CHƯƠNG

**II**

**DÃY SỐ**

**CẤP SỐ CỘNG – CẤP SỐ NHÂN**

BÀI 2: CẤP SỐ CỘNG

**LÝ THUYẾT.**

**I ===I**

**I. ĐỊNH NGHĨA**

***Cấp số cộng*** là một dãy số, trong đó kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng số hạng đứng ngay trước nó cộng với một số không đổi . Tức là  với 

Số không đổi  được gọi là *công sai* của cấp số cộng.

*Đặc biệt, khi*  *thì cấp số cộng là một* ***dãy số không đổi*** *(tất cả các số hạng đều*

*bằng nhau)*.

**Nhận xét:** *Từ định nghĩa, ta có:*

*1)* Nếu  là một cấp số cộng thì mỗi số hạng (trừ số hạng đầu và cuối) đều là trung bình

cộng của hai số hạng đứng kề với nó, nghĩa là  với . (3)

*2) Cấp số cộng  là một dãy số tăng khi và chỉ khi công sai* .

*3) Cấp số cộng  là một dãy số giảm khi và chỉ khi công sai* .

**CHÚ Ý**

*Để chứng minh dãy số là một cấp số cộng, chúng ta cần chứng minh  là một hằng số với mọi số nguyên dương .*

**VÍ DỤ.**

**===I**

**Ví dụ 1.** Chứng minh rằng dãy số hữu hạn sau là một cấp số cộng: .

***Lời giải***

Vì 



Nên theo định nghĩa cấp số cộng, dãy số  là một cấp số cộng với công sai .

**Ví dụ 2.** Trong các dãy số dưới đây, dãy số nào là cấp số cộng? Tìm số hạng đầu và công sai của nó.

a) Dãy số , với . b) Dãy số , với .

***Lời giải***

a) Ta có  nên .

Do đó  là cấp số cộng với số hạng đầu  và công sai .

b) Ta có  nên .

Suy ra  là cấp số cộng với số hạng đầu  và công sai .

**Ví dụ 3.** Cho cấp số cộng  có  số hạng với số hạng đầu  và công sai . Viết dạng khai triển của cấp số cộng đó.

***Lời giải***

Ta có ; ; 

; ; .

Vậy dạng khai triển của cấp số cộng  là .

**II. SỐ HẠNG TỔNG QUÁT CỦA CẤP SỐ CỘNG**.

Nếu cấp số cộng  có số hạng đầu  và công sai  thì số hạng tổng quát  được xác định bởi công thức:  (2).

**VÍ DỤ.**

**===I**

Cho cấp số cộng  có  và .

a) Tìm .

b) Số  là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số cộng?

***Lời giải***

a) Ta có .

b) Số hạng tổng quát của cấp số cộng là .

Vì  nên .

Do  là số nguyên dương nên số  là số hạng thứ  của cấp số cộng đã cho.

**Chú ý :**

**VÍ DỤ.**

**===I**

a) Cho cấp số cộng có  và . Tìm .

b) Cho cấp số cộng  Tính giá trị của biểu thức .

***Lời giải***

a) Theo tính chất của cấp số cộng, ta có  nên .

b) Theo tính chất của cấp số cộng, ta có  và .

Vì  nên .

Vậy ..

**III. TỔNG CỦA  SỐ HẠNG ĐẦU TIÊN CỦA CẤP SỐ CỘNG**.

Giả sử  là một cấp số cộng có công sai . Đặt  Khi đó:

 (4) hoặc  (5)

**VÍ DỤ.**

**===I**

Cho cấp số cộng có  và .

a) Tính tổng của  số hạng đầu tiên của cấp số cộng.

b) Biết , tìm *.*

***Lời giải***

Ta có 

a) Ta có ..

b) Vì  nên  Giải phương trình bậc hai trên với  nguyên dương, ta tìm được .

**HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.**

**II ===I**

1. Cho một cấp số cộng  có ,  Tìm công sai 

**Lời giải**

.

1. **Cho dãy số**  **là một cấp số cộng có**  **và công sai** **. Biết tổng**  **số hạng đầu của dãy số**  **là** **. Tìm** **.**

**Lời giải**

Ta có

.

1. Cho một cấp số cộng có , . Tìm công sai

**Lời giải**

Ta có .

1. Một gia đình cần khoan một cái giếng để lấy nước. Họ thuê một đội khoan giếng nước. Biết giá của mét khoan đầu tiên là  đồng, kể từ mét khoan thứ hai giá của mỗi mét khoan tăng thêm  đồng so với giá của mét khoan trước đó. Biết cần phải khoan sâu xuống  mới có nước. Hỏi phải trả bao nhiêu tiền để khoan cái giếng đó?

**Lời giải**

\* Áp dụng công thức tính tổng của  số hạng đầu của cấp số nhân có số hạng đầu , công sai  ta được số tiền phải trả khi khoan đến mét thứ  là



\* Khi khoan đến mét thứ , số tiền phải trả là

 đồng.

1. Cho cấp số cộng  có số hạng tổng quát là . Tìm công sai  của cấp số cộng.

**Lời giải**

Ta có 

Suy ra  là công sai của cấp số cộng.

1. Cho cấp số cộng  có , . Tính công sai .

**Lời giải**

Ta có .

1. Cho cấp số cộng  có , . Tính công sai .

**Lời giải**

Ta có .

1. Cho một cấp số cộng  có  và tổng của  số hạng đầu bằng . Tìm công thức của số hạng tổng quát .

**Lời giải**

Ta có: .

Số hạng tổng quát của cấp số cộng bằng .

1. Cho cấp số cộng  thỏa mãn  có công sai là

**Lời giải**

Gọi  là công sai.

Ta có: .

Vậy công sai .

1. Cho cấp số cộng  có , . Tổng của  số hạng đầu tiên của cấp số cộng

**Lời giải**

Gọi ,  lần lượt là số hạng đầu và công **sai** của cấp số cộng.

Ta có: .

Vậy .

1. Cho cấp số cộng  có , . Tính tổng  số hạng đầu tiên của cấp số cộng này.

**Lời giải**

Gọi  là công sai của cấp số cộng. Theo giả thiết, ta có  .

Khi đó,  .

1. Trong hội chợ tết Mậu Tuất , một công ty sữa muốn xếp  hộp sữa theo số lượng , , ,  từ trên xuống dưới (số hộp sữa trên mỗi hàng xếp từ trên xuống là các số lẻ liên tiếp - mô hình như hình bên). Hàng dưới cùng có bao nhiêu hộp sữa?



**Lời giải**

**Cách 1:** p dụng công thức tính tổng n số hạng liên tiếp của CSC:



Vậy 

**Cách 2:** Áp dụng công thức , suy ra 

Vậy .

1. Người ta trồng  cây trong một khu vườn hình tam giác như sau: Hàng thứ nhất có  cây, hàng thứ hai có  cây, hàng thứ ba có  cây….Số hàng cây trong khu vườn là

**Lời giải**

Cách trồng  cây trong một khu vườn hình tam giác như trên lập thành một cấp số cộng  với số  là số cây ở hàng thứ  và  và công sai .

Tổng số cây trồng được là:  .

Như vậy số hàng cây trong khu vườn là .

1. Cho cấp số cộng  có  và công sai . Hỏi kể từ số hạng thứ mấy trở đi thì các số hạng của  đều lớn hơn ?

**Lời giải**

Ta có: ; 

Vậy .

1. Bốn số tạo thành một cấp số cộng có tổng bằng  và tổng các bình phương của chúng bằng . Tích của bốn số đó là :

**Lời giải**

Gọi  số cần tìm là , , , .

Ta có: .

Bốn số cần tìm là , , ,  có tích bằng .

1. Chu vi một đa giác là , số đo các cạnh của nó lập thành một cấp số cộng với công sai . Biết cạnh lớn nhất là . Số cạnh của đa giác đó là?

**Lời giải**

Giả sử đã giác đã cho có  cạnh thì chu vi của đa giác là:với  là cạnh nhỏ nhất. Suy ra: 

Do đó là ước nguyên dương của và đa giác có ít nhất ba cạnh nên

. Suyra:.

Số cạnh của đa giác đã cho là: ( cạnh ).

1. Cho cấp số cộng biết  và . Tìm số hạng đầu tiên và công sai của cấp số cộng.

**Lời giải**

Ta có: .

 .

Từ và  suy ra ;**.**

1. Biết bốn số ; ; ; theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Giá trị của biểu thức  bằng.

**Lời giải**

Ta có: . Vậy .

1. Cho cấp số cộng , biết , . Số  là số hạng thứ bao nhiêu?

**Lời giải**

Ta có .

Vậy  là số hạng thứ .

1. Cho cấp số cộng có tổng  số hạng đầu là , . Giá trị của số hạng thứ  của cấp số cộng là

**Lời giải**

Từ giả thiết ta có .

Ta có    .

1. Cho cấp số cộng có tổng  số hạng đầu là ,  thì số hạng thứ 10 của cấp số cộng là

**Lời giải**

Theo công thức ta có  .

Mà  do đó .

1. Cho cấp số cộng có tổng  số hạng đầu là ,  thì số hạng thứ 10 của cấp số cộng là

**Lời giải**

Theo công thức ta có  .

Mà  do đó .

1. Người ta viết thêm  số thực vào giữa số  và số  để được cấp số cộng có  số hạng. Tìm số hạng thứ .

**Lời giải**

Áp dụng công thức cấp số cộng ta có:

.

Vậy số hạng thứ  là .

1. Cho cấp số cộng có  và công sai . Tổng  số hạng đầu tiên của cấp số cộng này là . Giá trị  là

**Lời giải**

.