 (1,5 điểm): Cho x, y, z thỏa mãn $0 < x \leq y \leq z$. Tìm GTLN của biểu thức

$$P = xy^2 + yz^2 + zx^2 - xyz - \frac{(x^2 + y^2 + z^2)^2}{6}$$

Câu 4 (6 điểm):

a. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 2\sqrt{3}, AA' = 3$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh $A'B', A'C', BC$. Tính cosin của góc tạo bởi 2 mặt phẳng $(AB'C')$ và (MNP) .

b. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Trên đường thẳng vuông góc mặt phẳng $(ABCD)$ tại A , ta lấy điểm S di động. Hình chiếu vuông góc của A trên SD, SB lần lượt là H, K . Hãy xác định vị trí điểm S để tứ diện $ACHK$ có thể tích lớn nhất.

Câu 5 (1,5 điểm): Cho tứ diện $SABC$ có $SA = a, SB = b, SC = c$. Mặt phẳng (a) thay đổi luôn qua trọng tâm G của tứ diện $SABC$ và cắt các cạnh SA, SB, SC lần lượt tại D, E, F . Hãy xác định vị trí của mặt phẳng (a) để biểu thức $P = \frac{1}{SD^2} + \frac{1}{SE^2} + \frac{1}{SF^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

----- Hết -----