**ĐỀ THI GIAO LƯU OLYMPIC 6, 7, 8 CẤP TRƯỜNG**

**NĂM HỌC 2022-2023**

**Môn: Toán 8**

*Thời gian: 120 phút (không kể thời gian giao đề)*

**Câu 1: *(3 điểm)*** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử

a ) A = x2 – x – 6

b) B = x3 – 5x2 + 8x – 4

**Câu 2: *(3 điểm).***

1. Chứng minh tích của 4 số tự nhiên liên tiếp cộng 1 luôn là số chính phương.
2. Giải phương trình: 

**Câu 3: *(5 điểm).***

a. Chứng minh bất đẳng thức :  , với a, b là các số dương.

Áp dụng tìm giá trị nhỏ nhất của M =  với x, y dương và x + y = 2

b. Tìm đa thức f(x) biết rằng: f(x) chia cho  được thương là x và dư là đa thức bậc nhất, f(x) chia cho x+3 dư 8, f(x) chia cho x-3 dư 2.

**Câu 4: *(8 điểm).***

1. Cho hình vuông ABCD có M, N, P lầ. n lượt là trung điểm của các cạnh BC, CD, DA. Gọi H là giao điểm của AN và DM. Chứng minh rằng:

a/ AN BP

b/ BA = BH

2. Cho  có 3 góc nhọn. Các đường cao AD, BE, CF đồng quy tại H. Cm:

a/ 

b/ 

c/ 

**Câu 5: *(1 điểm).***

Trong một tam giác đều cạnh 1, ta đặt 17 điểm. Chứng minh rằng, tồn tại hai điểm mà khoảng cách giữa chúng nhỏ hơn .

**--- Hết ---**

Họ và tên thí sinh: ……………………………………………… Số BD: …………

|  |  |
| --- | --- |
| **HƯỚNG DẪN CHÁM** | **Điểm** |
| **Câu 1:**  a) Ta có : A = x2 – x – 6 = x2 – 4 – x – 2  = (x - 2)(x + 2) – (x + 2)  = (x + 2)(x – 2 - 1) = (x + 2 )(x - 3) | 0,5đ  0,5đ  0,5đ |
| b) x3 - 5x2 + 8x - 4  = x3 - 4x2 + 4x – x2 + 4x – 4  = x( x2 – 4x + 4) – ( x2 – 4x + 4)  = ( x – 1 ) ( x – 2 ) 2 | 0,5đ  0,5đ  0,5đ |
| **Câu 2**  a) Gọi 4 số tự nhiên, liên tiếp đó là n, n+1, n+2, n+3 (n  Z). Ta có:  n(n + 1)(n + 2)(n + 3) + 1 = n . ( n + 3)(n + 1)(n + 2) + 1  = (  Đặt  thì (\*) = t(t + 2) + 1 = t2 + 2t + 1 = (t + 1)2  = (n2 + 3n + 1)2  Vì n  N nên n2 + 3n + 1  N. Vậy n(n + 1)(n + 2)(n+ 3) + 1 là số chính phương. | 0.5đ  0.5đ  0,5đ  0.5đ |
| b)      (x-300)  Vì  x-300=0 x=300  VËy S = | 0.5đ  0.5đ  0,5đ  0.5đ |
| **Câu 3:**  a) Ta có  (1)  đúng với mọi a, b dương  Suy ra BĐT (1) đúng. Dấu “=” xẩy ra khi a = b | 0,5đ  0.5đ |
| Áp dụng:  Ta có M =  =  Mặt khác  (1)  Và hay  (2)  Từ (1) và (2)  M  4.1 + 5.1 = 9 hay M 9+ M  a = b = 1  Vậy GTNN của M = 9 khi a = b = 1 | 0.5đ  0.5đ  0.5đ  0.5đ |
| b) f(x) chia cho  được thương là x và còn dư là .  Khi đó: ; | 0.5đ |
| Theo đề bài, ta có: | 0.5đ |
| Do đó: | 0.5đ |
| Vậy đa thức f(x) cần tìm có dạng: | 0.5đ |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu 4 *(7 điểm)*** |  |  |
| 1.a | (c – g – c)  Nên  mà ( Do  )  Vì vậy  Do đó  vuông tại Q nên AN BP | 1đ  0.5đ |
| 1.b | Chứng minh được tứ giác BMDP là hình bình hành.  Xét tam giác ADH  Ta có P là trung điểm của AD mà PQ //DH  Nên theo tính chất của đường trung bình ta có Q là trung điểm của AH(1)  Theo câu a, BP AN => BQ AH (2)  Từ (1) và (2)  Tam giác ABH cân tại B ( Vì BQ vừa là đường cao vừa là trung tuyến)  Nên AB = BH | 0.5đ  0,5đ  0,5đ |
|  |  |  |
| 2.a | Xét và  ta có  chung  ( )  Do đó (g –g) | 0,5đ  0,5đ  0.5đ |
| 2.b | Vì (g –g)  Nên  Góc  chung  Do vậy (c- g- c)  Vì vậy | 0,5đ  0.5đ  0,5đ |
| 2.c | Vì (g –g) nên  Vì(g –g) nên  Do đó BH.BE + CH.CF = BC (CD +BD) =BC.BC =BC2 | 0,25đ  0,25đ  0.5đ |
|  | Chia tam giác đã cho thành 16 tam giác đều nhỏ.  Theo nguyên tắc Dirichlet thì tồn tại ít nhất hai điểm nằm trong cùng một hình tam giác nhỏ. Hai điểm này có khoảng cách bé hơn |  |