

KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II – MÔN TOÁN 11 – KNTT – NĂM HỌC 2023 – 2024
ĐỀ SỐ 11 – THỜI GIAN LÀM BÀI 90 PHÚT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.
Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho số thực a, b, m, n ($a, b > 0$). Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$. B. $(a^m)^n = a^{m+n}$. C. $(a+b)^m = a^m + b^m$. D. $\frac{a^m}{a^n} = \sqrt[n]{a^m}$.

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y = \log_{2025}(3-x)$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$. B. $(-\infty; 3)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(3; +\infty)$.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $5^x = 25$ là

- A. $x = \frac{1}{2}$. B. $x = -2$. C. $x = 5$. D. $x = 2$.

Câu 4. Nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) > 3$

- A. $x > 9$. B. $1 < x < 9$. C. $x > 10$. D. $1 < x < 10$.

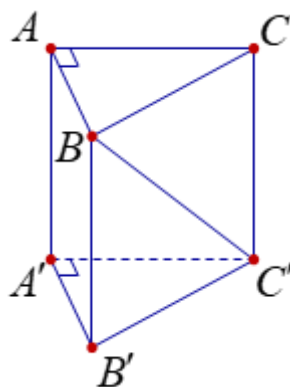
Câu 5. Trong không gian cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. Nếu a và b cùng vuông góc với c thì $a \parallel b$.
B. Nếu $a \parallel b$ và $c \perp a$ thì $c \perp b$.
C. Nếu góc giữa a và c bằng góc giữa b và c thì $a \parallel b$.
D. Nếu a và b cùng nằm trong mp $(\alpha) \parallel c$ thì góc giữa a và c bằng góc giữa b và c .

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$. Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề dưới đây.

- A. $SA \perp SB$. B. $SA \perp CD$. C. $SA \perp BD$. D. $SA \perp BC$.

Câu 7. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A (tham khảo hình vẽ bên). Xác định góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(A'B'C')$.



- A. $BC'B'$. B. $BC'A'$. C. $BC'C$. D. $B'BC'$.

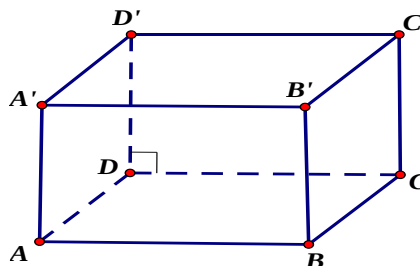
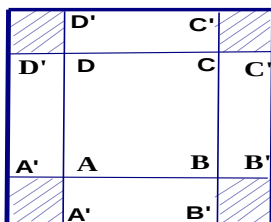
Câu 8. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Khoảng cách từ A' đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. $\frac{a}{2}$. B. $2a$. C. $3a$. D. a .

Câu 9. Sự tăng trưởng dân số được ước tính theo công thức sau $A = P.e^{r \cdot t}$, trong đó P là dân số năm lấy làm mốc, A là dân số sau t năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Biết rằng vào năm 2020 dân số Việt Nam khoảng 97,34 triệu người và tỉ lệ tăng dân số là 0,91%. Nếu tỉ lệ tăng dân số này giữ nguyên, hãy ước tính dân số Việt Nam vào năm 2030.

- A. 106,61 triệu người. B. 105,61 triệu người. C. 241,82 triệu người. D. 100 triệu người.

- Câu 10.** Cô Vân gửi ngân hàng 150 triệu đồng theo kì hạn 6 tháng với lãi suất không đổi 5% một năm. Tính số tiền cô Vân thu được (cả vốn lẫn lãi) sau 5 năm. (Làm tròn kết quả đến chữ số thập thứ hai).
- A.** 191,44 triệu. **B.** 192,02 triệu. **C.** 192,01 triệu. **D.** 192,1 triệu.
- Câu 11.** Kim tự tháp Kheops ở Ai Cập có dạng là hình chóp tứ giác đều có diện tích đáy là $230m \times 230m$, cạnh bên dài 219 mét. Chiều cao của kim tự tháp đó là
- A.** 137,2m **B.** 156,6m **C.** 146,7m **D.** 120m
- Câu 12.** Một tấm bìa hình vuông có cạnh 44 cm người ta cắt bỏ đi ở mỗi góc tấm bìa một hình vuông cạnh 12 cm rồi gấp lại thành một cái hộp chữ nhật không có nắp. Tính thể tích cái hộp này.



- A.** $5000cm^3$ **B.** $4500cm^3$ **C.** $5200cm^3$ **D.** $4800cm^3$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Câu 13.** Cho hàm số $y = \log_3 x$ có đồ thị là (C). Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:
- a) Đồ thị (C) luôn đi qua điểm $(0;1)$.
- b) Hàm số $y = \log_3 x$ có $\lim_{x \rightarrow 0^+} y = \lim_{x \rightarrow 0^+} \log_3 x = -\infty$.
- c) Đồ thị hàm số $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ đối xứng với đồ thị (C) qua trục hoành.
- d) Đồ thị (C) cắt đường thẳng $y=1$ tại duy nhất 1 điểm.
- Câu 14.** Cho hình chóp $SABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , có cạnh $SA = a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với đáy. Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:
- a) Góc giữa đường thẳng SC và $mp(ABCD)$ bằng 60° .
- b) Đường thẳng DA vuông góc với đường thẳng SB .
- c) Đường thẳng BD vuông góc với mặt phẳng (SAC).
- d) Hình chiếu vuông góc của đường thẳng SD lên mặt phẳng (SAB) là SB .
- Câu 15.** Năm 2020, dân số thế giới là 7,795 tỉ người và tốc độ tăng dân số 1,05% /năm (nguồn: <https://www.worldmeters.infor/world-population>). Nếu tốc độ này tiếp tục duy trì ở những năm tiếp theo thì dân số thế giới sau t năm kể từ năm 2020 được tính bởi công thức:
- $$P(t) = 7,795 \cdot (1 + 0,0105)^t \text{ (tỉ người).}$$
- a) Tốc độ tăng dân số hàng năm là 1,05%.
- b) Dân số thế giới vào năm 2025 gần 8,213 tỉ người.
- c) Mốc thời điểm để tính dân số của mỗi năm là ngày 1 tháng 7. Dân số thế giới tại thời điểm ngày 1 tháng 1 năm 2022 là 7,918 tỉ người
- d) Dân số thế giới gấp đôi dân số năm 2020 vào năm 2040.
- Câu 16.** Bạn An có một chiếc vali cũ hình hộp chữ nhật có chiều dài 75cm, chiều rộng 45cm và chiều cao 30cm. Bạn An muốn mua một chiếc vali mới có chiều dài 105cm, chiều rộng 75cm và chiều cao 30cm.
- a) Thể tích chiếc vali cũ có thể tích bằng $101250cm^3$.
- b) Diện tích đáy của chiếc vali mới là $215 cm^2$.

- c) Thể tích chiếc vali mới lớn hơn thể tích chiếc vali cũ là 135000 cm^3 .
- d) Tổng diện tích các mặt bên của vali mới là 10800 cm^2 .

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

- Câu 17.** Cho phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-2) + \log_{0,5}(x+28) = 0$. Tổng bình phương tất cả các nghiệm của phương trình bằng.....
- Câu 18.** Ông Nam dự định gửi vào ngân hàng một số tiền với lãi suất $6,6\%$ / năm. Biết rằng nếu không rút tiền khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho năm tiếp theo. Tính số tiền tối thiểu x triệu đồng ($x \in \mathbb{N}$) ông Nam gửi vào ngân hàng để sau 3 năm số tiền lãi đủ mua một chiếc xe gắn máy trị giá 26 triệu đồng.
- Câu 19.** Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $\log_5(x^2+1) + 1 \geq \log_5(mx^2+4x+m)$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$. Tính tổng các phần tử của S .
- Câu 20.** Người ta cắt bỏ bốn hình vuông cùng kích thước ở bốn góc của một tấm tôn hình vuông có cạnh $1m$ để gò lại thành một chiếc thùng có dạng hình hộp chữ nhật không nắp. Hỏi cạnh của các hình vuông cần bỏ đi có độ dài bằng bao nhiêu để thùng hình hộp nhận được có thể tích lớn nhất?
- Câu 21.** Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng $\sqrt{2}$, đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BC = \sqrt{3}$, $AB = 1$. Biết hình chiếu vuông góc của đỉnh A' lên mặt đáy là điểm M thỏa mãn $3\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AC}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng.....
- Câu 22.** Cho tứ diện $ABCD$ có $DAB = CBD = 90^\circ$; $AB = a$; $AC = a\sqrt{5}$; $ABC = 135^\circ$. Biết góc giữa hai mặt phẳng (ABD) , (BCD) bằng 30° . Thể tích của tứ diện $ABCD$ là.....

-----HẾT-----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.
Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho số thực a, b, m, n ($a, b > 0$). Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A.** $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$. **B.** $(a^m)^n = a^{m+n}$. **C.** $(a+b)^m = a^m + b^m$. **D.** $\frac{a^m}{a^n} = \sqrt[n]{a^m}$.

Lời giải

Chọn A

Theo tính chất của lũy thừa ta có: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$.

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y = \log_{2025}(3-x)$ là

- A.** $\mathbb{R} \setminus \{3\}$. **B.** $(-\infty; 3)$. **C.** $(0; +\infty)$. **D.** $(3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định là: $3-x > 0 \Leftrightarrow x < 3$.

Vậy hàm số có TXĐ: $D = (-\infty; 3)$.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $5^x = 25$ là

- A.** $x = \frac{1}{2}$. **B.** $x = -2$. **C.** $x = 5$. **D.** $x = 2$.

Lời giải

Chọn D

$5^x = 25 \Leftrightarrow 5^x = 5^2 \Leftrightarrow x = 2$.

Câu 4. Nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) > 3$

- A.** $x > 9$. **B.** $1 < x < 9$. **C.** $x > 10$. **D.** $1 < x < 10$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x > 1$

$\log_2(x-1) > 3 \Leftrightarrow x-1 > 8 \Leftrightarrow x > 9$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $x > 9$.

Câu 5. Trong không gian cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A.** Nếu a và b cùng vuông góc với c thì $a \parallel b$.
B. Nếu $a \parallel b$ và $c \perp a$ thì $c \perp b$.
C. Nếu góc giữa a và c bằng góc giữa b và c thì $a \parallel b$.
D. Nếu a và b cùng nằm trong mp $(\alpha) \parallel c$ thì góc giữa a và c bằng góc giữa b và c .

Lời giải

Chọn B

Nếu a và b cùng vuông góc với c thì a và b hoặc song song hoặc chéo nhau.

C sai do:

Giả sử hai đường thẳng a và b chéo nhau, ta dựng đường thẳng c là đường vuông góc chung của a và b . Khi đó góc giữa a và c bằng với góc giữa b và c và cùng bằng 90° , nhưng hiển nhiên hai đường thẳng a và b không song song.

D sai do: giả sử a vuông góc với c , b song song với c , khi đó góc giữa a và c bằng 90° , còn góc giữa b và c bằng 0° .

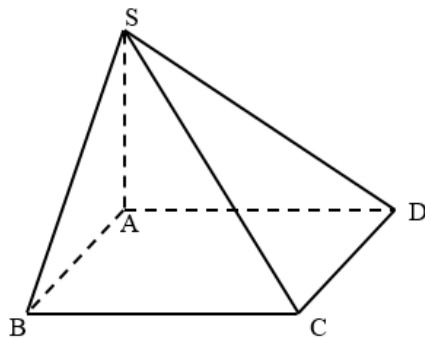
Do đó B đúng.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$. Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề dưới đây.

- A.** $SA \perp SB$. **B.** $SA \perp CD$. **C.** $SA \perp BD$. **D.** $SA \perp BC$.

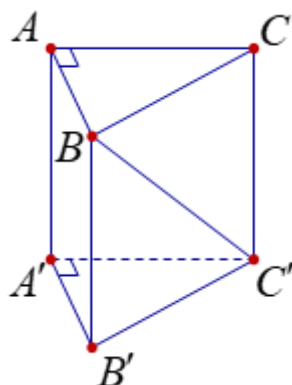
Lời giải

Chọn A



Ta có $SA \perp (ABCD)$ nên $SA \perp CD$, $SA \perp BD$ và $SA \perp BC$.

- Câu 7.** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A (tham khảo hình vẽ bên). Xác định góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(A'B'C')$.



- A.** $BC'B'$. **B.** $BC'A'$. **C.** $BC'C$. **D.** $B'BC'$.

Lời giải

Chọn A

Giả thiết, ta có: $BB' \perp (A'B'C')$ nên $B'C'$ là hình chiếu vuông góc của BC' xuống mặt phẳng $(A'B'C')$ do đó giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(A'B'C')$ là góc $BC'B'$.

- Câu 8.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Khoảng cách từ A' đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A.** $\frac{a}{2}$. **B.** $2a$. **C.** $3a$. **D.** a .

Lời giải

Chọn D

Khoảng cách từ A' đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $AA' = a$.

- Câu 9.** Sự tăng trưởng dân số được ước tính theo công thức sau $A = P.e^{r \cdot t}$, trong đó P là dân số năm lấy làm mốc, A là dân số sau t năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Biết rằng vào năm 2020 dân số Việt Nam khoảng 97,34 triệu người và tỉ lệ tăng dân số là 0,91%. Nếu tỉ lệ tăng dân số này giữ nguyên, hãy ước tính dân số Việt Nam vào năm 2030.

- A.** 106,61 triệu người. **B.** 105,61 triệu người.
C. 241,82 triệu người. **D.** 100 triệu người.

Lời giải

Chọn A

Ta có $A = 97,34.e^{0,91\% \cdot 10} = 106,61$ triệu người

- Câu 10.** Cô Vân gửi ngân hàng 150 triệu đồng theo kì hạn 6 tháng với lãi suất không đổi 5% một năm. Tính số tiền cô Vân thu được (cả vốn lẫn lãi) sau 5 năm. (Làm tròn kết quả đến chữ số thập thứ hai).

- A.** 191,44 triệu. **B.** 192,02 triệu. **C.** 192,01 triệu. **D.** 192,1 triệu.

Lời giải

Chọn C

Công thức lãi kép theo kì hạn tính số tiền thu được sau N kì gửi là

$$A = P \cdot \left(1 + \frac{r}{n}\right)^N$$

Trong đó, P Số tiền gửi ban đầu

r là lãi suất hàng năm

n là số lần tính lãi trong một năm

N là số kì gửi

Vậy ta có $A = 150 \cdot \left(1 + \frac{5\%}{2}\right)^{10} = 192,01$ triệu

Câu 11. Kim tự tháp Kheops ở Ai Cập có dạng là hình chóp tứ giác đều có diện tích đáy là $230m \times 230m$, cạnh bên dài 219 mét. Chiều cao của kim tự tháp đó là

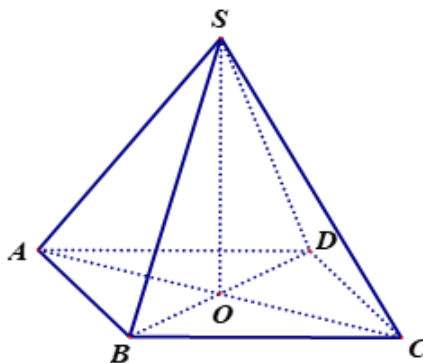
A. 137,2m

B. 156,6m

C. 146,7m

D. 120m

Lời giải

Chọn C

Xem kim tự tháp có dạng hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ như hình vẽ.

$SO \perp ABCD$, O là tâm hình vuông $ABCD$

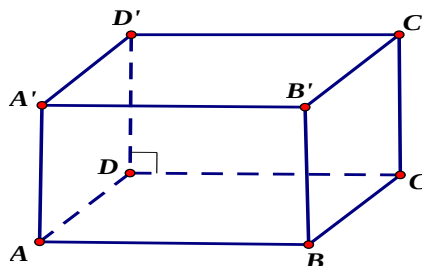
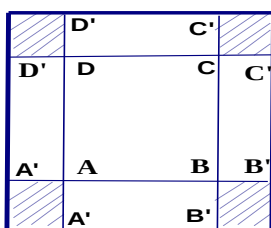
Xét tam giác SOA vuông tại O .

Ta có: $AO = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}AB\sqrt{2} = 115\sqrt{2}$

$$SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} \approx 146,7$$

Vậy chiều cao của kim tự tháp gần bằng 146,7m.

Câu 12. Một tấm bìa hình vuông có cạnh 44 cm người ta cắt bỏ đi ở mỗi góc tấm bìa một hình vuông cạnh 12 cm rồi gấp lại thành một cái hộp chữ nhật không có nắp. Tính thể tích cái hộp này.



A. $5000cm^3$

B. $4500cm^3$

C. $5200cm^3$

D. $4800cm^3$

Lời giải

Chọn D

Sau khi cắt bỏ đi ở mỗi góc tấm bìa một hình vuông cạnh 12 cm rồi gấp lại thành một cái hộp chữ nhật không có nắp có đáy là hình vuông cạnh 20cm và chiều cao 12cm

Do đó thể tích hình hộp tạo thành là: $V = 20 \cdot 20 \cdot 12 = 4800cm^3$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Cho hàm số $y = \log_3 x$ có đồ thị là (C). Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:

- a) Đồ thị (C) luôn đi qua điểm (0;1).
- b) Hàm số $y = \log_3 x$ có $\lim_{x \rightarrow 0^+} y = \lim_{x \rightarrow 0^+} \log_3 x = -\infty$.
- c) Đồ thị hàm số $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ đối xứng với đồ thị (C) qua trục hoành.
- d) Đồ thị (C) cắt đường thẳng $y = 1$ tại duy nhất 1 điểm.

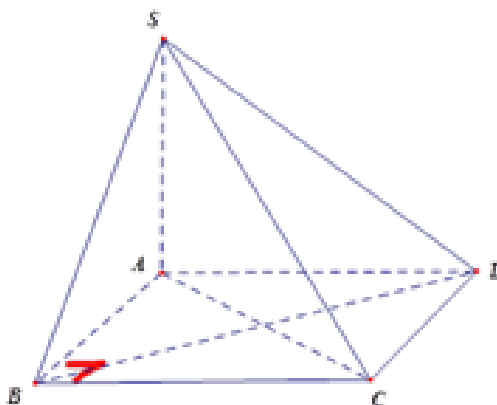
Lời giải

- a) Sai: Tập xác định của hàm số $y = \log_3 x$ là $D = 0; +\infty$.
- b) Đúng:
- c) Đúng: Tính chất hàm số $y = \log_a x$ có cơ số nghịch đảo đối xứng qua trục hoành trên cùng tập xác định.
- d) Đúng: $\log_3 x = 1 \Leftrightarrow x = 3$. duy nhất tại điểm A(3;1).

Câu 14. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , có cạnh $SA = a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với đáy. Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:

- a) Góc giữa đường thẳng SC và $mp(ABCD)$ bằng 60° .
- b) Đường thẳng DA vuông góc với đường thẳng SB .
- c) Đường thẳng BD vuông góc với mặt phẳng (SAC).
- d) Hình chiếu vuông góc của đường thẳng SD lên mặt phẳng (SAB) là SB .

Lời giải



- a) Sai: AC là hình chiếu của của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ chính là góc SAC
Ta có $AC = a\sqrt{2}$, suy ra tam giác SAC vuông cân tại A .
Vậy $\angle SCA = 45^\circ$.
- b) Đúng: $DA \perp (SAB) \Rightarrow DA \perp SB$.
- c) Đúng: $AC \perp BD$; $BD \perp SA$. Suy ra $(SAC) \perp BD$.
- d) Sai, ta có $DA \perp (SAB)$. Khi đó SA là hình chiếu vuông góc của đường thẳng SD lên mặt phẳng (SAB) .

Câu 15. Năm 2020, dân số thế giới là 7,795 tỉ người và tốc độ tăng dân số 1,05% /năm (nguồn: <https://www.worldmeters.info/world-population>). Nếu tốc độ này tiếp tục duy trì ở những năm tiếp theo thì dân số thế giới sau t năm kể từ năm 2020 được tính bởi công thức:

$$P(t) = 7,795 \cdot (1 + 0,0105)^t \text{ (tỉ người).}$$

- a) Tốc độ tăng dân số hàng năm là 1,05%.
- b) Dân số thế giới vào năm 2025 gần 8,213 tỉ người.

- c) Mốc thời điểm để tính dân số của mỗi năm là ngày 1 tháng 7. Dân số thế giới tại thời điểm ngày 1 tháng 1 năm 2022 là 7,918 tỉ người
d) Dân số thế giới gấp đôi dân số năm 2020 vào năm 2040.

Lời giải

- a) Đúng: Tốc độ tăng dân số hàng năm là 1,05%.
b) Đúng: Năm 2025 ứng với $t = 5$ nên có dân số thế giới là:

$$P(5) = 7,795 \cdot (1 + 0,0105)^5 \approx 8,213 \text{ (tỉ người)}.$$

- c) Đúng Với giả thiết tăng tốc độ dân số 1,05%/năm không đổi, công thức (*) được áp dụng để tính dân số thế giới tại thời điểm bất kì sau năm 2020. Chẳng hạn, dân số thế giới tại thời điểm ngày 1 tháng 1 năm 2022 (ứng với $t = 1,5$) là

$$P(1,5) = 7,795 \cdot (1 + 0,0105)^5 \approx 7,918 \text{ (tỉ người)}.$$

- d) Sai: Dân số thế giới gấp đôi năm 2020 là năm 2087. Vì $2 = (1 + 0,0105)^n \Rightarrow n = 67$.

Câu 16. Bạn An có một chiếc vali cũ hình hộp chữ nhật có chiều dài 75cm, chiều rộng 45cm và chiều cao 30cm. Bạn An muốn mua một chiếc vali mới có chiều dài 105cm, chiều rộng 75cm và chiều cao 30cm.

- a) Thể tích chiếc vali cũ có thể tích bằng 101250 cm^3 .
b) Diện tích đáy của chiếc vali mới là 215 cm^2 .
c) Thể tích chiếc vali mới lớn hơn thể tích chiếc vali cũ là 135000 cm^3 .
d) Tổng diện tích các mặt bên của vali mới là 10800 cm^2 .

Lời giải

- a) Đúng: Thể tích chiếc vali cũ: $V_1 = 75 \cdot 45 \cdot 30 = 101250 \text{ cm}^3$.
b) Sai: Diện tích đáy vali mới là $S = 105 \cdot 75 = 7875 \text{ cm}^2$.
c) Đúng: Thể tích chiếc vali mới: $V_2 = 105 \cdot 75 \cdot 30 = 236250 \text{ cm}^3$. Thể tích chiếc vali mới lớn hơn thể tích chiếc vali cũ là: $V_2 - V_1 = 135000 \text{ cm}^3$.
d) Đúng: Tổng diện tích các mặt bên của vali mới là $S = 2 \cdot 30(105 + 75) = 10800 \text{ cm}^2$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17. Cho phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-2) + \log_{0,5}(x+28) = 0$. Tổng bình phương tất cả các nghiệm của phương trình bằng.

Lời giải

Xét phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-2) + \log_{0,5}(x+28) = 0$.

Điều kiện xác định: $x > 2$.

Phương trình có dạng:

$$\log_{\sqrt{2}}(x-2) + \log_{0,5}(x+28) = 0 \Leftrightarrow 2\log_2(x-2) - \log_2(x+28) = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x-2)^2 = \log_2(x+28) \Leftrightarrow (x-2)^2 = x+28 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \text{ (tm)} \\ x = -3 \text{ (l)} \end{cases}.$$

Do đó tập nghiệm của phương trình là $S = \{8\}$.

Vậy tổng bình phương tất cả các nghiệm của phương trình bằng 64.

Câu 18. Ông Nam dự định gửi vào ngân hàng một số tiền với lãi suất 6,6% / năm. Biết rằng nếu không rút tiền khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho năm tiếp theo. Tính số tiền tối thiểu x triệu đồng ($x \in \mathbb{N}$) ông Nam gửi vào ngân hàng để sau 3 năm số tiền lãi đủ mua một chiếc xe gắn máy trị giá 26 triệu đồng.

Lời giải

Số tiền ông Nam có được sau 3 năm là: $x \cdot 1 + 0,066^3$ (triệu đồng).

Số tiền lãi ông Nam có được sau 3 năm là: $x + 0,066^3 - x$ (triệu đồng).

Để sau 3 năm số tiền lãi của ông Nam mua được chiếc xe máy trị giá 26 triệu đồng thì

$$x + 0,066^3 - x \geq 26 \Leftrightarrow x \geq 123,0154905.$$

Vậy ông Nam phải gửi tối thiểu 124 triệu đồng.

Câu 19. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $\log_5(x^2 + 1) + 1 \geq \log_5(mx^2 + 4x + m)$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$. Tính tổng các phần tử của S .

Lời giải

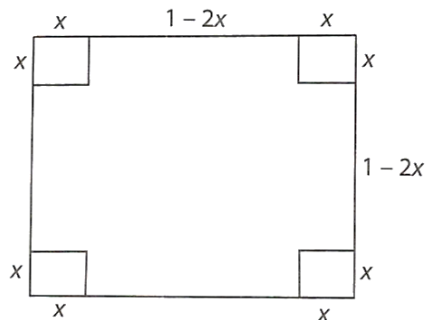
Bất phương trình nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} mx^2 + 4x + m > 0 \\ 5(x^2 + 1) \geq mx^2 + 4x + m \end{cases}, \forall x \in \mathbb{R} \text{ (dễ thấy)}$

$$m = 0 \text{ không thỏa mãn hệ} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ \Delta_{(1)} = 16 - 4m^2 < 0 \\ 5 - m > 0 \\ \Delta_{(2)} = 16 - 4(5 - m)^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m < -2 \\ m > 2 \\ m < 5 \\ m \leq 3 \\ m \geq 7 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < m \leq 3.$$

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m = 3$. Vậy tổng các phần tử của S là 3.

Câu 20. Người ta cắt bỏ bốn hình vuông cùng kích thước ở bốn góc của một tấm tôn hình vuông có cạnh $1m$ để gò lại thành một chiếc thùng có dạng hình hộp chữ nhật không nắp. Hỏi cạnh của các hình vuông cần bỏ đi có độ dài bằng bao nhiêu để thùng hình hộp nhận được có thể tích lớn nhất?

Lời giải



Hình 7.59

Gọi $x(m)$ là chiều dài cạnh hình vuông nhỏ tại mỗi góc của tấm tôn được cắt bỏ đi (với $0 < x < \frac{1}{2}$).

Thể tích hình hộp chữ nhật nhận được là

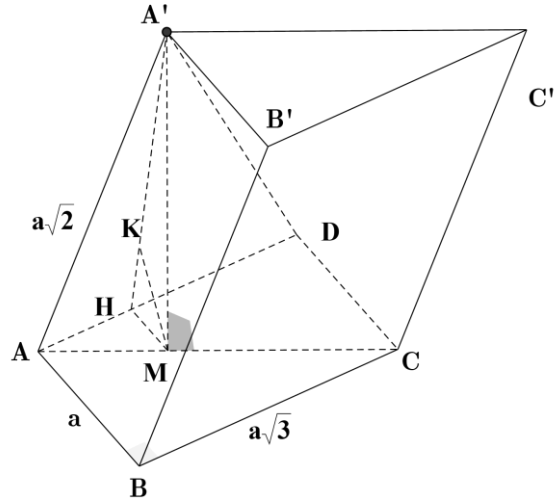
$$V = (1 - 2x)^2 \cdot x = \frac{1}{4} \cdot (1 - 2x) \cdot (1 - 2x) \cdot 4x \leq \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1 - 2x + 1 - 2x + 4x}{3} \right)^3 = \frac{2}{27}$$

Dấu "=" xảy ra khi $1 - 2x = 4x \Leftrightarrow x = \frac{1}{6}$.

Vậy để thể tích chiếc thùng là lớn nhất thì các cạnh của hình vuông được cắt bỏ đi là $\frac{1}{6}m$.

Câu 21. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng $\sqrt{2}$, đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BC = \sqrt{3}$, $AB = 1$. Biết hình chiếu vuông góc của đỉnh A' lên mặt đáy là điểm M thỏa mãn $3\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AC}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng.

Lời giải



Dựng hình bình hành $ABCD$, vì tam giác ABC là tam giác vuông tại B nên $ABCD$ là hình chữ nhật.

Suy ra $BC \parallel AD \Rightarrow BC \parallel (A'AD)$.

Do đó $d(BC, AA') = d(BC, (A'AD)) = d(C, (A'AD))$.

Mà $3AM = AC$ nên $d(C, (A'AD)) = 3d(M, (A'AD))$.

Kẻ $MH \perp AD \Rightarrow (A'MH) \perp (A'AD) = A'H$.

Kẻ $MK \perp A'H \Rightarrow MK \perp (A'AD) \Rightarrow MK = d(M, (A'AD))$.

Mặt khác ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2 \Rightarrow AM = \frac{1}{3}AC = \frac{2}{3} \Rightarrow A'M = \sqrt{A'A^2 - AM^2} = \frac{\sqrt{14}}{3}$.

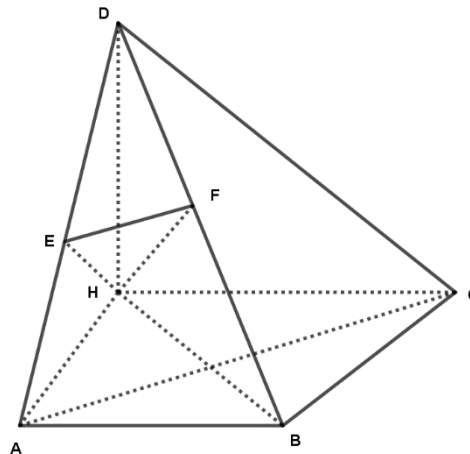
Và $MH \parallel CD \Rightarrow \frac{MH}{CD} = \frac{AM}{AC} = \frac{1}{3} \Rightarrow MH = \frac{1}{3}CD = \frac{1}{3}AB = \frac{1}{3}$.

Suy ra $\frac{1}{MK^2} = \frac{1}{A'M^2} + \frac{1}{MH^2} \Leftrightarrow \frac{1}{MK^2} = \frac{1}{\left(\frac{\sqrt{14}}{3}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)^2} \Leftrightarrow \frac{1}{MK^2} = \frac{135}{14a^2} \Leftrightarrow MK = \frac{\sqrt{210}}{45}$.

Vậy $d(BC, AA') = d(C, (A'AD)) = 3d(M, (A'AD)) = 3MK = 3 \cdot \frac{\sqrt{210}}{45} = \frac{\sqrt{210}}{15}$.

Câu 22. Cho tứ diện $ABCD$ có $DAB = CBD = 90^\circ$; $AB = a$; $AC = a\sqrt{5}$; $ABC = 135^\circ$. Biết góc giữa hai mặt phẳng (ABD) , (BCD) bằng 30° . Thể tích của tứ diện $ABCD$ là.

Lời giải



Gọi H thuộc mặt phẳng (ABC) và $DH \perp (ABC)$.

Ta có $\begin{cases} BA \perp DA \\ BA \perp DH \end{cases} \Rightarrow BA \perp AH$. Tương tự $\begin{cases} BC \perp BD \\ BC \perp DH \end{cases} \Rightarrow BC \perp BH$.

Tam giác ABH có $AB = a$; $\angle ABC = 135^\circ$; $\angle CBH = 90^\circ \Rightarrow \angle ABH = 45^\circ$ suy ra $\triangle ABH$ vuông cân tại $A \Rightarrow AH = AB = a$.

Áp dụng định lý côsin ta có $BC = a\sqrt{2}$.

Diện tích tam giác ABC : $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot BA \cdot BC \cdot \sin \angle ABC = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{a^2}{2}$.

Kẻ HE , HF lần lượt vuông góc với DA , DB .

Suy ra $HE \perp (ABD)$, $HF \perp (BCD)$ nên góc giữa hai mặt phẳng (ABD) , (BCD) bằng góc $\angle EHF$.

Tam giác EHF vuông tại E , ta có $HE = \frac{a \cdot DH}{\sqrt{a^2 + DH^2}}$, $HF = \frac{DH \cdot a \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2a^2 + DH^2}}$.

Mặt khác: $\cos \angle EHF = \frac{HE}{HF} = \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{DH^2 + 2a^2}}{\sqrt{2 \cdot DH^2 + 2a^2}} \Rightarrow DH = a$.

Thể tích tứ diện $ABCD$ là $V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot DH \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{a^3}{6}$.