

§0 sè 1:

®Ò thi hăc sinh giái huyÖn

M«n To¸n Líp 7

(Thêi gian l¸m bµi 120 phót)

Bµi 1. T×m gi¸ trÞ n nguyªn d¬ng:

$$a) \frac{1}{8} \cdot 16^n = 2^n; \quad b) 27 < 3^n < 243$$

Bµi 2. Thùc hiÖn phÐp tÝnh:

$$\left(\frac{1}{4 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 14} + \frac{1}{14 \cdot 19} + \dots + \frac{1}{44 \cdot 49} \right) \frac{1 - 3 - 5 - 7 - \dots - 49}{89}$$

Bµi 3. a) T×m x biÖt: $|2x + 3| = x + 2$

b) T×m gi¸ trÞ nhá nhÊt cña $A = |x - 2006| + |2007 - x|$ Khi x thay ®æi

Bµi 4. HiÖn nay hai kim ®ång hă chØ 10 giê. Sau Ýt nhÊt bao l©u th× 2 kim ®ång hă n»m ®èi diÖn nhau trªn mét ®êng th¼ng.

Bµi 5. Cho tam gi¸c vuøng ABC ($A = 1v$), ®êng cao AH, trung tuyÖn AM. Trªn tia ®èi tia MA lÊy ®iÓm D sao cho $DM = MA$. Trªn tia ®èi tia CD lÊy ®iÓm I sao cho $CI = CA$, qua I vÿ ®êng th¼ng song song vói AC c¾t ®êng th¼ng AH t¹i E. Chøng minh: $AE = BC$

§.p.n ®Ò 1 to¸n 7

Bµi 1. T×m gi¸ trÞ n nguyªn d¬ng: (4 ®iÓm mçi c©u 2 ®iÓm)

$$a) \frac{1}{8} \cdot 16^n = 2^n; \quad \Rightarrow 2^{4n-3} = 2^n \Rightarrow 4n - 3 = n \Rightarrow n = 1$$

$$b) 27 < 3^n < 243 \Rightarrow 3^3 < 3^n < 3^5 \Rightarrow n = 4$$

Bµi 2. Thùc hiÖn phÐp tÝnh: (4 ®iÓm)

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{4 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 14} + \frac{1}{14 \cdot 19} + \dots + \frac{1}{44 \cdot 49} \right) \frac{1 - 3 - 5 - 7 - \dots - 49}{89} \\ &= \frac{1}{5} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{14} + \frac{1}{14} - \frac{1}{19} + \dots + \frac{1}{44} - \frac{1}{49} \right) \cdot \frac{2 - (1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 49)}{12} \\ &= \frac{1}{5} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{49} \right) \cdot \frac{2 - (12 \cdot 50 + 25)}{89} = - \frac{5 \cdot 9 \cdot 7 \cdot 89}{5 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 89} = - \frac{9}{28} \end{aligned}$$

Bµi 3. (4 ®iÓm mçi c©u 2 ®iÓm)

a) T×m x biÕt: $|2x + 3| = x + 2$

Ta cã: $x + 2 \geq 0 \Rightarrow x \geq -2$.

+ NÕu $x \geq -\frac{3}{2}$ th× $|2x + 3| = x + 2 \Rightarrow 2x + 3 = x + 2 \Rightarrow x = -1$ (Tho¶

m·n)

+ NÕu $-2 \leq x < -\frac{3}{2}$ Th× $|2x + 3| = x + 2 \Rightarrow -2x - 3 = x + 2 \Rightarrow x = -\frac{5}{3}$

(Tho¶ m·n)

+ NÕu $-2 > x$ Kh«ng cã gi, trÞ cña x tho¶ m·n

b) T×m gi, trÞ nhá nhÊt cña $A = |x - 2006| + |2007 - x|$ Khi x thay ®æi

+ NÕu $x < 2006$ th×: $A = -x + 2006 + 2007 - x = -2x + 4013$

Khi ®ã: $-x > -2006 \Rightarrow -2x + 4013 > -4012 + 4013 = 1 \Rightarrow A > 1$

+ NÕu $2006 \leq x \leq 2007$ th×: $A = x - 2006 + 2007 - x = 1$

+ NÕu $x > 2007$ th× $A = x - 2006 - 2007 + x = 2x - 4013$

Do $x > 2007 \Rightarrow 2x - 4013 > 4014 - 4013 = 1 \Rightarrow A > 1$.

Vÿ A ®t gi, trÞ nhá nhÊt lµ 1 khi $2006 \leq x \leq 2007$

Bµi 4. HiÕn nay hai kim ®ång hã chØ 10 giê. Sau Ýt nhÊt bao l©u th× 2 kim ®ång hã n»m ®òi diÕn nhau trªn mét ®êng th¼ng. (4 ®iÓm mçi)

Gãi x, y lµ sè vßng quay cña kim phót vµ kim giê khi 10giê ®Õn lúc 2 kim ®òi nhau trªn mét ®êng th¼ng, ta cã:

$$x - y = \frac{1}{3} \text{ (øng víi tã sè 12 ®Õn sè 4 trªn ®«ng hã)}$$

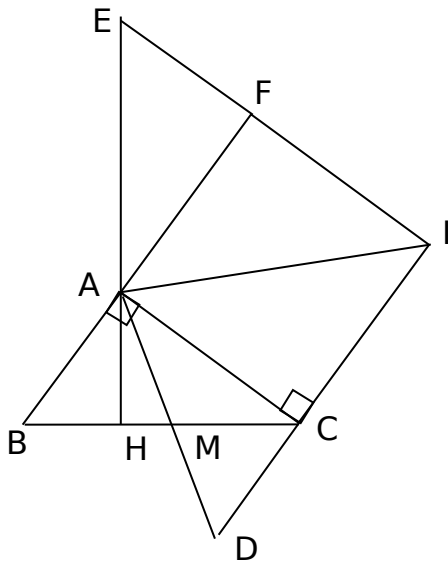
vµ $x : y = 12$ (Do kim phót quay nhanh gÊp 12 lÇn kim giê)

$$\text{Do ®ã: } \frac{x}{y} = \frac{12}{1} \Rightarrow \frac{x}{12} = \frac{y}{1} = \frac{x-y}{11} = \frac{1}{3} : 11 = \frac{1}{33}$$

$$\Rightarrow x = \frac{12}{33}(\text{vòng}) \Rightarrow x = \frac{4}{11}(\text{giê})$$

Vậy thời gian ít nhất có 2 kim đồng hồ chỉ khi 10 giờ 05 phút 40 giây là thời điểm hai kim đồng hồ gặp nhau trên mặt đồng hồ trong 1 giờ.

Bài 5. Cho tam giác vuông ABC ($\angle A = 90^\circ$), kẻ cao AH, trung tuyến AM. Trên tia MA lấy điểm D sao cho $DM = MA$. Trên tia CD lấy điểm I sao cho $CI = CA$, qua I vẽ đường thẳng song song với AC cắt đường thẳng AH tại E. Chứng minh: $AE = BC$ (4 điểm)



Đường thẳng AB cắt EI tại F

$$\triangle ABM = \triangle DCM \text{ vì:}$$

$$AM = DM \text{ (gt), } MB = MC \text{ (gt),}$$

$$\angle AMB = \angle DMC \text{ (đối đỉnh)} \Rightarrow \angle BAM = \angle CDM$$

$$\Rightarrow BF \parallel DI \Rightarrow DI \perp AC$$

$$\angle FAI = \angle CIA \text{ (so le trong)}$$

(1)

$$EI \parallel AC \text{ (gt)} \Rightarrow \angle FIA = \angle CAI \text{ (so le trong)} \quad (2)$$

$$\text{Tổ (1) và (2)} \Rightarrow \triangle CAI = \triangle FIA \text{ (AI chung)}$$

$$\Rightarrow IC = AC = AF$$

(3)

$$\angle EFA = 90^\circ$$

(4)

$$\text{Mặt khác } \angle EAF = \angle BAH \text{ (đối đỉnh),}$$

$$\angle BAH = \angle ACB \text{ (cùng phụ với } \angle ABC)$$

$$\Rightarrow \angle EAF = \angle ACB$$

(5)

$$\text{Tổ (3), (4) và (5)} \Rightarrow \triangle AFE = \triangle CAB$$

$$\Rightarrow AE = BC$$

§0 sè 2:

®Ò thi hãc sinh giãi huyÖn

M«n To¸n Líp 7

(Thêi gian lµm bµi 120 phót)

Bài 1:(4 điểm)

a) Thực hiện phép tính:

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$$

Chứng minh rằng : Với mọi số nguyên dương n thì :

$$3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n \text{ chia hết cho } 10$$

Bài 2:(4 điểm)

Tìm x biết:

$$\text{a. } \left| x - \frac{1}{3} \right| + \frac{4}{5} = \left| (-3, 2) + \frac{2}{5} \right|$$

$$\text{b. } (x - 7)^{x+1} - (x - 7)^{x+11} = 0$$

Bài 3: (4 điểm)

a) Số A được chia thành 3 số tỉ lệ theo $\frac{2}{5} : \frac{3}{4} : \frac{1}{6}$. Biết rằng tổng các bình phương của ba số đó bằng 24309. Tìm số A.

b) Cho $\frac{a}{c} = \frac{c}{b}$. Chứng minh rằng: $\frac{a^2 + c^2}{b^2 + c^2} = \frac{a}{b}$

Bài 4: (4 điểm)

Cho tam giác ABC, M là trung điểm của BC. Trên tia đối của của tia MA lấy điểm E sao cho ME = MA. Chứng minh rằng:

a) $AC = EB$ và $AC \parallel BE$

b) Gọi I là một điểm trên AC ; K là một điểm trên EB sao cho $AI = EK$. Chứng minh ba điểm I , M , K thẳng hàng

c) Từ E kẻ $EH \perp BC$ ($H \in BC$). Biết $\angle HBE = 50^\circ$; $\angle MEB = 25^\circ$.

Tính $\angle HEM$ và $\angle BME$

Bài 5: (4 điểm)

Cho tam giác ABC cân tại A có $\angle A = 20^\circ$, vẽ tam giác đều DBC (D nằm trong tam giác ABC). Tia phân giác của góc ABD cắt AC tại M. Chứng minh:

a) Tia AD là phân giác của góc BAC

b) $AM = BC$

..... Hết

S_p_n @ O 2 to_n 7

Bài 1:(4 điểm):

a) (2 điểm)

$$\begin{aligned} A &= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 2^3 \cdot 7^3} \\ &= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3 - 1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3 + 1)} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (1 - 7)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot (1 + 2^3)} \\ &= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot 2}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot 4} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (-6)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot 9} \\ &= \frac{1}{6} - \frac{-10}{3} = \frac{7}{2} \end{aligned}$$

b) (2 điểm)

$$\begin{aligned} 3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n &= 3^{n+2} + 3^n - 2^{n+2} - 2^n \\ &= 3^n(3^2 + 1) - 2^n(2^2 + 1) \\ &= 3^n \cdot 10 - 2^n \cdot 5 = 3^n \cdot 10 - 2^{n-1} \cdot 10 \\ &= 10(3^n - 2^{n-1}) \end{aligned}$$

Vậy $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n : 10$ với mọi n là số nguyên dương.

Bài 2:(4 điểm)

a) (2 điểm)

$$\left| x - \frac{1}{3} \right| + \frac{4}{5} = \left| (-3, 2) + \frac{2}{5} \right| \Leftrightarrow \left| x - \frac{1}{3} \right| + \frac{4}{5} = \left| \frac{-16}{5} + \frac{2}{5} \right|$$

$$\Leftrightarrow \left| x - \frac{1}{3} \right| + \frac{4}{5} = \frac{14}{5}$$

$$\Leftrightarrow \left| x - \frac{1}{3} \right| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{1}{3} = 2 \\ x - \frac{1}{3} = -2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + \frac{1}{3} = \frac{7}{3} \\ x = -2 + \frac{1}{3} = -\frac{5}{3} \end{cases}$$

b) (2 điểm)

$$(x-7)^{x+1} - (x-7)^{x+11} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-7)^{x+1} [1 - (x-7)^{10}] = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-7)^{(x+1)} [1 - (x-7)^{10}] = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-7)^{x+1} = 0 \\ 1 - (x-7)^{10} = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-7=0 \Rightarrow x=7 \\ (x-7)^{10}=1 \Rightarrow x=8 \end{cases}$$

Bài 3: (4 điểm)

a) (2,5 điểm)

Gọi a, b, c là ba số được chia ra từ số A.

$$\text{Theo đề bài ta có: } a : b : c = \frac{2}{5} : \frac{3}{4} : \frac{1}{6} \quad (1)$$

$$\text{và } a^2 + b^2 + c^2 = 24309 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1)} \Rightarrow \frac{a}{\frac{2}{5}} = \frac{b}{\frac{3}{4}} = \frac{c}{\frac{1}{6}} = k \Rightarrow a = \frac{2}{5}k; b = \frac{3}{4}k; c = \frac{1}{6}k$$

$$\text{Do đó (2)} \Leftrightarrow k^2 \left(\frac{4}{25} + \frac{9}{16} + \frac{1}{36} \right) = 24309$$

$\Rightarrow k = 180$ và $k = -180$

+ Với $k = 180$, ta được: $a = 72$; $b = 135$; $c = 30$.

Khi đó ta có số $A = a + b + c = 237$.

+ Với $k = -180$, ta được: $a = -72$; $b = -135$; $c = -30$

Khi đó ta có số $A = -72 + (-135) + (-30) = -237$.

b) (1,5 điểm)

Từ $\frac{a}{c} = \frac{c}{b}$ suy ra $c^2 = a.b$

$$\begin{aligned} \text{khi đó } \frac{a^2 + c^2}{b^2 + c^2} &= \frac{a^2 + a.b}{b^2 + a.b} \\ &= \frac{a(a+b)}{b(a+b)} = \frac{a}{b} \end{aligned}$$

Bài 4: (4 điểm)

a/ (1 điểm) Xét $\triangle AMC$ và $\triangle EMB$ có :

$AM = EM$ (gt)

$\angle AMC = \angle EMB$ (đối đỉnh)

$BM = MC$ (gt)

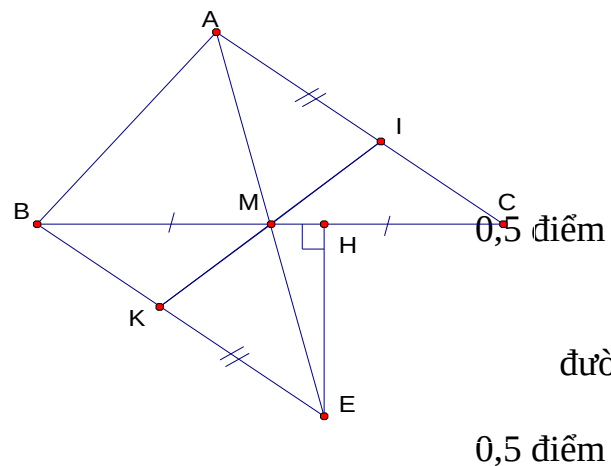
Nên : $\triangle AMC = \triangle EMB$ (c.g.c)

$\Rightarrow AC = EB$

Vì $\triangle AMC = \triangle EMB \Rightarrow \angle MAC = \angle MEB$

(2 góc có vị trí so le trong được tạo bởi đường thẳng AC và EB cắt đường thẳng AE)

Suy ra $AC \parallel BE$.



đường

0,5 điểm

b/ (1 điểm)

Xét $\triangle AMI$ và $\triangle EMK$ có :

$AM = EM$ (gt)

$\angle MAI = \angle MEK$ (vì $\triangle AMC = \triangle EMB$)

$AI = EK$ (gt)

Nên $\triangle AMI = \triangle EMK$ (c.g.c)

Suy ra $\angle AMI = \angle EMK$

Mà $\angle AMI + \angle HME = 180^\circ$ (tính chất hai góc kề bù)

$\Rightarrow \angle EMK + \angle HME = 180^\circ$

$\Rightarrow$ Ba điểm I; M; K thẳng hàng

c/ (1,5 điểm)

Trong tam giác vuông BHE ($\angle H = 90^\circ$) có $\angle HBE = 50^\circ$

$\Rightarrow \angle HBE = 90^\circ - \angle HBE = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$

$\Rightarrow \angle HEM = \angle HEB - \angle MEB = 40^\circ - 25^\circ = 15^\circ$
 $\angle BME$ là góc ngoài tại đỉnh M của $\triangle HEM$
 Nên $\angle BME = \angle HEM + \angle MHE = 15^\circ + 90^\circ = 105^\circ$
 (định lý góc ngoài của tam giác)

Bài 5: (4 điểm)

a) Chứng minh $\triangle ADB = \triangle ADC$ (c.c.c)

suy ra $\angle DAB = \angle DAC$

Do đó $\angle DAB = 20^\circ : 2 = 10^\circ$

b) $\triangle ABC$ cân tại A, mà $\angle A = 20^\circ$ (gt) nên

$\angle ABC = (180^\circ - 20^\circ) : 2 = 80^\circ$

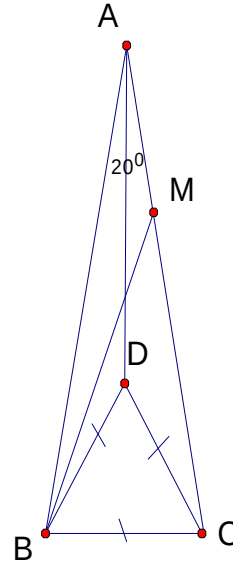
$\triangle ABC$ đều nên $\angle BAC = 60^\circ$

Tia BD nằm giữa hai tia BA và BC suy ra

$\angle ABD = 80^\circ - 60^\circ = 20^\circ$.

Tia BM là phân giác của góc ABD

nên $\angle ABM = 10^\circ$



Xét tam giác ABM và BAD có:

AB cạnh chung ; $\angle BAM = \angle BAD = 20^\circ$; $\angle ABM = \angle DAB = 10^\circ$

Vậy: $\triangle ABM = \triangle BAD$ (g.c.g)

suy ra $AM = BD$, mà $BD = BC$ (gt) nên $AM = BC$

§0 sè 3:

Ò thi hăc sinh giái

M«n To¸n Líp 7

(Thêi gian lưm bưi 120 phót)

C©u 1: T¸m tÊt c¸ c sè nguyªn a biÕt $|a| \leq 4$

C©u 2: T¸m ph©n sè c¸ t¸ lư 7 biÕt n¸ lín h¸n $-\frac{9}{10}$ vµ nh¸ h¸n $-\frac{9}{11}$

C©u 3. Cho 2 ¸a thøc

$$P(x) = x^2 + 2mx + m^2 \text{ vµ}$$

$$Q(x) = x^2 + (2m+1)x + m^2$$

T¸m m biÕt $P(1) = Q(-1)$

C©u 4: T¸m c¸ c ¸p sè (x; y) biÕt:

$$a/ \frac{x}{3} = \frac{y}{7}; xy=84$$

$$b/ \frac{1+3y}{12} = \frac{1+5y}{5x} = \frac{1+7y}{4x}$$

C©u 5: T¸m gi¸ trÞ nh¸ nhÊt hoÆc lín nhÊt c¸ c biÓu thøc sau :

$$A = |x+1| + 5$$

$$B = \frac{x^2+15}{x^2+3}$$

Câu 6: Cho tam giác ABC cân ở C và $\angle C < 90^\circ$. Vẽ ra phía ngoài tam giác hai đường thẳng AD vuông góc với AB; AE vuông góc với AC.

a. Chứng minh: $DC = BE$ và $DC \perp BE$

b. Gọi N là trung điểm của DE. Trên tia AN lấy M sao cho $NA = NM$. Chứng minh: $AB = MA$ và $\angle AC = \angle EMA$

c. Chứng minh: $MA \perp BC$

§ 3 toán 7

Câu 1: Tìm tất cả các số nguyên a biết $|a| \leq 4$

$$0 \leq |a| \leq 4$$

$$\Rightarrow |a| = 0; 1; 2; 3; 4$$

$$* |a| = 0 \Rightarrow a = 0$$

$$* |a| = 1 \Rightarrow a = 1 \text{ hoặc } a = -1$$

$$* |a| = 2 \Rightarrow a = 2 \text{ hoặc } a = -2$$

$$* |a| = 3 \Rightarrow a = 3 \text{ hoặc } a = -3$$

$$* |a| = 4 \Rightarrow a = 4 \text{ hoặc } a = -4$$

Câu 2: Tìm phân số cả tử và mẫu 7 biết nhỏ hơn $-\frac{9}{10}$ và nhỏ hơn $-\frac{9}{11}$

Gọi phân số cần tìm là x

Ta có:

$$\frac{-9}{10} < \frac{7}{x} < \frac{-9}{11} \Rightarrow \frac{63}{-70} < \frac{63}{9x} < \frac{63}{-77} \Rightarrow -77 < 9x < -70. \forall x \in \mathbb{Z} \Rightarrow 9x = -72$$

$$\Rightarrow x = -8$$

Vậy phân số cần tìm là $-\frac{7}{8}$

Câu 3. Cho 2 đa thức

$$P(x) = x^2 + 2mx + m^2 \text{ và}$$

$$Q(x) = x^2 + (2m+1)x + m^2$$

Tìm m biết $P(1) = Q(-1)$

$$P(1) = 1^2 + 2m \cdot 1 + m^2$$

$$= m^2 + 2m + 1$$

$$Q(-1) = 1 - 2m - 1 + m^2$$

$$= m^2 - 2m$$

§Ó $P(1) = Q(-1)$ thì $m^2 + 2m + 1 = m^2 - 2m \Leftrightarrow 4m = -1 \Leftrightarrow m = -1/4$

C©u 4: Tìm các cặp số $(x; y)$ biết:

a/ $\frac{x}{3} = \frac{y}{7}; xy = 84 \Rightarrow \frac{x^2}{9} = \frac{y^2}{49} = \frac{xy}{3 \cdot 7} = \frac{84}{21} = 4$

$\Rightarrow x^2 = 4 \cdot 9 = 36 \Rightarrow x = \pm 6$

$\Rightarrow y^2 = 4 \cdot 7 = 28 \Rightarrow y = \pm 2\sqrt{7}$

Do x, y cùng dấu nên:

- $x = 6; y = 14$
- $x = -6; y = -14$

b/ $\frac{1+3y}{12} = \frac{1+5y}{5x} = \frac{1+7y}{4x}$

Để đồng thời chét đ·y tØ sẽ bằng nhau ta cã:

$$\frac{1+3y}{12} = \frac{1+5y}{5x} = \frac{1+7y}{4x} = \frac{1+7y-1-5y}{4x-5x} = \frac{2y}{-x} = \frac{1+5y-1-3y}{5x-12} = \frac{2y}{5x-12}$$

$\Rightarrow \frac{2y}{-x} = \frac{2y}{5x-12}$

$\Rightarrow -x = 5x - 12$

$\Rightarrow x = 2$. Thay $x = 2$ vào trên ta Òi:

$\frac{1+3y}{12} = \frac{2y}{-2} = -y$

$\Rightarrow 1 + 3y = -12y$

$\Rightarrow 1 = -15y$

$\Rightarrow y = \frac{-1}{15}$

Vậy $x = 2, y = \frac{-1}{15}$ tho¶ m·n Òi b¶i

C©u 5: Tìm giá trị nhỏ nhất hoặc lớn nhất của các biểu thức sau :

- $A = |x+1| + 5$

Ta cã : $|x+1| \geq 0$. Đều = x¶y ra $\Leftrightarrow x = -1$.

$\Rightarrow A \geq 5$.

Đều = x¶y ra $\Leftrightarrow x = -1$.

Vậy: Min $A = 5 \Leftrightarrow x = -1$.

- $B = \frac{x^2+15}{x^2+3} = \frac{(x^2+3)+12}{x^2+3} = 1 + \frac{12}{x^2+3}$

Ta cã: $x^2 \geq 0$. DÊu = x y ra $\Leftrightarrow x = 0$

$\Rightarrow x^2 + 3 \geq 3$ (2 vÕ d-ng)

$$\Rightarrow \frac{12}{x^2+3} \leq \frac{12}{3} \Rightarrow \frac{12}{x^2+3} \leq 4 \Rightarrow 1 + \frac{12}{x^2+3} \leq 1 + 4$$

$$\Rightarrow B \leq 5$$

DÊu = x y ra $\Leftrightarrow x = 0$

VËy : Max B = 5 $\Leftrightarrow x = 0$.

C©u 6:

a/ XĐt $\triangle ADC$ v $\triangle BAF$ ta cã:

$$DA = BA(gt)$$

$$AE = AC(gt)$$

$$\widehat{DAC} = \widehat{BAE} \text{ (cïng b»ng } 90^\circ + \widehat{BAC})$$

$$\Rightarrow \triangle DAC \triangle BAE(c.g.c)$$

$$\Rightarrow DC = BE$$

XĐt $\triangle AIE$ v $\triangle TIC$

$$\widehat{I_1} = \widehat{I_2} \text{ (® ®)}$$

$$\widehat{E_1} = \widehat{C_1} \text{ (do } \triangle DAC = \triangle BAE)$$

$$\Rightarrow \widehat{EAI} = \widehat{CTI}$$

$$\Rightarrow \widehat{CTI} = 90^\circ \Rightarrow DC \perp BE$$

b/ Ta cã: $\triangle MNE \triangle AND$ (c.g.c)

$$\Rightarrow \widehat{D_1} = \widehat{MEN}, AD = ME$$

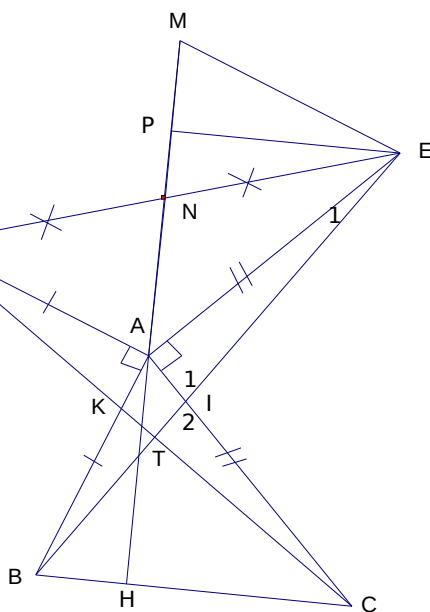
$$m\mu AD = AB \text{ (gt)}$$

$$\Rightarrow AB = ME \text{ (® pcm) (1)}$$

$$V\widehat{x} \widehat{D_1} = \widehat{MEN} \Rightarrow DA // ME \Rightarrow \widehat{DAE} + \widehat{AEM} = 180^\circ \text{ (trong cïng phÝa)}$$

$$m\mu \widehat{BAC} + \widehat{DAE} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{BAC} = \widehat{AEM} \text{ (2)}$$



Ta lĩi cũ: $AC = AE$ (gt) (3). Tũ (1),(2) vµ (3) $\Rightarrow ABC = EMA$
(®pcm)

c/ KĐo dµi MA cũt BC tĩ H . Tũ E hĩ $EP \perp MH$

XĐt $\triangle AHC$ v $\triangle EPA$ cũ:

$\widehat{CAH} = \widehat{AEP}$ (do cũng phĩ vĩ $gPAE$)

$AE = CA$ (gt)

$\widehat{PAE} = \widehat{HCA}$ (do $\triangle ABC = \triangle EMA$ cũ b)

$\Rightarrow \triangle AHC \cong \triangle EPA$

$\Rightarrow \widehat{EPA} = \widehat{AHC}$

$\Rightarrow \widehat{AHC} = 90^\circ$

$\Rightarrow MA \perp BC$ (®pcm)

§Ồ sè 4:

®Ồ thi hũc sinh giũ

(Thĩi gian lµm bµi 120 phĩt)

C©u 1 (2 ®ĩĩm)

Thũc hiĩn phĐp tĩnh :

$$a- \left[6 \cdot \left(-\frac{1}{3} \right)^2 - 3 \cdot \left(-\frac{1}{3} \right) + 1 \right] : \left(-\frac{1}{3} - 1 \right)$$

$$b- \frac{\left(\frac{2}{3} \right)^3 \cdot \left(-\frac{3}{4} \right)^2 \cdot (-1)^{2003}}{\left(\frac{2}{5} \right)^2 \cdot \left(-\frac{5}{12} \right)^3}$$

C©u 2 (2 ®ĩĩm)

a- Tĩm sè nguyĩn a ®ĩ $\frac{a^2 + a + 3}{a + 1}$ lµ sè nguyĩn

b- Tĩm sè nguyĩn x, y sao cho $x - 2xy + y = 0$

C©u 3 (2 ®ĩĩm)

a- Chũng minh rĩng nũu $a + c = 2b$ vµ $2bd = c(b + d)$ thĩ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$
vĩ $b, d \neq 0$

b- CÇn bao nhiêu sè h¹ng cña tæng $S = 1+2+3+\dots$ ®Ó ®îc mét sè cả ba ch÷ sè giềng nhau .

C©u 4 (3 ®iÓm)

Cho tam gi¸c ABC c¸ g¸c B b»ng 45° , g¸c C b»ng 120° . Trªn tia ®¹i cña tia CB lªy ®iÓm D sao cho $CD = 2CB$. TÝnh g¸c ADE

C©u 5 (1®iÓm)

Txm mãi sè nguyªn t¸ tho¶ m·n : $x^2 - 2y^2 = 1$

§.p .n ®Ò 4

C©u	Híng d¸n ch¸m	§iÓm										
1.a	Thùc hiÖn theo tång bíc ®óng kt qu¶ -2 cho ®iÓm t¸i ®a	1§iÓm										
1.b	Thùc hiÖn theo tång bíc ®óng kt qu¶ 14,4 cho ®iÓm t¸i ®a	1§iÓm										
2.a	Ta c¸ : $\frac{a^2+a+3}{a+1} = \frac{a(a+1)+3}{a+1} = a + \frac{3}{a+1}$ v× a lµ sè nguyªn nªn $\frac{a^2+a+3}{a+1}$ lµ sè nguyªn khi $\frac{3}{a+1}$ lµ sè nguyªn hay a+1 lµ íc cña 3 do ®ã ta c¸ b¶ng sau : <table><tr><td>a+1</td><td>-3</td><td>-1</td><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>a</td><td>-4</td><td>-2</td><td>0</td><td>2</td></tr></table> V¸y víi $a \in \{-4, -2, 0, 2\}$ th× $\frac{a^2+a+3}{a+1}$ lµ sè nguyªn	a+1	-3	-1	1	3	a	-4	-2	0	2	0,25 0,25 0,25 0,25
a+1	-3	-1	1	3								
a	-4	-2	0	2								
2.b	T : x-2xy+y=0											

	$CDH = 30^\circ$ $Nên CH = \frac{CD}{2} \Rightarrow CH = BC$ Tam giác BCH cân tại C $\Rightarrow CBH = 30^\circ \Rightarrow ABH = 15^\circ$ Mà $BAH = 15^\circ$ nên tam giác AHB cân tại H Do đó tam giác AHD vuông cân tại H Vậy $ADB = 45^\circ + 30^\circ = 75^\circ$	0,5 1,0 1,0
5	Tổng: $x^2 - 2y^2 = 1$ suy ra $x^2 - 1 = 2y^2$ Nếu x chia hết cho 3 và x nguyên thì nên $x = 3$ lúc đó $y = 2$ nguyên thì thỏa mãn Nếu x không chia hết cho 3 thì $x^2 - 1$ chia hết cho 3 do đó $2y^2$ chia hết cho 3 Mà $(2;3)=1$ nên y chia hết cho 3 khi $x^2 = 19$ không thỏa mãn Vậy cặp số (x,y) duy nhất thỏa mãn điều kiện là (3,2)	0,25 0,25 0,25 0,25

ĐỀ SỐ 51:

ĐỀ thi học sinh giỏi

(Thời gian làm bài 120 phút)

Bài 1: (3 điểm): Tính

$$\left[18\frac{1}{6} - (0,06 : 7\frac{1}{2} + 3\frac{2}{5} \cdot 0,38) \right] : \left(19 - 2\frac{2}{3} \cdot 4\frac{3}{4} \right)$$

Bài 2: (4 điểm): Cho $\frac{a}{c} = \frac{c}{b}$ chứng minh rằng:

a) $\frac{a^2 + c^2}{b^2 + c^2} = \frac{a}{b}$ b) $\frac{b^2 - a^2}{a^2 + c^2} = \frac{b - a}{a}$

Bài 3: (4 điểm) Tìm x biết:

a) $\left| x + \frac{1}{5} \right| - 4 = -2$ b) $-\frac{15}{12}x + \frac{3}{7} = \frac{6}{5}x - \frac{1}{2}$

Bài 4: (3 điểm) Một vật chuyển động trên các cạnh hình vuông. Trên hai cạnh đầu vật chuyển động với vận tốc 5m/s, trên cạnh thứ ba với vận tốc 4m/s, trên cạnh thứ tư với vận tốc 3m/s. Hỏi độ dài cạnh hình vuông biết rằng tổng thời gian vật chuyển động trên bốn cạnh là 59 giây

Bài 5: (4 điểm) Cho tam giác ABC cân tại A có $\angle A = 20^\circ$, vẽ tam giác đều DBC (D nằm trong tam giác ABC). Tia phân giác của góc ABD cắt AC tại M. Chứng minh:

- c) Tia AD là phân giác của góc BAC
d) $AM = BC$

Bài 6: (2 điểm): Tìm $x, y \in \mathbb{N}$ biết: $25 - y^2 = 8(x - 2009)^2$

ĐÁP ÁN ĐỀ THI

Bài 1: 3 điểm

$$\begin{aligned} & \left[18\frac{1}{6} - (0,06 : 7\frac{1}{2} + 3\frac{2}{5} \cdot 0,38) \right] : \left(19 - 2\frac{2}{3} \cdot 4\frac{3}{4} \right) = \\ & = \left[\frac{109}{6} - \left(\frac{6}{100} : \frac{15}{2} + \frac{17}{5} \cdot \frac{38}{100} \right) \right] : \left(19 - \frac{8}{3} \cdot \frac{19}{4} \right) \quad 0.5đ \\ & = \left[\frac{109}{6} - \left(\frac{3}{50} \cdot \frac{2}{15} + \frac{17}{5} \cdot \frac{19}{50} \right) \right] : \left(19 - \frac{38}{3} \right) \quad 1đ \\ & = \left[\frac{109}{6} - \left(\frac{2}{250} + \frac{323}{250} \right) \right] : \frac{19}{3} \quad 0.5 \\ & = \left(\frac{109}{6} - \frac{13}{10} \right) \cdot \frac{3}{19} \quad 0.5đ \\ & = \frac{506}{30} \cdot \frac{3}{19} = \frac{253}{95} \quad 0.5đ \end{aligned}$$

Bài 2:

a) Từ $\frac{a}{c} = \frac{c}{b}$ suy ra $c^2 = a.b$ 0.5đ

khi đó $\frac{a^2 + c^2}{b^2 + c^2} = \frac{a^2 + a.b}{b^2 + a.b}$ 0.5đ

$= \frac{a(a+b)}{b(a+b)} = \frac{a}{b}$ 0.5đ

b) Theo câu a) ta có: $\frac{a^2 + c^2}{b^2 + c^2} = \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{b^2 + c^2}{a^2 + c^2} = \frac{b}{a}$ 0.5đ

từ $\frac{b^2 + c^2}{a^2 + c^2} = \frac{b}{a} \Rightarrow \frac{b^2 + c^2}{a^2 + c^2} - 1 = \frac{b}{a} - 1$ 1đ

hay $\frac{b^2 + c^2 - a^2 - c^2}{a^2 + c^2} = \frac{b - a}{a}$ 0.5đ

vậy $\frac{b^2 - a^2}{a^2 + c^2} = \frac{b - a}{a}$ 0.5đ

Bài 3:

a) $\left| x + \frac{1}{5} \right| - 4 = -2$

$\left| x + \frac{1}{5} \right| = -2 + 4$ 0.5đ

$\left| x + \frac{1}{5} \right| = 2 \Rightarrow x + \frac{1}{5} = 2$ hoặc $x + \frac{1}{5} = -2$ 1đ

Với $x + \frac{1}{5} = 2 \Rightarrow x = 2 - \frac{1}{5}$ hay $x = \frac{9}{5}$ 0.25đ

Với $x + \frac{1}{5} = -2 \Rightarrow x = -2 - \frac{1}{5}$ hay $x = -\frac{11}{5}$ 0.25đ

b)

$-\frac{15}{12}x + \frac{3}{7} = \frac{6}{5}x - \frac{1}{2}$

$\frac{6}{5}x + \frac{5}{4}x = \frac{3}{7} + \frac{1}{2}$ 0.5đ

$(\frac{6}{5} + \frac{5}{4})x = \frac{13}{14}$ 0.5đ

$\frac{49}{20}x = \frac{13}{14}$ 0.5đ

$x = \frac{130}{343}$ 0.5đ

Bài 4:

Cùng một đoạn đường, vận tốc và thời gian là hai đại lượng tỉ lệ nghịch 0.5đ

Gọi x, y, z là thời gian chuyển động lần lượt với các vận tốc 5m/s ; 4m/s ; 3m/s

Ta có: $5.x = 4.y = 3.z$ và $x + x + y + z = 59$ 1đ

hay: $\frac{x}{5} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3} = \frac{x+x+y+z}{5+4+3} = \frac{59}{12}$ 0.5đ

Do đó:

$x = 59 \cdot \frac{1}{12} = 4.9167$; $x = 59 \cdot \frac{1}{12} = 4.9167$; $x = 59 \cdot \frac{1}{12} = 4.9167$ 0.5đ

Vận cạnh hình vuông là: $5.12 = 60$ (m) 0.5đ

Bài 5:

-Vẽ hình, ghi GT, KL đúng 0.5đ

a) Chứng minh $\triangle ADB = \triangle ADC$ (c.c.c) 1đ

suy ra $\angle BAC = \angle DAC$

Do đó $\angle BAC = 20^\circ : 2 = 10^\circ$

b) $\triangle ABC$ cân tại A, mà $\angle A = 20^\circ$ (gt) nên

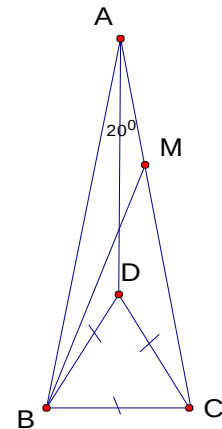
$\angle ABC = (180^\circ - 20^\circ) : 2 = 80^\circ$

$\triangle ABC$ đều nên $\angle BAC = 60^\circ$

Tia BD nằm giữa hai tia BA và BC suy ra

$\angle ABD = 80^\circ - 60^\circ = 20^\circ$. Tia BM là phân giác của góc ABD

nên $\angle ABM = 10^\circ$



Xét tam giác ABM và BAD có:

AB cạnh chung ; $\angle BAM = \angle BAD = 20^\circ$; $\angle ABM = \angle ABD = 10^\circ$

Vậy: $\triangle ABM = \triangle BAD$ (g.c.g) suy ra $AM = BD$, mà $BD = BC$ (gt) nên $AM = BC$

Bài 6:

$25 - y^2 = 8(x - 2009)^2$

Ta có $8(x-2009)^2 = 25 - y^2$

$8(x-2009)^2 + y^2 = 25$ (*) 0.5đ

Vì $y^2 \geq 0$ nên $(x-2009)^2 \leq \frac{25}{8}$, suy ra $(x-2009)^2 = 0$ hoặc $(x-2009)^2 = 1$ 0.5đ

Với $(x-2009)^2 = 1$ thay vào (*) ta có $y^2 = 17$ (loại)

Với $(x-2009)^2 = 0$ thay vào (*) ta có $y^2 = 25$ suy ra $y = 5$ (do $y \in \mathbb{N}$) 0.5đ

Từ đó tìm được $(x=2009; y=5)$ 0.5đ

§Ò sè 52:

®Ồ thi hãc sinh giã

(Thêi gian lụm bụì 120 phót)

Bụì 1. Týnh $\frac{1}{1.6} + \frac{1}{6.11} + \frac{1}{11.16} + \dots + \frac{1}{96.101}$

Bụì 2. Tým gi, trậ nguyêñ d-ng cĩa x vậ y, sao cho: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5}$

Bụì 3. Tým hai sè d-ng biỐt: tặng, hiỐu vậ tých cĩa chóng tũ lỐ nghậch vớ c, c sè 20, 140 vậ 7

Bụì 4. Tým x, y tho¶ m·n: $|x - 1| + |x - 2| + |y - 3| + |x - 4| = 3$

Bụì 5. Cho tam gi, c ABC cĩa gặ ABC = 50° ; gặ BAC = 70° . Ph©n gi, c trong gặ ACB c³/4t AB t³i M. Trậ MC lỂy ®iỐm N sao cho gặ MBN = 40°. Chặng minh: BN = MC.

§Ồ sè 52:

®Ồ thi hãc sinh giã

(Thêi gian lụm bụì 120 phót)

Bài 1:(4 điểm)

a) Thực hiệñ phéps tính:

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$$

Chứng minh rằg : Vớì mội sữ nguyêñ dươg n thì :
 $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n$ chia hết cho 10

Bài 2:(4 điểm)

Tìm x biếť:

a. $\left| x - \frac{1}{3} \right| + \frac{4}{5} = \left| (-3, 2) + \frac{2}{5} \right|$

b. $(x - 7)^{x+1} - (x - 7)^{x+11} = 0$

Bài 3: (4 điểm)

c) Sữ A được chia thành 3 sữ tỉ lệ theo $\frac{2}{5} : \frac{3}{4} : \frac{1}{6}$. Biếť rằg tồg các bình phươg của ba sữ đó bằng 24309. Tìm sữ A.

d) Cho $\frac{a}{c} = \frac{c}{b}$. Chứng minh rằg: $\frac{a^2 + c^2}{b^2 + c^2} = \frac{a}{b}$

Bài 4: (4 điểm)

Cho tam giác ABC, M là trung điểm của BC. Trên tia đối của tia MA lấy điểm E sao cho ME = MA. Chứng minh rằng:

a) $AC = EB$ và $AC \parallel BE$

b) Gọi I là một điểm trên AC ; K là một điểm trên EB sao cho $AI = EK$. Chứng minh ba điểm I , M , K thẳng hàng

c) Từ E kẻ $EH \perp BC$ ($H \in BC$). Biết $\angle HBE = 50^\circ$; $\angle MEB = 25^\circ$.

Tính $\angle HEM$ và $\angle BME$

Bài 5: (4 điểm)

Cho tam giác ABC cân tại A có $\angle A = 20^\circ$, vẽ tam giác đều DBC (D nằm trong tam giác ABC). Tia phân giác của góc ABD cắt AC tại M. Chứng minh:

e) Tia AD là phân giác của góc BAC

f) $AM = BC$

..... Hết

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN 7

Bài 1:(4 điểm):

Đáp án	Thang điểm
a) (2 điểm)	
$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 2^3 \cdot 7^3}$	0,5 điểm
$= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3 - 1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3 + 1)} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (1 - 7)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot (1 + 2^3)}$	0,5 điểm
$= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot 2}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot 4} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (-6)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot 9}$	0,5 điểm
$= \frac{1}{6} - \frac{-10}{3} = \frac{7}{2}$	0,5 điểm
b) (2 điểm)	
$3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n$ - Với mọi số nguyên dương n ta có:	
$3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n = 3^{n+2} + 3^n - 2^{n+2} - 2^n$	
$= 3^n(3^2 + 1) - 2^n(2^2 + 1)$	0,5 điểm
$= 3^n \cdot 10 - 2^n \cdot 5 = 3^n \cdot 10 - 2^{n-1} \cdot 10$	1 điểm
$= 10(3^n - 2^n)$	
Vậy $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n : 10$ với mọi n là số nguyên dương.	0,5 điểm

Bài 2:(4 điểm)

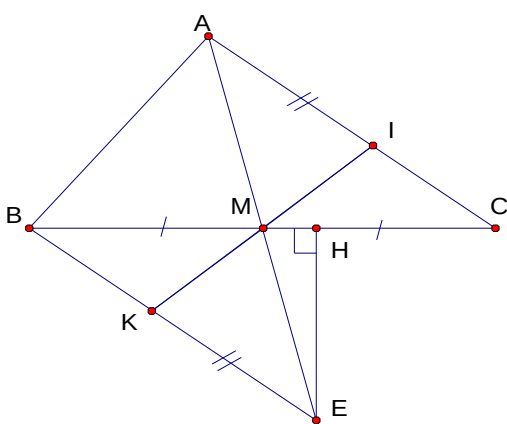
Đáp án	Thang điểm
a) (2 điểm)	
$\left x - \frac{1}{3} \right + \frac{4}{5} = \left (-3, 2) + \frac{2}{5} \right \Leftrightarrow \left x - \frac{1}{3} \right + \frac{4}{5} = \left \frac{-16}{5} + \frac{2}{5} \right $	0,5 điểm
$\Leftrightarrow \left x - \frac{1}{3} \right + \frac{4}{5} = \frac{14}{5}$	0,5 điểm
$\Leftrightarrow \left x - \frac{1}{3} \right = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{1}{3} = 2 \\ x - \frac{1}{3} = -2 \end{cases}$	0,5 điểm
$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + \frac{1}{3} = \frac{7}{3} \\ x = 2 + \frac{1}{3} = -\frac{5}{3} \end{cases}$	0,5 điểm

b) (2 điểm) $(x - 7)^{x+1} - (x - 7)^{x+1} = 0$ $\Leftrightarrow (x - 7)^{x+1} [1 - (x - 7)^{10}] = 0$ $\Leftrightarrow (x - 7)^{(x+1)} [1 - (x - 7)^{10}] = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} (x - 7)^{x+1} = 0 \\ 1 - (x - 7)^{10} = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x - 7 = 0 \Rightarrow x = 7 \\ (x - 7)^{10} = 1 \Rightarrow x = 8 \end{cases}$	0,5 điểm 0,5 điểm 0,5 điểm 0,5 điểm
--	---

Bài 3: (4 điểm)

Đáp án	Thang điểm
a) (2,5 điểm) Gọi a, b, c là ba số được chia ra từ số A. Theo đề bài ta có: $a : b : c = \frac{2}{5} : \frac{3}{4} : \frac{1}{6}$ (1) và $a^2 + b^2 + c^2 = 24309$ (2) Từ (1) $\Rightarrow \frac{a}{\frac{2}{5}} = \frac{b}{\frac{3}{4}} = \frac{c}{\frac{1}{6}} = k \Rightarrow a = \frac{2}{5}k; b = \frac{3}{4}k; c = \frac{k}{6}$ Do đó (2) $\Leftrightarrow k^2(\frac{4}{25} + \frac{9}{16} + \frac{1}{36}) = 24309$ $\Rightarrow k = 180$ và $k = -180$ + Với $k = 180$, ta được: $a = 72; b = 135; c = 30$. Khi đó ta có số $A = a + b + c = 237$. + Với $k = -180$, ta được: $a = -72; b = -135; c = -30$ Khi đó ta có số $A = -72 + (-135) + (-30) = -237$.	0,5 điểm 0,5 điểm 0,5 điểm 0,5 điểm 0,5 điểm
b) (1,5 điểm) Từ $\frac{a}{c} = \frac{c}{b}$ suy ra $c^2 = a.b$ khi đó $\frac{a^2 + c^2}{b^2 + c^2} = \frac{a^2 + a.b}{b^2 + a.b}$ $= \frac{a(a+b)}{b(a+b)} = \frac{a}{b}$	0,5 điểm 0,5 điểm 0,5 điểm

Bài 4: (4 điểm)

Đáp án	Thang điểm
Vẽ hình 	0,5 điểm

a/ (1điểm) Xét $\triangle AMC$ và $\triangle EMB$ có :

$$AM = EM \quad (\text{gt})$$

$$\angle AMC = \angle EMB \quad (\text{đối đỉnh})$$

$$BM = MC \quad (\text{gt})$$

$$\text{Nên : } \triangle AMC = \triangle EMB \quad (\text{c.g.c})$$

0,5 điểm

$$\Rightarrow AC = EB$$

$$\text{Vì } \triangle AMC = \triangle EMB \Rightarrow \angle MAC = \angle MEB$$

(2 góc có vị trí so le trong được tạo bởi đường thẳng AC và EB cắt đường thẳng AE)

Suy ra $AC \parallel BE$.

0,5 điểm

b/ (1 điểm)

Xét $\triangle AMI$ và $\triangle EMK$ có :

$$AM = EM \quad (\text{gt})$$

$$\angle MAI = \angle MEK \quad (\text{vì } \triangle AMC = \triangle EMB)$$

$$AI = EK \quad (\text{gt})$$

$$\text{Nên } \triangle AMI = \triangle EMK \quad (\text{c.g.c})$$

0,5 điểm Suy ra

$$\angle AMI = \angle EMK$$

$$\text{Mà } \angle AMI + \angle HME = 180^\circ \quad (\text{tính chất hai góc kề bù})$$

$$\Rightarrow \angle EMK + \angle HME = 180^\circ$$

$\Rightarrow$ Ba điểm I;M;K thẳng hàng

0,5 điểm

c/ (1,5 điểm)

Trong tam giác vuông BHE ($\angle H = 90^\circ$) có $\angle HBE = 50^\circ$

$$\Rightarrow \angle HBE = 90^\circ - \angle HBE = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$$

0,5 điểm

$$\Rightarrow \angle HEM = \angle HEB - \angle MEB = 40^\circ - 25^\circ = 15^\circ$$

0,5 điểm

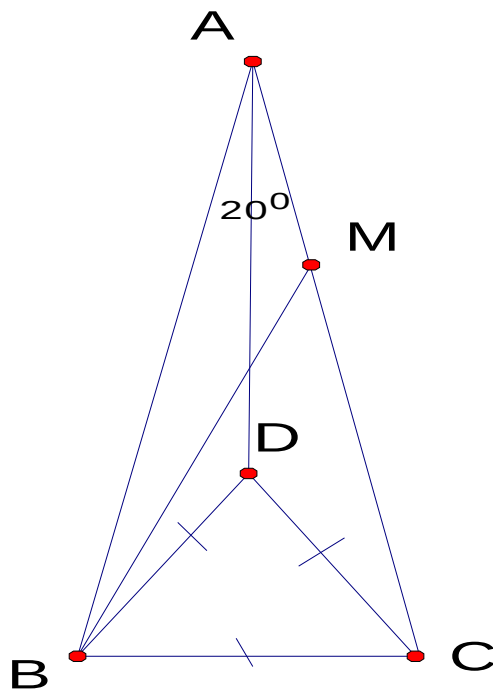
$\angle BME$ là góc ngoài tại đỉnh M của $\triangle HEM$

$$\text{Nên } \angle BME = \angle HEM + \angle MHE = 15^\circ + 90^\circ = 105^\circ$$

(định lý góc ngoài của tam giác)

0,5 điểm

Bài 5: (4 điểm)



-Vẽ hình

a) Chứng minh $\triangle ADB = \triangle ADC$ (c.c.c)

1 điểm

suy ra $\angle DAB = \angle DAC$

0,5 điểm

Do đó $\angle DAB = 20^\circ : 2 = 10^\circ$

0,5 điểm

b) $\triangle ABC$ cân tại A, mà $\angle A = 20^\circ$ (gt) nên $\angle ABC = (180^\circ - 20^\circ) : 2 = 80^\circ$

$\triangle ABC$ đều nên $\angle BAC = 60^\circ$

0,5 điểm

Tia BD nằm giữa hai tia BA và BC suy ra $\angle ABD = 80^\circ - 60^\circ = 20^\circ$.

Tia BM là phân giác của góc ABD

nên $\angle ABM = 10^\circ$

0,5 điểm

Xét tam giác ABM và BAD có:

AB cạnh chung ; $\angle BAM = \angle ABD = 20^\circ$; $\angle ABM = \angle DAB = 10^\circ$

Vậy: $\triangle ABM = \triangle BAD$ (g.c.g)

suy ra $AM = BD$, mà $BD = BC$ (gt) nên $AM = BC$

0,5 điểm

Lưu ý: Nếu học sinh làm theo cách khác đúng vẫn đạt điểm tối đa.

§Ồ sỀ 53:

Ồ thi hắc sinh giái

(Thêi gian lụm bụi 120 phót)

C©u 1 (2 ỒiỐm)

Thùc hiỐn phĐp tÝnh :

a. $\left[6 \cdot \left(-\frac{1}{3} \right)^2 - 3 \cdot \left(-\frac{1}{3} \right) + 1 \right] : \left(-\frac{1}{3} - 1 \right)$

b.
$$\frac{\left(\frac{2}{3} \right)^3 \cdot \left(-\frac{3}{4} \right)^2 \cdot (-1)^{2003}}{\left(\frac{2}{5} \right)^2 \cdot \left(-\frac{5}{12} \right)^3}$$

C©u 2 (2 ỒiỐm)

a. T×m sề nguy^n a Ồó $\frac{a^2 + a + 3}{a + 1}$ lụ sề nguy^n

b. T×m sề nguy^n x, y sao cho $x - 2xy + y = 0$

C©u 3 (2 ỒiỐm)

a. Chøng minh r»ng nỐu $a + c = 2b$ vµ $2bd = c(b + d)$ th× $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$
với b, d kh, c 0

b. CÇn bao nhiâu sề h¹ng cña tæng $S = 1 + 2 + 3 + \dots$ Ồó Ồíc mét
sề cã ba ch÷

sề giềng nhau .

C©u 4 (3 ỒiỐm)

Cho tam gi, c ABC cã gắc B b»ng 45° , gắc C b»ng 120° . Tr^n tia
Ồèi cña tia CB lỀy ỒiỐm D sao cho $CD = 2CB$. TÝnh gắc ADE

C©u 5 (1ỒiỐm)

T×m mãi sề nguy^n tề tho¶ m·n : $x^2 - 2y^2 = 1$

§.p .n chÊm To,n 7

C © u	Híng dĕn chĕm	§iÓm										
1. a	Thùc hiĕn theo tĕng bíc ®óng kĕt qu¶ -2 cho ®iÓm tĕi ®a	1§iÓm										
1. b	Thùc hiĕn theo tĕng bíc ®óng kĕt qu¶ 14,4 cho ®iÓm tĕi ®a	1§iÓm										
2. a	Ta cã : $\frac{a^2+a+3}{a+1}=\frac{a(a+1)+3}{a+1}=a+\frac{3}{a+1}$ v× a lµ sĕ nguyĕn nĕn $\frac{a^2+a+3}{a+1}$ lµ sĕ nguyĕn khi $\frac{3}{a+1}$ lµ sĕ nguyĕn hay a+1 lµ íc cĕa 3 do ®ã ta cã b¶ng sau : <table><tr><td>a+1</td><td>-3</td><td>-1</td><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>a</td><td>-4</td><td>-2</td><td>0</td><td>2</td></tr></table> Vĕy víi $a\in\{-4,-2,0,2\}$ th× $\frac{a^2+a+3}{a+1}$ lµ sĕ nguyĕn	a+1	-3	-1	1	3	a	-4	-2	0	2	0,25 0,25 0,25 0,25
a+1	-3	-1	1	3								
a	-4	-2	0	2								
2. b	Tĕ : $x-2xy+y=0$ Hay $(1-2y)(2x-1)=-1$ V× x,y lµ c,c sĕ nguyĕn nĕn $(1-2y)$vµ $(2x-1)$ lµ c,c sĕ nguyĕn do ®ã ta cã c,c trĕng hĭp sau : $\begin{cases} 1-2y=1 \\ 2x-1=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases}$ HoÆc $\begin{cases} 1-2y=-1 \\ 2x-1=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$ Vĕy cã 2 cÆp sĕ x, y nh trĕn tho¶ m·n ®iĕu kiĕn ®Çu b¶i	0,25 0,25 0,25 0,25										
3. a	V× $a+c=2b$ nĕn tĕ $2bd=c(b+d)$ Ta cã: $(a+c)d=c(b+d)$ Hay $ad=bc$ Suy ra $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ (§PCM)	0,5 0,5										
3. b	Gi¶ sĕ sĕ cã 3 ch÷ sĕ lµ $\overline{aaa}=111.a$ (a lµ ch÷ sĕ kh,c 0) Gãi sĕ sĕ hĭng cĕa tĕng lµ n , ta cã : $\frac{n(n+1)}{2}=111a=3.37.a$ Hay $n(n+1)=2.3.37.a$	0,25										

