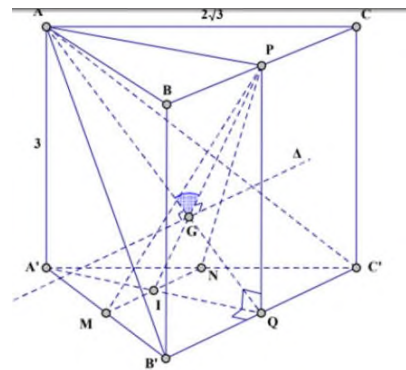


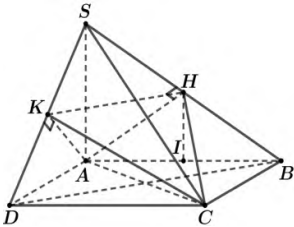
Đáp án

Câu	Đáp án	Điểm												
Câu 1 (7 điểm)	Câu 1a. (3,5 điểm) TXĐ: $D = \mathbb{R}$ $y' = 4x^2 + 3(m+1)x + 3m$ $y' \geq 0 \Leftrightarrow x \in (-1; +\infty) \cup 4x^2 + 3(m+1)x + 3m \leq 0, x \in (-1; +\infty)$ Vì $x+1 > 0, x \in (-1; +\infty) \Rightarrow -3m \leq \frac{4x^2 + 3x}{x+1}, x \in (-1; +\infty)$ Xét hàm $f(x) = \frac{4x^2 + 3x}{x+1}, x \in (-1; +\infty) \Rightarrow f'(x) = \frac{4x^2 + 8x + 3}{(x+1)^2}$ $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4x^2 + 8x + 3}{(x+1)^2} = 0 \\ \Leftrightarrow 4x^2 + 8x + 3 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = -\frac{1}{2} \\ x_2 = -\frac{3}{2} \end{cases}$ BBT: <table><tr><td>x</td><td>-1</td><td>$-\frac{1}{2}$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>f'</td><td></td><td>0</td><td></td></tr><tr><td>f</td><td>$+\infty$</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr></table> Dựa vào BBT ta có $-3m \leq -1 \Rightarrow m \geq \frac{1}{3}$	x	-1	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$	f'		0		f	$+\infty$		$+\infty$	0,5
	x	-1	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$										
	f'		0											
	f	$+\infty$		$+\infty$										

	Xét hàm số $g(y) = 8y^3 - 6y - 2, " y \in \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right), g'(y) = 24y^2 - 6 = 6(4y^2 - 1) \neq 0, " y \in \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right)$ Vậy hàm số $g(y)$ luôn nghịch biến trên $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right)$ Mặt khác ta có $g\left(-\frac{1}{2}\right) = 0, g\left(\frac{1}{2}\right) = -4 \Rightarrow -4 \leq g(y) \leq 0$ Vậy $\begin{cases} -4 \leq f(x) \leq 4\sqrt{2} - 1 \\ -4 \leq g(y) \leq 0 \end{cases} \Rightarrow f(x) + g(y) \geq 0$ Do đó từ (*) $\hat{U} \quad f(x) + g(y) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$ Thử lại thấy thỏa mãn nên hệ PT đã cho có nghiệm: $(x; y) = \{(0; -1); (2\sqrt{2}; -1); (-2\sqrt{2}; -1); (0; \frac{1}{2})\}$	0,5 0,5 0,5
Câu 2 (4 điểm)	Câu 2a (2,0 điểm). Trong 9 thẻ có 2 thẻ ghi số chia hết cho 4 là 4, 8. 7 thẻ còn lại ko chia hết cho 4. Giả sử rút x thẻ ra ($1 \leq x \leq 9, x \in \mathbb{N}$), số cách chọn x thẻ từ 9 thẻ trong hộp là C_9^x. Do đó không gian mẫu là $n(W) = C_9^x$. Gọi A là biến cố: “ Trong số x thẻ rút ra, có ít nhất 1 thẻ ghi số chia hết cho 4” Suy ra $\bar{A}$ là: “Trong số x thẻ rút ra, không có thẻ ghi số chia hết cho 4” Khi đó $n(\bar{A}) = C_7^x \Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{C_7^x}{C_9^x} \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{C_7^x}{C_9^x}$ Do $P(A) > \frac{5}{6} \hat{U} 1 - \frac{C_7^x}{C_9^x} > \frac{5}{6} \hat{U} 1 - \frac{(9-x)(8-x)}{72} > \frac{5}{6} \hat{U} x^2 - 17x + 60 < 0 \hat{U} 5 < x < 12$ Kết hợp điều kiện $\Rightarrow 5 < x \leq 9, x \in \mathbb{N} \Rightarrow x$ nhỏ nhất là 6.	0,5 0,5 0,5
	Câu 2b (2,0 điểm). Ta có $\sqrt{4x - x^2} = \sqrt{4 - (2 - x)^2} \in [0; 2]$ $y = f(4 - 3\sqrt{4x - x^2}) \Rightarrow y' = 3 \frac{x - 2}{\sqrt{4x - x^2}} f'(4 - 3\sqrt{4x - x^2})$ $y' = 0 \hat{U} \begin{cases} x = 2 \\ f'(4 - 3\sqrt{4x - x^2}) = 0 \end{cases}$ $f'(4 - 3\sqrt{4x - x^2}) = 0 \hat{U} f'\left(2 \frac{5 - 3\sqrt{4x - x^2}}{2} - 1\right) = 0$ Do $\sqrt{4x - x^2} = \sqrt{4 - (2 - x)^2} \in [0; 2]$ nên $\frac{5 - 3\sqrt{4x - x^2}}{2} \in \left(-\frac{1}{2}; \frac{5}{2} \right)$ $f'\left(2 \frac{5 - 3\sqrt{4x - x^2}}{2} - 1\right) = 0 \hat{U} \frac{5 - 3\sqrt{4x - x^2}}{2} = 2 \hat{U} \sqrt{4x - x^2} = \frac{1}{3}$ Pt này có 2 nghiệm pb khác 2 nên hàm số có 3 cực trị.	0,5 1,0 0,5
Câu 3 (1,5 điểm)	Vì $0 < x \in y \in z$ nên	

	$x(x-y)(y-z)^3 \geq 0 \Leftrightarrow (x^2-xy)(y-z)^3 \geq 0$ $\Leftrightarrow x^2y - x^2z - xy^2 + xyz \geq 0 \Leftrightarrow x^2y + xyz \geq x^2z + xy^2$ $xy^2 + yz^2 + zx^2 - xyz = (x^2z + xy^2) + yz^2 - xyz \leq (x^2y + xyz) + yz^2 - xyz = y(x^2 + z^2)$ Theo bất đẳng thức Cô si ta có: $y(x^2 + z^2) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{2y^2(x^2 + z^2)(x^2 + z^2)}$ $\leq \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{2y^2 + (x^2 + z^2) + (x^2 + z^2)}{3} \cdot \frac{3}{3}} = 2 \sqrt{\frac{x^2 + y^2 + z^2}{3}}$ Do đó $P = xy^2 + yz^2 + zx^2 - xyz \leq \frac{(x^2 + y^2 + z^2)^2}{6} \leq 2 \sqrt{\frac{x^2 + y^2 + z^2}{3}} - \frac{3x^2 + y^2 + z^2}{2}$ Đặt $t = \sqrt{\frac{x^2 + y^2 + z^2}{3}} (t > 0)$. Ta có $P \leq f(t) = 2t^3 - \frac{3}{2}t^4$ $f'(t) = 6t^2 - 6t^3 = 6t^2(1-t) = 0 \Leftrightarrow t = 1.$ Lập bảng biến thiên của hàm $f(t)$ suy ra được $f(t) \leq f(1) = 2 - \frac{3}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow P \leq \frac{1}{2}$. Ta thấy $P = \frac{1}{2}$ khi $x = y = z = 1$. Vậy giá trị lớn nhất là $\max P = \frac{1}{2}$ khi $x = y = z = 1$	0,5 0,5 0,5
Câu 4 (6 điểm)	Câu 4a (3 điểm). Gọi I, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh MN và $B'C'$, khi đó $AQ = 3\sqrt{2}, PI = \frac{3\sqrt{5}}{2}.$ Giả sử $PI \cap AQ = \{G\} \Rightarrow G \in (AB'C') \cap (MNP).$ Hơn nữa $\begin{cases} MN \in (MNP), B'C' \in (AB'C') \\ MN \parallel B'C' \end{cases}$ nên giao tuyến của hai mặt $(AB'C')$ và (MNP) là đường thẳng d đi qua G và song song với MN và $B'C'$. Ta có $B'C' \perp (AA'QP) \Rightarrow AG \perp d$, chứng minh tương tự được $PG \perp d$, Do đó $((AB'C'), (MNP)) = (AG, PG)$. Mặt khác $IQ \parallel AP$, theo định lý Ta-lét ta có: $\frac{GQ}{GA} = \frac{GI}{GP} = \frac{IQ}{AP} = \frac{1}{2} \Rightarrow GA = 2GQ = \frac{2}{3}AQ = 2\sqrt{2}; GP = 2GI = \frac{2}{3}PI = \sqrt{5}$	0,5 0,5 0,5 0,5



	Xét tam giác AGP có $\cos \angle AGP = \frac{GA^2 + GP^2 - AP^2}{2GA \cdot GP} = \frac{(2\sqrt{2})^2 + (\sqrt{5})^2 - 3^2}{2\sqrt{2} \cdot \sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$. Vậy $\cos((AB'C'), (MNP)) = \frac{1}{\sqrt{10}}$	1,0
	Câu 4b (3 điểm). Tham khảo hình vẽ. Ta sẽ sử dụng công thức $V = \frac{1}{6} a.b.d(a,b). \sin(a,b)$. Đặt $SA = x (x > 0)$. Tính được $KH = \frac{x^2 a \sqrt{2}}{a^2 + x^2}$, $IH = \frac{a^2 x}{a^2 + x^2}$. Chúng minh được $HI = d(KH, AC)$ và $AC \perp HK$. Khi đó $V_{ACHK} = \frac{1}{6} AC \cdot KH \cdot HI$ $= \frac{1}{6} \cdot a \sqrt{2} \cdot \frac{x^2 a \sqrt{2}}{a^2 + x^2} \cdot \frac{a^2 x}{a^2 + x^2} = \frac{a^4}{3} \cdot \frac{x^3}{(a^2 + x^2)^2}.$ Xét hàm $f(x) = \frac{x^3}{(x^2 + a^2)^2}$ trên $(0; +\infty)$, ta có $\max_{(0; +\infty)} f(x) = \frac{3\sqrt{3}}{16a}$ khi $x = a\sqrt{3}$. Suy ra thể tích khối tứ diện lớn nhất bằng $V_{\max} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{16}$. đạt được khi S cách A 1 khoảng là $x = a\sqrt{3}$. 	0,5 0,5 0,5 1,0 0,5
Câu 5 (1,5 điểm)	Đặt: $SD = x; SE = y; SF = z$ G là trọng tâm tứ diện nên: $\vec{SG} = \frac{1}{4}(\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC}) = \frac{1}{4} \vec{a} + \frac{1}{4} \frac{SA}{SD} \vec{SD} = \frac{1}{4} \vec{a} + \frac{a}{x} \vec{SD}$ Do D, E, F, G đồng phẳng nên: $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 4$. Từ đó ta có: $(a^2 + b^2 + c^2) \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} \right) \geq \left(\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} \right)^2 = 16 \Rightarrow \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} \geq \frac{16}{a^2 + b^2 + c^2} \quad (1)$ Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{4a} \\ y = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{4b} \\ z = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{4c} \end{cases}$ Khi đó mặt phẳng (a) cắt các cạnh SA, SB, SC lần lượt tại D, E, F thỏa mãn điều kiện như trên.	0,5 0,5 0,5

HS làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.