**CHƯƠNG**

**I**

**VECTƠ**

**BÀI 2: TỔNG VÀ HIỆU HAI VECTƠ**

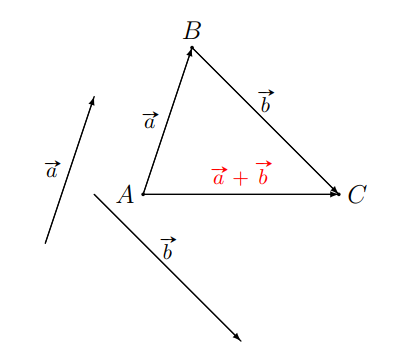
**LÝ THUYẾT.**

**I ===I**

**1. TỔNG CỦA HAI VECTƠ**

**1.1. Định nghĩa**: Cho hai vectơ và . Lấy một điểm tùy ý, vẽ , . Vectơ được gọi là **tổng** của hai vectơ và , kí hiệu . Vậy .





C





A



EMBED Equation.3  B



A

B

C





A

B

C





**1.2. Tính chất:** Với ba vectơ , , tùy ý, ta có:



+ Tính chất giao hoán: .



+ Tính chất kết hợp: .



+ Tính chất của vectơ - không: .



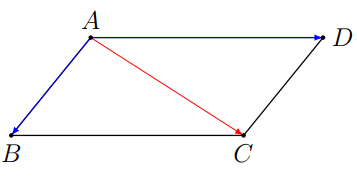
**1.3. Các quy tắc:**

+ *Quy tắc ba điểm*: Với ba điểm *, ,* , ta luôn có: .



+ *Quy tắc hình bình hành*: Tứ giác là hình bình hành, ta có: .





**Chú ý:**

B

A

D

C

B

A

D

C

B

A

D

C

+ Điểm là trung điểm của đoạn thẳng khi và chỉ khi .



+ Điểm là trọng tâm của tam giác khi và chỉ khi .



**2. HIỆU CỦA HAI VECTƠ**

**1.1. Định nghĩa:**

+ Vectơ đối của vectơ , kí hiệu là , là một vectơ ngược hướng và có cùng độ dài với vectơ .



+ Cho hai vectơ và . Ta gọi hiệu của hai vectơ và là vectơ , kí hiệu .



**1.2. Quy tắc về hiệu vectơ:**

Với ba điểm , *,* tùy ý, ta luôn có: .



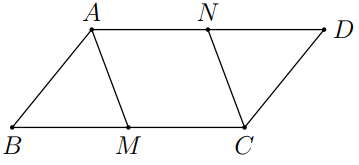
**VÍ DỤ MINH HỌA.**

**II ===I**

***Ví dụ 1.*** Cho hình bình hành  với  và  lần lượt là trung điểm của  và . Tìm tổng của hai vectơ:

a)  và  b)  và 

***Lời giải***



a) Vì nên ta có .



b) Vì nên ta có .

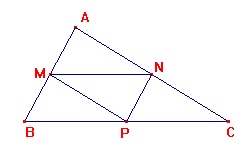


***Ví dụ 2.*** Cho tam giác . Các điểm ,  và  lần lượt là trung điểm các cạnh ,  và .

1) Tìm các hiệu sau ;  và ;

2) Phân tích vectơ  theo hai vectơ  và .

***Lời giải***



1) Theo qui tắc ba điểm, thì .



Vì là đường trung bình của tam giác và cùng hướng với nên ta có .



Do vậy: .



Vì nên *.*



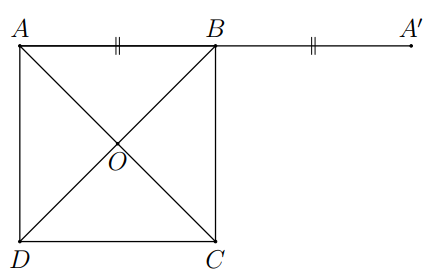
2) Ta có nên có phân tích sau .



***Ví dụ 3.*** Cho hình vuông  có cạnh bằng  với tâm là . Tính:

a) Độ dài vectơ  b) Tính .

***Lời giải***



a) Ta có .



Mặt khác .



Nên .



b) Gọi là điểm đối xứng với qua .



Ta có nên .



***Ví dụ 4.*** Cho bốn điểm bất kỳ , ,  và . Hãy chứng minh đẳng thức: .

***Lời giải***

**Cách 1:** Sử dụng qui tắc tổng

.



**Cách 2:** Sử dụng hiệu hai vectơ.



***Ví dụ 5.*** Cho tam giác . Gọi , ,  lần lượt là trung điểm của , , . Chứng minh rằng:

a) 

b) , với  là điểm bất kì.

***Lời giải***



a) Vì , là đường trung bình của tam giác nên , suy ra tứ giác là hình bình hành .



là trung điểm của .



Do đó theo quy tắc ba điểm ta có

.



b) Theo quy tắc ba điểm ta có



Theo câu a) ta suy ra .



***Ví dụ 6.*** Cho tam giác . Xác định điểm  thỏa điều kiện .

***Lời giải***



Ta có



.



Suy ra là đỉnh thứ tư của hình bình hành .



***Ví dụ 7.*** Gọi  là trọng tâm tam giác vuông , với cạnh huyền . Tính độ dài của vectơ .

***Lời giải***



Gọi là trung điểm



Ta có ; .



Mặc khác



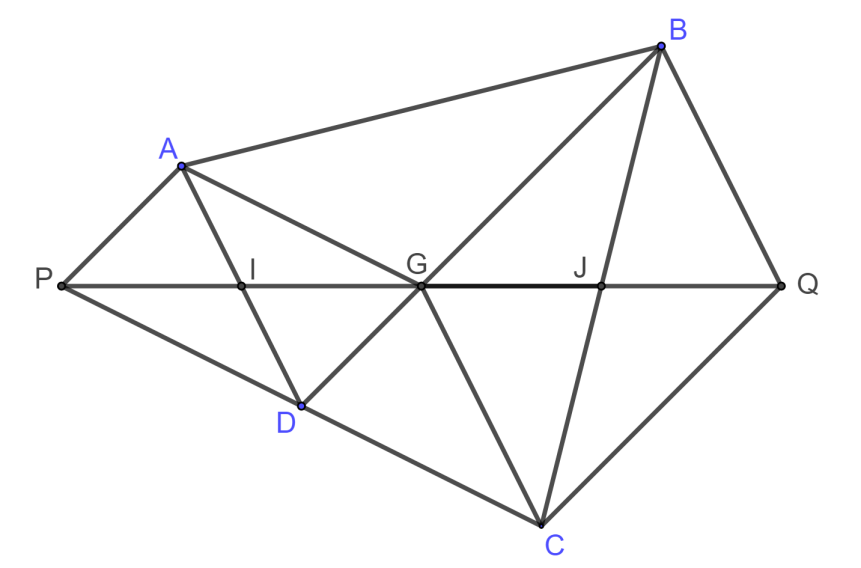
Suy ra .



***Ví dụ 8.*** Cho tứ giác lồi  có ,  lần lượt là trung điểm hai cạnh ,  và  là trung điểm . Gọi  là điểm đối xứng của  qua ,  là điểm đối xứng của  qua . Chứng minh các đẳng thức vecto sau:

a) ; . b) .

***Lời giải***

******

a) Hai tứ giác và có hai đường chéo giao nhau tại trung điểm mỗi đường nên chúng là các hình bình hành.



Theo quy tắc hình bình hành ta có:

(đpcm).



(đpcm).



b) Theo cách dựng hình từ đề bài ta thấy là trung điểm nên .



Biến đổi biểu thức vectơ đề cho và dựa vào kết quả câu a:



***Ví dụ 9.*** Cho hình chữ nhật  có , . Gọi  là trung điểm . Hãy tính:

a) . b) .

***Lời giải***

1. Ta thực hiện biến đổi:

.



Dựng điểm sao cho: .



Suy ra là hình bình hành.

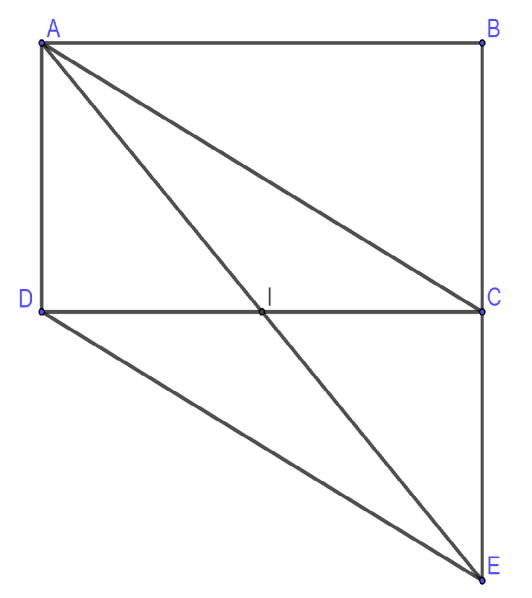


Theo quy tắc hình bình hành: .



Tam giác vuông cân tại nên:.





1. Ta thực hiện biến đổi:

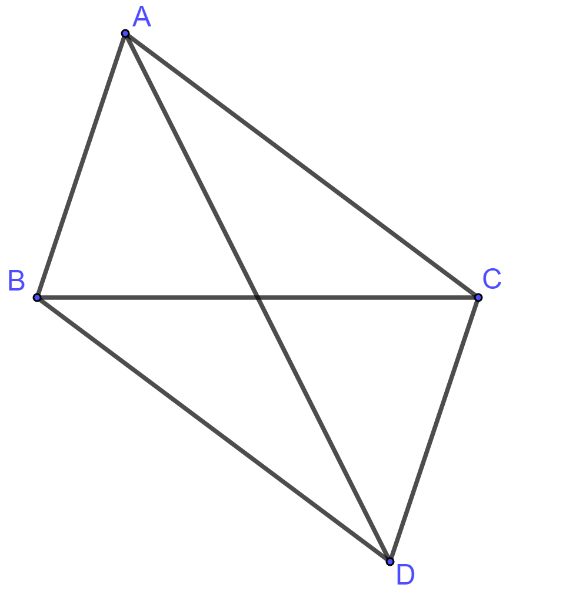
.



***Ví dụ 10.*** Cho tam giác , đặt: ; . Tìm điều kiện của tam giác  để:

a) . b) .

***Lời giải***



Dựng hình bình hành , theo quy tắc hình bình hành và nguyên tắc trừ vectơ, ta có:



***.***



.



1. . Hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau khi và chỉ khi là hình chữ nhật.



Vậy vuông tại thì .



1. . Hình bình hành có hai đường chéo vuông góc khi và chỉ khi là hình thoi.



Vậy cân tại thì .



**HỆ THỐNG BÀI TẬP.**

**III ===I**

**DẠNG 1: CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN TỔNG CÁC VECTƠ**

**BÀI TẬP TỰ LUẬN.**

**1 ===I**

**Câu** **1.** Cho hình bình hành , xác định các vectơ , .



**Lời** **giải**

và .



**Câu** **2.** Cho tam giác , xác định các vectơ , .



**Lời** **giải**



Gọi là điểm sao cho là hình bình hành. Khi đó



.



**Câu** **3.** Cho lục giác đều tâm O, xác định các vectơ , .



**Lời** **giải**



.



**Câu** **4.** Cho điểm , xác định vectơ



.



**Lời** **giải**



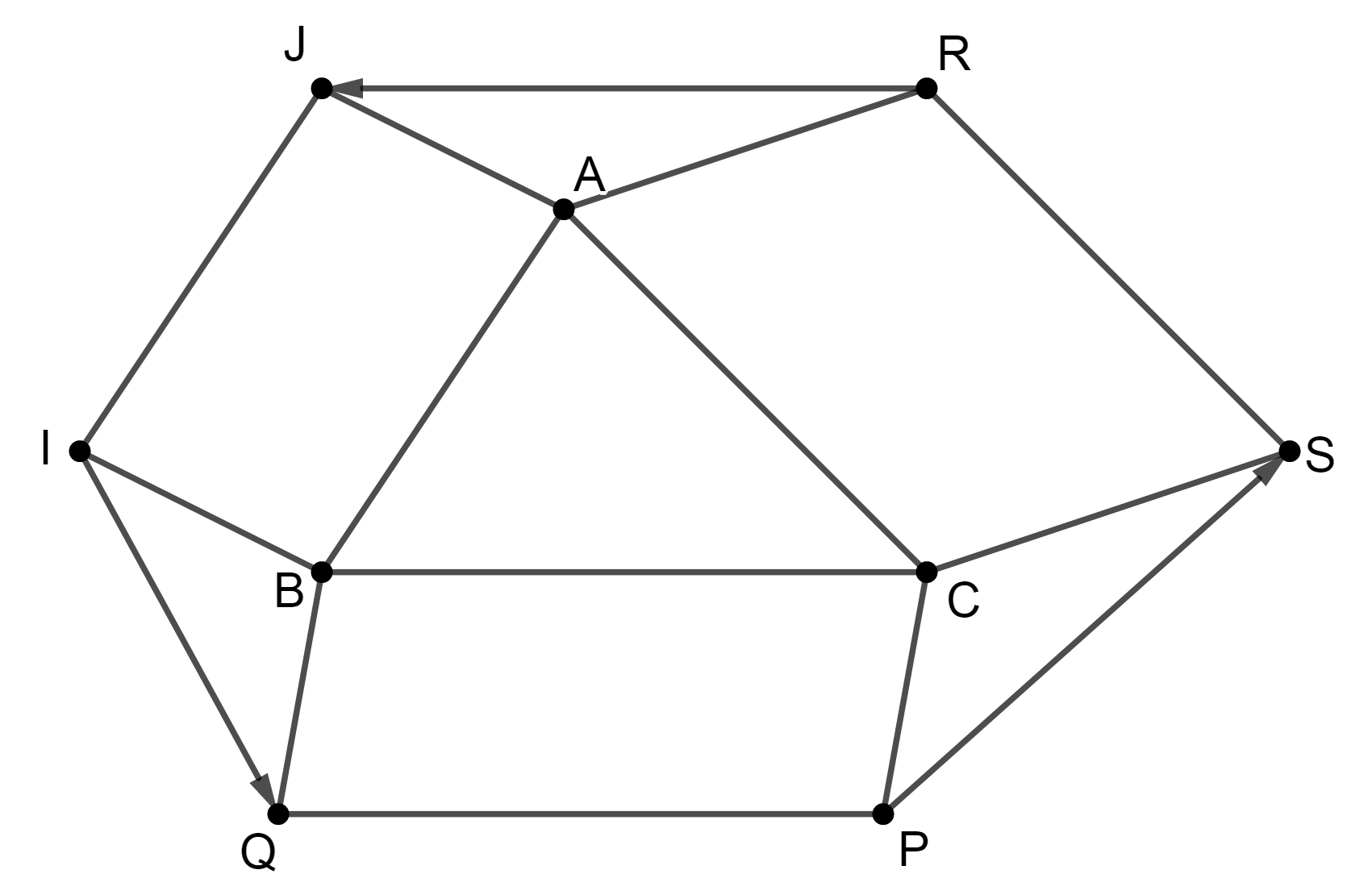
Do đó .



**Câu** **5.** Cho tam giác . Bên ngoài của tam giác vẽ các hình bình hành , ,. Chứng minh rằng .



**Lời** **giải**



, , .



Vậy .



**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.**

**2 ===I**

**Câu** **1. [0H1-2.1-1]** Cho ba vectơ , và khác vectơ-không. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?



**A.** . **B.** .



**C.** . **D.** .



**Lời** **giải**

**Chọn D**

.



**Câu** **2. [0H1-2.1-1]** Cho hình bình hành . Vectơ tổng bằng



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Lời** **giải**

**Chọn A**

.



**Câu** **3. [0H1-2.1-1]** Cho ba điểm phân biệt. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?



**A.** . **B.** .



**C.** . **D.** .



**Lời** **giải**

**Chọn D**

.



**Câu** **4. [0H1-2.1-2]** Cho bốn điểm phân biệt. Vectơ tổng bằng



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Lời** **giải**

**Chọn A**

.



**Câu** **5. [0H1-2.1-2]** Cho tam giác . Gọi lần lượt là trung điểm của . Vectơ tổng bằng



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Lời** **giải**

**Chọn A**

.



**Câu** **6. [0H1-2.1-2]** Cho hình bình hành và gọi I là giao điểm của hai đường chéo. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?



**A.** . **B.** .



**C.** . **D.** .



**Lời** **giải**

**Chọn A**

.



**Câu** **7. [0H1-2.1-2]** Cho hình bình hành và gọi I là giao điểm của hai đường chéo. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?



**A.** . **B.** .



**C.** . **D.** .



**Lời** **giải**

**Chọn D**

.



**Câu** **8. [0H1-2.1-2]** Cho các điểm phân biệt . Xác định vectơ tổng .



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Lời** **giải**

**Chọn A**

.



**Câu** **9. [0H1-2.1-2]** Cho hình bình hành . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?



**A.** . **B.** .



**C.** . **D.** .



**Lời** **giải**

**Chọn C**

.



**Câu** **10. [0H1-2.1-2]** Cho tam giác và lần lượt là trung điểm của . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?



**A.** . **B.** .



**C.** . **D.** .



**Lời** **giải**

**Chọn D**

.



**Câu** **11. [0H1-2.1-1]** Cho lục giác đều có tâm . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**? .



**A.** . **B.** .



**C.** . **D.** .



**Lời** **giải**

**Chọn D**

.



**Câu** **12. [0H1-2.1-2]** Cho hình vuông , tâm O. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?



**A.** . **B.** .



**C.** . **D.** .



**Lời** **giải**

**Chọn A**

.



**Câu** **13. [0H1-2.1-2]** Cho lục giác đều có tâm . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**? .



**A.** . **B.** .



**C.** . **D.** .



**Lời** **giải**

**Chọn D**

.



**Câu** **14. [0H1-2.1-3]** Cho tam giác có trọng tâm . Gọi là trung điểm , là điểm đối xứng của qua . Vectơ tổng bằng



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Lời** **giải**

**Chọn A**

.



**Câu** **15. [0H1-2.1-3]** Xét tam giác có trọng tâm và tâm đường tròn ngoại tiếp thỏa mãn . Hỏi trong các khẳng định sau, có bao nhiêu khẳng định đúng?



**1)** ;



**2)** Tam giác là tam giác vuông cân;



**3)** Tam giác là tam giác đều;



**4)** Tam giác là tam giác cân.



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Lời** **giải**

**Chọn A**

. Do đó tam giác là tam giác đều.



**Câu** **16. [0H1-2.1-3]** Xét tam giác có trọng tâm và tâm đường tròn ngoại tiếp thỏa mãn . Hỏi trong các khẳng định sau, có bao nhiêu khẳng định đúng?



**1)** ;



**2)** Tam giác là tam giác vuông cân;



**3)** ;



**4)** Tam giác là tam giác cân.



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Lời** **giải**

**Chọn A**

. Do đó tam giác là tam giác đều.



**Câu** **17. [0H1-2.1-3]**  Xét tam giác nội tiếp có là tâm đường tròn ngoại tiếp, là trực tâm. Gọi là điểm đối xứng của qua . Hỏi trong các khẳng định sau, có bao nhiêu khẳng định đúng?



**1)** ;



**2)** ;



**3)** , với là điểm đối xứng của qua ;



**4)** Nếu thì tam giác là tam giác đều.



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Lời** **giải**

**Chọn A**

.



Nếu thì , suy ra .



**Câu** **18. [0H1-2.1-2]** Cho điểm phân biệt , , , , . Mệnh đề nào sau đây đúng?



**A.** .



**B.** .



**C.** .



**D.** .



**Lời** **giải**

**Chọn D**

.



**Câu** **19. [0H1-2.1-2]** Cho hình bình hành , tâm . Vectơ tổng bằng



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Lời** **giải**

**Chọn A**

.



**Câu** **20. [0H1-2.1-4]** Cho điểm phân biệt trên mặt phẳng. Bạn An kí hiệu chúng là . Bạn Bình kí hiệu chúng là (). Vectơ tổng bằng



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Lời** **giải**

**Chọn A**

Lấy điểm bất kì. Khi đó



Vì nên



Do đó .



**DẠNG 2: VECTƠ ĐỐI, HIỆU CỦA HAI VECTƠ**

**BÀI TẬP TỰ LUẬN.**

**1 ===I**

**Câu 1.** Cho tam giác. Gọi lần lượt là trung điểm của . Chứng minh rằng:



a)



b) với là điểm bất kì.



**Lời giải**



a) Vì tứ giác là hình bình hành nên theo quy tắc hình bình hành ta có , kết hợp với quy tắc trừ



Mà do là trung điểm của .



Vậy .



b) Theo quy tắc ba điểm ta có



suy ra .



**Câu 2.** Cho hai hình bình hành và có chung đỉnh A. Chứng minh rằng



**Lời giải**

Theo quy tắc trừ và quy tắc hình bình hành ta có



.



**Câu 3.** Cho tam giác ABC.Các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, AC, BC.

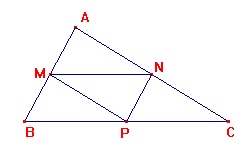
a) Tìm .



b) Phân tích theo hai vectơ .



**Lời giải**



*a)=*



*==(Vì )*



*==*



*==*



*b)*.



**Câu 4.** Cho 5 điểm A, B, C, D, E. Chứng minh rằng:



**Lời giải**

*Ta có nên*



*VT =* =



*=*=VP⇒ đpcm.



**Câu 5.** Cho điểm phân biệt trên mặt phẳng. Bạn An kí hiệu chúng là . Bạn Bình kí hiệu chúng là (). Chứng minh rằng



.



**Lời** **giải**

Lấy điểm bất kì. Khi đó



Vì nên



Do đó .



**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.**

**2 ===I**

**Câu** **1. [0H1-2.3-1]** Cho và là các vectơ khác với là vectơ đối của . Khẳng định nào sau đây sai?



**A.** Hai vectơ cùng phương. **B.** Hai vectơ ngược hướng.



**C.** Hai vectơ cùng độ dài. **D.** Hai vectơ chung điểm đầu.



**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có . Do đó, và cùng phương, cùng độ dài và ngược hướng nhau..



**Câu** **2. [0H1-2.3-1]** Gọi là tâm hình bình hành . Đẳng thức nào sau đây sai?



**A.** . **B.** .



**C.** . **D.** .



**Lời giải**

**Chọn B**



Xét các đáp án:

• Đáp án A. Ta có . Vậy A đúng.



• Đáp án B. Ta có . Vậy B sai.



• Đáp án C. Ta có Vậy C đúng.



• Đáp án D. Ta có . Vậy D đúng



**Câu** **3. [0H1-2.3-1]** Gọi là tâm hình vuông . Tính .



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Lời giải**

**Chọn B**

.



**Câu** **4. [0H1-2.3-1]** Cho là tâm hình bình hành . Hỏi vectơ bằng vectơ nào?



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Lời giải**

**Chọn B**

****

.



**Câu** **5. [0H1-2.3-1]** Chọn khẳng định sai:

**A.** Nếu là trung điểm đoạn thì .



**B.** Nếu là trung điểm đoạn thì .



**C.** Nếu là trung điểm đoạn thì .



**D.** Nếu là trung điểm đoạn thì .



**Lời giải**

**Chọn A**

.



**Câu** **6. [0H1-2.3-1]** Cho 4 điểm bất kỳ. Đẳng thức nào sau đây là đúng:



**A.** . **B.** .



**C.** . **D.** .



**Lời giải**

**Chọn B**

.



**Câu** **7. [0H1-2.3-1]** Cho các điểm phân biệt. Đẳng thức nào sau đây đúng ?



**A.** . **B.** .



**C.** . **D.** .



**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: .



Vậy: .



**Câu** **8. [0H1-2.3-1]** Chỉ ra vectơ tổng trong các vectơ sau



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Lời giải**

**Chọn D**

.



**Câu** **9. [0H1-2.3-2]** Cho hình bình hành và điểm tùy ý. Đẳng thức nào sau đây đúng ?



**A.** . **B.** .



**C.** . **D.** .



**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:



(đúng).



**Câu** **10. [0H1-2.3-1]** Cho tam giác có lần lượt là trung điểm của. Khi đó, các vectơ đối của vectơ là:



**A.** . **B.** .

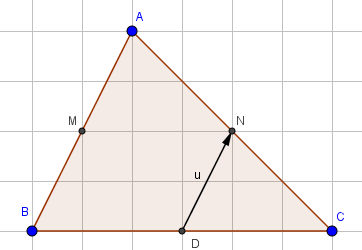


**C.** . **D.** .



**Lời giải**

**Chọn A**

.

Nhìn hình ta thấy vectơ đối của vectơ là:.



**Câu** **11. [0H1-2.3-1]** Cho các điểm phân biệt. Đẳng thức nào sau đây **đúng**?



**A.** . **B.** .



**C.** . **D.** .



**Lời giải**

**Chọn D**

.



**Câu** **12. [0H1-2.3-1]** Cho hình bình hành tâm . Khi đó bằng



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Lời giải**

**Chọn B**

(qui tắc 3 điểm).



**Câu** **13. [0H1-2.3-2]** Cho bốn điểm phân biệt. Khi đó vectơ là:



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Lời giải**

**Chọn D**

.



**Câu** **14. [0H1-2.3-2]** Cho bốn điểm phân biệt. Khi đó vectơ bằng:



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Lời giải**

**Chọn B**

.



**Câu** **15. [0H1-2.3-2]** Cho 4 điểm. Đẳng thức nào sau đây **đúng**?



**A.** . **B.** .



**C.** . **D.** .



**Lời giải**

**Chọn C**

.



**Câu** **16. [0H1-2.3-1]** Cho Cho hình bình hành tâm. Đẳng thức nào sau đây đúng ?



**A.** . **B.** .



**C.** . **D.** .



**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: .



Do đối nhau, đối nhau.



**Câu** **17. [0H1-2.3-3]** Cho Cho lục giác đều *ABCDEF* và *O* là tâm của nó. Đẳng thức nào dưới đây là đẳng thức **sai**?

**A.** . **B.** .

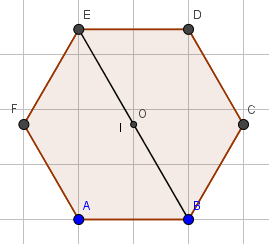


**C.** . **D.** .



**Lời giải**

**Chọn D**



Ta có: **.**



**Câu** **18. [0H1-2.3-1]** Cho hình bình hành ABCD.Đẳng thức nào sau đây đúng?

**A.** . **B.** .



**C.** . **D.** .



**Lời giải**

**Chọn A**

.



**Câu** **19. [0H1-2.3-2]** Cho 4 điểm A, B, C, D. Đẳng thức nào sau đây đúng?

**A.** . **B.** .



**C.** . **D.** .



**Lời giải**

**Chọn A**

.



**Câu** **20. [0H1-2.3-3]** Cho ΔABC, vẽ bên ngoài tam giác các hình bình hành ABEF, ACPQ, BCMN. Xét các mệnh đề :



Mệnh đề đúng là :

**A.** Chỉ . **B.** Chỉ . **C.** và . **D.** Chỉ .



**Lời giải**

**Chọn A**

.



**DẠNG 3:CHỨNG MINH ĐẲNG THỨC VECTƠ**

**BÀI TẬP TỰ LUẬN.**

**1 ===I**

**Câu 1.** Cho năm điểm . Chứng minh rằng



a) b)



**Lời giải**

a) Biến đổi vế trái ta có



.



b) Đẳng thức tương đương với



(đúng).



**Câu 2.** Cho hình bình hành tâm . là một điểm bất kì trong mặt phẳng. Chứng minh rằng



a) b) c)  *.*



**Lời giải**



a) Ta có



Theo quy tắc hình bình hành ta có suy ra



b) Vì ABCD là hình bình hành nên ta có:



Tương tự: .



c) Cách 1: Vì ABCD là hình bình hành nên



Cách 2: Đẳng thức tương đương với

(đúng do là hình bình hành).



**Câu 3.** Cho tam giác. Gọi lần lượt là trung điểm của . Chứng minh rằng: .



**Lời giải**



Vì là đường trung bình của tam giác nên



suy ra tứ giác là hình bình hành



là trung điểm của



Do đó theo quy tắc ba điểm ta có



.



**Câu 4.** Cho hai hình bình hành và có chung đỉnh A. Chứng minh rằng



**Lời giải**

Theo quy tắc trừ và quy tắc hình bình hành ta có



**.**



**Câu 5.** Cho hình bình hành . Dựng . Chứng minh rằng: .



**Lời giải**

Theo quy tắc ba điểm ta có



Mặt khác suy ra .



**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.**

**2 ===I**

**Câu** **1. [0H1-2.2-1]**Cho điểm phân biệt. Mệnh đề nào sau đây đúng?



**A.** . **B.** .



**C.** . **D.**.



**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có .



**Câu** **2. [0H1-2.2-1]**Cho hình bình hành , đẳng thức véctơ nào sau đây đúng?



**A.** . **B.** .



**C.** . **D.** .



**Lời giải**

**Chọn A.**

Đẳng thức véctơ đúng theo quy tắc cộng hình bình hành.



**Câu** **3. [0H1-2.2-1]**Cho hình bình hành có tâm . Khẳng định nào sau đây là đúng:



**A.** . **B.** .



**C.** . **D.** .



**Lời giải**

**Chọn A.**



Ta có . Do là hình bình hành nên nên .



**Câu** **4. [0H1-2.2-1]**Cho 4 điểm bất kì , , , . Đẳng thức nào sau đây đúng?



**A.** . **B.** .



**C.** . **D.** .



**Lời giải**

**Chọn B**

nên A sai



nên B đúng.



**Câu** **5. [0H1-2.2-1]** Cho 3 điểm phân biệt . Đẳng thức nào sau đây đúng?



**A.** . **B.** .



**C.** . **D.** .



**Lời giải**

**Chọn B**

.



**Câu** **6. [0H1-2.2-1]** Cho hình bình hành tâm . Khi đó bằng



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Lời giải**

**Chọn D**

.



**Câu** **7. [0H1-2.2-1]** Cho 6 điểm . Đẳng thức nào sau đây đúng?



**A.** .



**B.** .



**C.** .



**D.** .



**Lời giải**

**Chọn A**

.



**Câu** **8. [0H1-2.2-1]** Cho hình bình hành ABCD, gọi M, N lần lượt là trung điểm của đoạn BC và AD. Tính tổng .



**A.**  **B.**  **C.**  **D.**



**Lời giải**

**Chọn A**



**Câu** **9. [0H1-2.2-2]** Cho lục giác đều và là tâm của nó. Đẳng thức nào dưới đây là đẳng thức **sai**?



**A.** . **B.** .

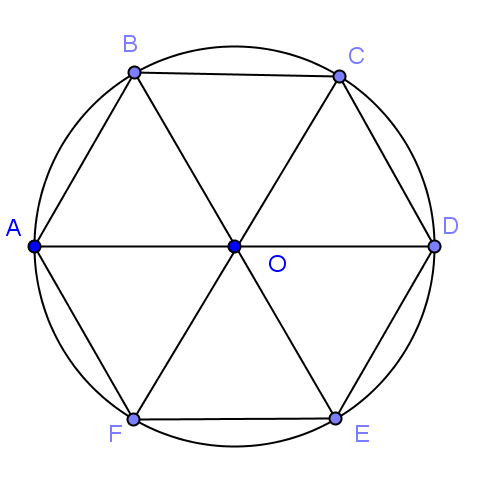


**C.** . **D.** .



**Lời giải**

**Chọn D**

****

.



**Câu** **10. [0H1-2.2-2]** Cho 6 điểm . Tổng véc tơ : bằng



**A.** . **B.** .



**C.** . **D.** .



**Lời giải**

**Chọn C**

.



**Câu** **11. [0H1-2.2-2]** Cho các điểm phân biệt. Đẳng thức nào sau đây ***sai*** ?



**A.** . **B.** .



**C.** . **D.** .



**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:



(vô lý)..



**Câu** **12. [0H1-2.2-1]** Cho các điểm phân biệt. Đẳng thức nào sau đây đúng?



**A.** . **B.** .



**C.** . **D.** .



**Lời giải**

**Chọn D**

.



**Câu** **13. [0H1-2.2-1]** Cho hình bình hành với là giao điểm của hai đường chéo. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Lời giải**

**Chọn D**

là hình bình hành với là giao điểm của hai đường chéo nên là trung điểm của và nên ta có: ;;



**Câu** **14. [0H1-2.2-1]** Cho tam giácKhẳng định nào sau đây đúng?



**A.** . **B.** .



**C.** . **D.** .



**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có B đúng.



**Câu** **15. [0H1-2.2-1]** Cho hình bình hành tâm . Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:



**A.** . **B.** .



**C.** . **D.** .



**Lời giải**

**Chọn C**

Gọi là trung điểm , ta có: .



**Câu** **16. [0H1-2.2-2]** Cho lục giác đều *ABCDEF* và *O* là tâm của nó. Đẳng thức nào dưới đây là đẳng thức **sai**?

**A.** . **B.** .



**C.** . **D.** .



**Lời giải**

**Chọn D**

.



**Câu** **17. [0H1-2.2-3]** Cho tam giác , trung tuyến . Trên cạnh lấy điểm và sao cho , cắt tại . Chọn mệnh đề đúng:



**A.** . **B.** .



**C.** . **D.** .



**Lời giải**

**Chọn A**

Trong tam giác có là đường trung bình nên



là trung điểm của nên



**Câu** **18. [0H1-2.2-3]** Cho tam giác . Gọi lần lượt là trung điểm của các cạnh . Hệ thức nào là đúng ?



**A.** . **B.** .



**C.** . **D.** .



**Lời giải**

****

**Chọn A**

Ta có



.



**Câu** **19. [0H1-2.2-3]** Cho hình lục giác đều , tâm . Đẳng thức nào sau đây đúng?



**A.** . **B.**



**C.** . **D.** .



**Lời giải**

****

**Chọn A**

.



**Câu** **20. [0H1-2.2-4]** Cho tam giác có trực tâm , là điểm đối xứng với qua tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác .Khẳng định nào sau đây là đúng?



**A.** và . **B.** và .



**C.** và . **D.** và.



**Lời giải**

**Chọn A**



Ta có : Vì đối xứng với qua nên thuộc đường tròn



(cùng vuông góc với )



(cùng vuông góc với )



Suy ra là hình bình hành



Vậy và **.**



**DẠNG 4: CÁC BÀI TOÁN XÁC ĐỊNH ĐIỂM THỎA ĐẲNG THỨC VEC TƠ**

**BÀI TẬP TỰ LUẬN.**

**1 ===I**

**Câu** **1.** Cho , tìm thỏa .



**Lời** **giải**

.



Suy ra là điểm cuối của vec tơ có điểm đầu là C sao cho .



**Câu** **2.** Cho , tìm thỏa .



**Lời** **giải**



Suy ra trùng .



**Câu** **3.** , tìm điểm thỏa .



**Lời** **giải**



Suy ra là trung điểm .



**Câu** **4.** , tìm điểm thỏa .



**Lời** **giải**

.



Suy ra là điểm thỏa là hình bình hành.



**Câu** **5.** Cho tứ giác, tìm điểm thỏa .



**Lời** **giải**



.



Vậy là điểm đối xứng với qua .



**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.**

**2 ===I**

**Câu** **1. [0H1-2.3-1]** Cho đoạn thẳng , là điểm thỏa . Mệnh đề nào sau đây đúng?



**A.** là trung điểm . **B.** trùng .



**C.** trùng . **D.** là trung điểm .



**Lời** **giải**

**Chọn D**

là trung điểm .



**Câu** **2. [0H1-2.3-1]** Cho 2 điểm phân biệt , . Tìm điểm thỏa . Mệnh đề nào sau đây đúng?



**A.** là trung điểm . **B.** thuộc đường trung trực của .



**C.** Không có điểm . **D.** Có vô số điểm.



**Lời** **giải**

**Chọn A**

là trung điểm .



**Câu** **3. [0H1-2.3-2]** Cho, . Tìm điểm để và cùng phương. Mệnh đề nào sau đây đúng?



**A.** là trung điểm . **B.** thuộc đường trung trực của .



**C.** Không có điểm . **D.** Có vô số điểm.



**Lời** **giải**

**Chọn D**

và cùng phương nên//. Suy ra có vô số điểm.



**Câu** **4. [0H1-2.3-1]** Cho 2 điểm phân biệt , . Tìm điểm thỏa . Mệnh đề nào sau đây đúng?



**A.** là trung điểm . **B.** thuộc đường trung trực của.



**C.** Không có điểm . **D.** Có vô số điểm.



**Lời** **giải**

**Chọn C**

(vô lý).



**Câu** **5. [0H1-2.3-1]** Cho đoạn thẳng , là điểm thỏa . Mệnh đề nào sau đây đúng?



**A.** là trung điểm . **B.** trùng .



**C.** trùng . **D.** là trung điểm .



**Lời** **giải**

**Chọn A**

suy ra là trung điểm .



**Câu** **6. [0H1-2.3-1]** Cho tam giác , là điểm thỏa . Mệnh đề nào sau đây đúng?



**A.** là trung điểm . **B.** là trọng tâm .



**C.** trùng . **D.** là trung điểm .



**Lời** **giải**

**Chọn B**

nên là trọng tâm .



**Câu** **7. [0H1-2.3-2]** Cho tứ giác , là điểm thỏa . Mệnh đề nào sau đây đúng?



**A.** trùng . **B.** trùng .



**C.** trùng . **D.** trùng .



**Lời** **giải**

**Chọn D**

.



**Câu** **8. [0H1-2.3-2]** Cholà hình bình hành, là điểm thỏa . Mệnh đề nào sau đây đúng?



**A.** trùng . **B.** trùng .



**C.** trùng . **D.** trùng .



**Lời** **giải**

**Chọn D**

.



**Câu** **9. [0H1-2.3-2]** Cholà hình bình hành tâm , là điểm thỏa . Mệnh đề nào sau đây đúng?



**A.** trùng . **B.** trùng .



**C.** trùng . **D.** trùng .



**Lời** **giải**

**Chọn A**

suy ra ( là trung điểm ) nên trùng .



**Câu** **10. [0H1-2.3-1]** Cholà hình bình hành tâm , là điểm thỏa . Mệnh đề nào sau đây đúng?



**A.** trùng . **B.** trùng .



**C.** trùng . **D.** trùng .



**Lời** **giải**

**Chọn A**

, suy ra trùng .



**Câu** **11. [0H1-2.3-2]** Cholà hình bình hành tâm , là điểm thỏa . Mệnh đề nào sau đây đúng?



**A.** trùng . **B.** trùng .



**C.** trùng . **D.** trùng .



**Lời** **giải**

**Chọn B**

.



**Câu** **12. [0H1-2.3-2]** Cho tứ giác có là giao điểm 2 đường chéo, là điểm thỏa . Mệnh đề nào sau đây đúng ?



**A.** trùng . **B.** trùng .



**C.** trùng . **D.** trùng .



**Lời** **giải**

**Chọn C**

.



**Câu** **13. [0H1-2.3-2]** Cho, tìm điểm thỏa . Mệnh đề nào sau đây đúng ?



**A.** là trung điểm . **B.** là trung điểm .



**C.** là trung điểm . **D.** là trọng tâm .



**Lời** **giải**

**Chọn D**



Suy ra là trọng tâm .



**Câu** **14. [0H1-2.3-2]** Cho , tìm thỏa . Mệnh đề nào sau đây đúng ?



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Lời** **giải**

**Chọn B**

.



Suy ra là điểm cuối của vec tơ có điểm đầu là sao cho .



**Câu** **15. [0H1-2.3-2]** Cho , là điểm thỏa . Mệnh đề nào sau đây đúng?



**A.**. **B.** . **C.** . **D.** .



**Lời** **giải**

**Chọn A**

.



Suy ra là hình bình hành. Do đó .



**Câu** 1**6. [0H1-2.3-1]** Cho có là trung điểm , tìm thỏa . Mệnh đề nào sau đây đúng?



**A.** trùng . **B.** trùng .



**C.** trùng . **D.** trùng .



**Lời** **giải**

**Chọn D**



Suy ra trùng .



**Câu** **17. [0H1-2.3-3]** Cho , tìm điểm thỏa . Mệnh đề nào sau đây đúng?



**A.** là trung điểm . **B.** là trung điểm .



**C.** là trung điểm . **D.** là trọng tâm .



**Lời** **giải**

**Chọn C**



Suy ra là trung điểm .



**Câu** **18. [0H1-2.3-3]** Cho , điểm thỏa . Mệnh đề nào sau đây đúng?



**A.** trùng . **B.** trùng .



**C.** là hình bình hành. **D.** .



**Lời** **giải**

**Chọn D**



Suy ra là điểm thỏa là hình bình hành. Nên .



**Câu** **19. [0H1-2.3-3]** Cho , là trung điểm , là trung điểm , điểm thỏa . Mệnh đề nào sau đây đúng ?



**A.** . **B.** .



**C.** là trung điểm . **D.** .



**Lời** **giải**

**Chọn D**



Suy ra là trung điểm . Suy ra là hình bình hành nên .



**Câu** **20. [0H1-2.3-3]** Cho tứ giác, điểm thỏa . Mệnh đề nào sau đây đúng ?



**A.** là trung điểm . **B.** là trung điểm .



**C.** là trung điểm . **D.** là trung điểm .



**Lời** **giải**

**Chọn D**



.



**DẠNG 5: CÁC BÀI TOÁN TÍNH ĐỘ DÀI CỦA VEC TƠ**

**BÀI TẬP TỰ LUẬN.**

**1 ===I**

**Câu** **1.** Cho hình vuông có cạnh bằng . Tính .



**Lời** **giải**

Theo quy tắc đường chéo hình bình hành, ta có .



**Câu** **2.** Cho tam giác đều cạnh . Tính



**Lời** **giải**

Gọi là điểm sao cho là hình bình hành. Ta có nên là hình thoi. Gọi O là tâm hình thoi . .



**Câu** **3.** Cho hình vuông cạnh . Tính .



**Lời giải**

****

Ta có .



**Câu** **4.** Cho tam giác đều có cạnh , là trung điểm của . Tính .



**Lời** **giải**

Gọi là điểm sao cho là hình bình hành.



Ta có: ( là tâm cúa hình bình hành).



Ta lại có: ( đều, là đường cao).





Trong tam giác vuông tại , có:



.



**Câu** **5.** Có hai lực , cùng tác động vào một vật đứng tại điểm , biết hai lực , đều có cường độ là và chúng hợp với nhau một góc . Hỏi vật đó phải chịu một lực tổng hợp có cường độ bằng bao nhiêu?



**Lời giải**



Giả sử , .



Theo quy tắc hình bình hành, suy ra , như hình vẽ.



Ta có , , nên tam giác đều, suy ra .



Vậy .



**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.**

**2 ===I**

**Câu** **1. [0H1-2.5-2]** Cho tam giác đều cạnh . Tính



**A.** . **B.** trùng .



**C.** . **D.** .



**Lời** **giải**

**Chọn A**

Gọi là điểm sao cho là hình bình hành. Ta có nên là hình thoi. Gọi O là tâm hình thoi . .



**Câu** **2. [0H1-2.5-1]** Cho hình vuông có cạnh bằng . Độ dài bằng



**A.**  **B.** . **C.** . **D.** .



**Lời giải**

**Chọn D.**

Theo quy tắc đường chéo hình bình hành, ta có

.



**Câu** **3. [0H1-2.5-1]** Cho tam giác đều cạnh , mệnh đề nào sau đây đúng?



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Lời giải**

**Chọn D.**

.



**Câu** **4. [0H1-2.5-2]** Cho khác và cho điểm .Có bao nhiêu điểm thỏa ?



**A.** Vô số. **B.**  điểm. **C.**  điểm. **D.** Không có điểm nào.



**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có .



Suy ra tập hợp các điểm là đường tròn tâm bán kính .



**Câu** **5. [0H1-2.5-1]** Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau đây:

**A.**  cùng hướng với mọi vectơ. **B.**  cùng phương với mọi vectơ.



**C.** . **D.** .



**Lời giải**

**Chọn D.**

Mệnh đề là mệnh đề **sai**, vì khi thì .



**Câu** **6. [0H1-2.5-3]** Cho hình bình hành tâm ; là trọng tâm tam giác . Đẳng thức nào sau đây **sai**?



**A.** . **B.** .



**C.** . **D.** .



**Lời giải**

**Chọn A.**



Ta có (vôlý) A sai.



là trọng tâm tam giác ; là một điểm nằm ngoài tam giácđẳng thức ở đáp án B đúng.



Ta có và . Mà đáp án C đúng.



Ta có và đối nhau, có độ dài bằng nhau ; tương tự đáp án D là đúng.



**Câu** **7. [0H1-2.5-3]** Cho tam giác đều có cạnh , là trung điểm của . Tính .



**A.** . **B.** .



**C.** . **D.** .



**Lời giải**

**Chọn D.**

Gọi là điểm sao cho là hình bình hành.



Ta có: ( là tâm cúa hình bình hành).



Ta lại có: ( đều, là đường cao).





Trong tam giác vuông tại , có:



.



**Câu** **8. [0H1-2.5-1]** Gọi là giao điểm của hai đường chéo hình bình hành . Đẳng thức nào sau đây sai?



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có là trung điểm của nên .



**Câu** **9. [0H1-2.5-4]** Có hai lực , cùng tác động vào một vật đứng tại điểm , biết hai lực , đều có cường độ là và chúng hợp với nhau một góc . Hỏi vật đó phải chịu một lực tổng hợp có cường độ bằng bao nhiêu?



**A.** . **B.**.



**C.** . **D.** Đáp án khác.



**Lời giải**

**Chọn B.**



Giả sử , .



Theo quy tắc hình bình hành, suy ra , như hình vẽ.



Ta có , , nên tam giác đều, suy ra .



Vậy .



**Câu** **10. [0H1-2.5-2]** Cho tứ giác có và . Khẳng định nào sau đây **sai**?



**A.** . **B.**  là hình thoi.



**C.** . **D.**  là hình thang cân.



**Lời giải**

**Chọn D.**

Tứ giác có là hình bình hành , nên .



Mà .



Từ và ta có là hình thoi nên .



**Câu** **11. [0H1-2.5-2]** Cho tam giác vuông cân tại có . Tính .



**A.** . **B.** .



**C.** . **D.** .



**Lời giải**

**Chọn A.**

Gọi là điểm thỏa là hình bình hành. Tam giác vuông cân tại suy ra là hình vuông. .



**Câu** **12. [0H1-2.5-3]** Cho tam giác đều cạnh , có là đường trung tuyến. Tính .



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Lời giải**

**Chọn C.**



Dựng là hình bình hành .



Gọi đối xứng với qua vuông tại .



 ; .



.



**Câu** **13. [0H1-2.5-4]** Cho ba lực , , cùng tác động vào một vật tại điểm và vật đứng yên. Cho biết cường độ của , đều bằng và góc . Khi đó cường độ lực của là



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Lời giải**

**Chọn A.**

Vật đứng yên nên ba lực đã cho cân bằng. Ta được .



Dựng hình bình hành . Ta có .



Suy ra .



**Câu** **14. [0H1-2.5-3]** Cho tam giác có là trọng tâm, là trung điểm . Tìm khẳng định **sai**.



**A.** . **B.** .

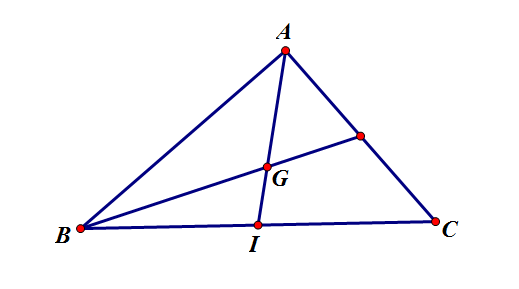


**C.** . **D.** .



**Lời giải**

**Chọn B.**



(Do là trung điểm ) nên khẳng định ở A đúng.



(Gọi là điểm thỏa là hình bình hành, là trung điểm ) nên khẳng định ở C đúng.



(Do là trọng tâm tam giác ) nên khẳng định ở D đúng.



(Do là trung điểm ) nên khẳng định ở B sai.



**Câu** **15. [0H1-2.5-1]** Cho hình bình hành . Đẳng thức nào sau đây **sai**?



**A.** . **B.** .



**C.** . **D.** .



**Lời giải**

**Chọn A.**



Ta có là đẳng thức sai vì độ dài hai đường chéo của hình bình hành không bằng nhau.



**Câu** **16. [0H1-2.5-2]** Cho hình vuông cạnh . Tính .



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Lời giải**

**Chọn C.**

****

Ta có .



**Câu** **17. [0H1-2.5-3]** Cho tam giác đều, cạnh , trọng tâm. Độ dài vectơ là



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có : vì .



Khi đó ( đối xứng với qua ).



**Câu** **18. [0H1-2.5-3]** Tam giác thỏa mãn: thì tam giác là



**A.** Tam giác vuông . **B.** Tam giác vuông .



**C.** Tam giác vuông . **D.** Tam giác cân tại .



**Lời giải**

**Chọn A.**

Gọi là trung điểm , là điểm thỏa là hình bình hành. Ta có . Trung tuyến kẻ từ bằng một nửa cạnh nên tam giác vuông tại .



**Câu** **19. [0H1-2.5-2]** Cho tam giác đều cạnh có là trọng tâm. Khi đó là



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Lời giải**

**Chọn C.**



Gọi là trung điểm , dựng điểm sao cho .



Ta có :



( đối xứng với qua ).



**Câu** **20. [0H1-2.5-4]** Cho hai lực , cùng tác động vào một vật tại điểm cường độ hai lực , lần lượt là và . . Tìm cường độ của lực tổng hợp tác động vào vật.

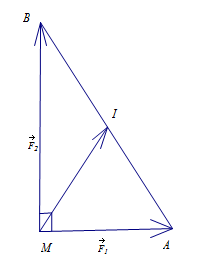


**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Lời giải**

**Chọn D.**



Cường độ lực tổng hợp của ( là trung điểm của ). Ta có suy ra .

