

KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II – MÔN TOÁN 11 – KNTT – NĂM HỌC 2023 – 2024
ĐỀ SỐ 09 – THỜI GIAN LÀM BÀI 90 PHÚT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho $a, b > 0$; $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $(a.b)^\alpha = a^\alpha.b^\alpha$.
B. $\frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\alpha-\beta}$.
C. $(a^\alpha)^{\frac{1}{\beta}} = a^{\frac{\alpha}{\beta}}$, $\beta \neq 0$.
D. $a^\alpha.b^\beta = (ab)^{\alpha+\beta}$.

Câu 2. Cho $a > 0$ và $a \neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_a(a.\sqrt[3]{a})$

- A. $\frac{1}{3}$.
B. 3.
C. 4.
D. $\frac{4}{3}$.

Câu 3. Tập nghiệm S của phương trình $\log_3(x-1) = 2$.

- A. $S = \{10\}$.
B. $S = \emptyset$.
C. $S = \{7\}$.
D. $S = \{6\}$

Câu 4. Nghiệm của bất phương trình $3^{2x} > 243$ là:

- A. $x > 2$.
B. $x > 3$.
C. $x > \frac{5}{2}$.
D. $x < \frac{5}{2}$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $BC \perp SB$.
B. $BC \perp SA$.
C. $BC \perp SD$.
D. $SA \perp BD$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O , $SA = SB = SC \neq SD$. Chọn khẳng định đúng.

- A. $(SBD) \perp (ABCD)$.
B. $(SAC) \perp (ABCD)$.
C. $SO \perp (ABCD)$.
D. $(SAD) \perp (SAB)$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O , các cạnh bên đều bằng nhau. Gọi M là trung điểm cạnh BC . Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ là góc

- A. SOM .
B. SCO .
C. SBO .
D. SMO .

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi H, K là hình chiếu vuông góc của A lên SB, SC . Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) là

- A. AK .
B. AC .
C. AB .
D. AH .

Câu 9. Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn ước tính theo công thức $S = Ae^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng ($r > 0$), t là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu có 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Hỏi sau bao lâu thì số lượng vi khuẩn tăng gấp 10 lần?

- A. $t = \frac{5}{\log 3}$ giờ.
B. $t = \frac{3}{\log 5}$ giờ.
C. $t = \frac{5 \ln 3}{\ln 10}$ giờ.
D. $t = \frac{3 \ln 5}{\ln 10}$ giờ.

Câu 10. Nếu ngày 20 – 10 – 2023, cô Hoa dùng số tiền 500 000 000 đồng để gửi tiết kiệm với lãi suất 6%/ năm cho kì hạn một tháng thì ngày 20 – 11 – 2024, tổng số tiền cô Hoa nhận được là bao nhiêu?

- A. 530 000 000 đồng.
B. 533 493 100 đồng.
C. 1 066 464 130 đồng.
D. 500 000 000 đồng.

- Câu 11.** Cho biết kim tự tháp Memphis tại bang Tennessee (Mỹ) có dạng hình chóp tứ giác đều với chiều cao 98 m và cạnh đáy 180 m. Tính tan của góc hợp bởi cạnh bên và mặt đáy của kim tự tháp.



- A. $\frac{49\sqrt{3}}{90}$. B. $\frac{49\sqrt{2}}{90}$. C. $\frac{49\sqrt{2}}{45}$. D. $\frac{49\sqrt{3}}{45}$.

- Câu 12.** Một gia đình cần xây một bể nước hình hộp chữ nhật để chứa 10 m^3 nước. Biết mặt đáy có kích thước chiều dài 2,5 m và chiều rộng 2 m. Tính chiều cao của bể nước.

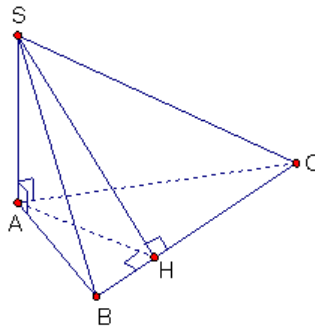
- A. $h = 3 \text{ m}$. B. $h = 1 \text{ m}$. C. $h = 1,5 \text{ m}$. D. $h = 2 \text{ m}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Câu 13.** Cho $a > 0$, $a \neq 1$.

- a) Đồ thị hàm số $y = a^x$ luôn đi qua điểm $(1; 0)$.
 b) Đồ thị hàm số $y = \log_a x$ luôn đi qua điểm $(1; 0)$.
 c) Tập xác định của hàm số $y = \log_a x$ là khoảng $(-\infty; +\infty)$.
 d) Giá trị của biểu thức $a^{4\log_{a^2} \sqrt{5}}$ bằng $7\sqrt{5}$.

- Câu 14.** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và H là hình chiếu vuông góc của S lên BC (tham khảo hình vẽ).



- a) Đường thẳng BC vuông góc với mặt phẳng (SAH) .
 b) Tam giác SAH vuông tại H .
 c) Tứ diện $S.ABC$ có hai mặt là tam giác vuông.
 d) Đường thẳng AH vuông góc với BC .

- Câu 15.** Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $S(t) = S(0) \cdot 2^t$, trong đó $S(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $S(t)$ là số lượng vi khuẩn A sau t phút. Biết sau 4 phút thì số lượng vi khuẩn A trong phòng thí nghiệm là 250 nghìn con.

- a) Sau 6 phút số lượng vi khuẩn A trong phòng thí nghiệm là 1 triệu con.
 b) Sau 7 phút số lượng vi khuẩn A trong phòng thí nghiệm là 2 triệu con.
 c) Sau 8 phút số lượng vi khuẩn A trong phòng thí nghiệm là 3 triệu con.
 d) Số lượng vi khuẩn A trong phòng thí nghiệm là giảm dần theo thời gian.

- Câu 16.** Người ta cần làm một bể cá dạng hình hộp chữ nhật không nắp, hai kích thước của đáy lần lượt là $0,5\text{ m}$ và 1 m .
- a) Nếu tổng diện tích bốn mặt xung quanh của bể là 3 m^2 thì dung tích của bể là $0,5\text{ m}^3$
- b) Ban đầu bể chưa có nước, người ta đặt một cái vòi chảy nước vào trong bể với tốc độ chảy là 25 lít mỗi phút. Sau khoảng thời gian 8 phút thì nước trong bể sẽ dâng cao $0,5\text{ m}$.
- c) Ban đầu bể chưa có nước, người ta đặt một cái vòi chảy nước vào trong bể với tốc độ chảy là 10 lít mỗi phút. Sau khoảng thời gian 15 phút thì nước trong bể sẽ dâng cao $0,5\text{ m}$.
- d) Để trang trí người ta đặt vào đáy một quả cầu thủy tinh có bán kính 5 cm . Sau đó đổ đầy bể 300 lít nước thì chiều cao của bể cá là $60,10\text{ cm}$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

- Câu 17.** Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn $2^x = 3^y = 6^{-z}$. Tính giá trị của biểu thức $M = xy + yz + xz$.
- Câu 18.** Trong năm 2024, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là 600 ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước. Kể từ sau năm 2024, năm nào dưới đây là năm đầu tiên tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1000 ha?
- Câu 19.** Bất phương trình $\log_2 \left(\log_{\frac{1}{3}} \frac{3x-7}{x+3} \right) \geq 0$ có tập nghiệm là $(a; b]$. Tính giá trị $P = 3a - b$.
- Câu 20.** Kim tự tháp Kheops ở Ai Cập có dạng là hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy dài 262 mét, cạnh bên dài 230 mét. Hãy tính góc tạo bởi mặt bên và mặt đáy của kim tự tháp.
- Câu 21.** Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $\sqrt{7}$, $SA = SB = SC$, SC tạo với đáy một góc 60° , $\angle ABC = 60^\circ$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC, SD .
- Câu 22.** Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $2\sqrt{2}$. Gọi M, N lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABD, ABC và E là điểm đối xứng với B qua điểm D . Mặt phẳng (MNE) chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh A có thể tích V . Tính V .

-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I

1D	2D	3A	4C	5C	6A	7D	8D	9A	10B	11B	12D
----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----	-----	-----

PHẦN II

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)S	a)Đ	a)Đ	a)Đ
b)Đ	b)S	b)Đ	b)S
c)S	c)Đ	c)S	c)S
d)S	d)Đ	d)S	d)Đ

PHẦN III

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
0	1000	4	46	1,5	0,9

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.
 Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho $a, b > 0$; $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây sai?

B. $(a.b)^\alpha = a^\alpha.b^\alpha$.

B. $\frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\alpha-\beta}$.

C. $(a^\alpha)^{\frac{1}{\beta}} = a^{\frac{\alpha}{\beta}}$, $\beta \neq 0$.

D. $a^\alpha.b^\beta = (ab)^{\alpha+\beta}$.

Lời giải

Chọn D

Với $a, b > 0$ và $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ta có khẳng định $a^\alpha.b^\beta = (ab)^{\alpha+\beta}$ sai, các khẳng định còn lại đúng.

Câu 2. Cho $a > 0$ và $a \neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_a(a.\sqrt[3]{a})$

A. $\frac{1}{3}$.

B. 3.

C. 4.

D. $\frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_a(a.\sqrt[3]{a}) = \log_a\left(a.a^{\frac{1}{3}}\right) = \log_a\left(a^{\frac{4}{3}}\right) = \frac{4}{3}$.

Câu 3. Tập nghiệm S của phương trình $\log_3(x-1) = 2$.

A. $S = \{10\}$.

B. $S = \emptyset$.

C. $S = \{7\}$.

D. $S = \{6\}$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_3(x-1) = 2 \Leftrightarrow x-1 = 9 \Leftrightarrow x = 10$.

Câu 4. Nghiệm của bất phương trình $3^{2x} > 243$ là:

A. $x > 2$.

B. $x > 3$.

C. $x > \frac{5}{2}$.

D. $x < \frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $3^{2x} > 243 \Leftrightarrow 3^{2x} > 3^5 \Leftrightarrow 2x > 5 \Leftrightarrow x > \frac{5}{2}$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $BC \perp SB$.

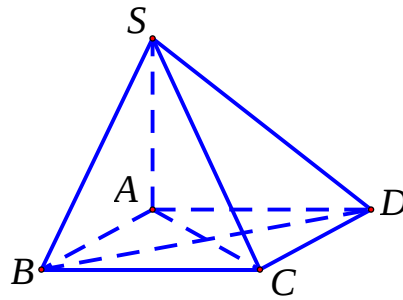
B. $BC \perp SA$.

C. $BC \perp SD$.

D. $SA \perp BD$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $BC \parallel AD$ nên BC không vuông góc với SD .

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O , $SA = SB = SC \neq SD$. Chọn khẳng định đúng.

A. $(SBD) \perp (ABCD)$.

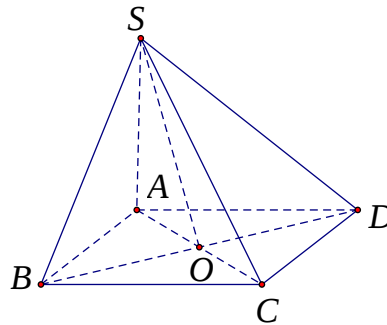
B. $(SAC) \perp (ABCD)$.

C. $SO \perp (ABCD)$.

D. $(SAD) \perp (SAB)$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $AC \perp BD, AC \perp SO \Rightarrow AC \perp (SBD)$. Do $AC \subset (ABCD)$ nên $(ABCD) \perp (SBD)$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O , các cạnh bên đều bằng nhau. Gọi M là trung điểm cạnh BC . Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ là góc

A. SOM .

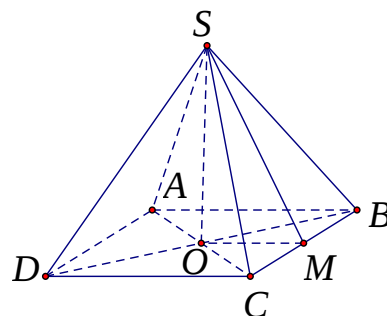
B. SCO .

C. SBO .

D. SMO .

Lời giải

Chọn D



Ta có $(SBC) \cap (ABCD) = BC$.

Hai tam giác SBC và OBC cân đáy BC nên $SM \perp BC, OM \perp BC$.

Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ là góc giữa SM, OM hay chính là SMO .

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi H, K là hình chiếu vuông góc của A lên SB, SC . Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) là

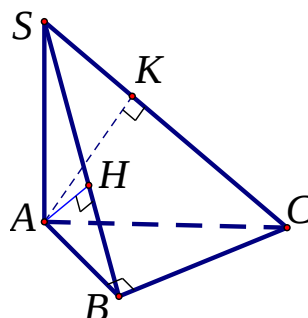
A. AK .

B. AC .

C. AB .

D. AH .

Chon D



Câu 9. Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn ước tính theo công thức $S = Ae^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng ($r > 0$), t là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu có 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Hỏi sau bao lâu thì số lượng vi khuẩn tăng gấp 10 lần?

A. $t = \frac{5}{\log 3}$ giò.

B. $t = \frac{3}{\log 5}$ giò.

C. $t = \frac{5 \ln 3}{\ln 10}$ giò.

D. $t = \frac{3 \ln 5}{\ln 10}$ giò.

Chọn A

Để số lượng vi khuẩn tăng 10 lần (tức 1000 con), ta có $1000 = 100 \cdot e^{\frac{\ln 3}{5}t} \Rightarrow t = \frac{5}{\log 3}$.

A. 530 000 000 đồng.

B. 533 493 100 đồng.

D. 500 000 000 đồng.

Chon B

Lãi suất hằng năm: $r = 6\%$

Số lần rút lãi trong 1 năm: $n=12$

Số kì hạn: $N = 13$

Tổng số tiền cô Hoa nhận được là: $A = P \left(1 + \frac{r}{n}\right)^N = 500\,000\,000 \left(1 + \frac{6\%}{12}\right)^{13} = 533\,493\,100$ đồng

Câu 11. Cho biết kim tự tháp Memphis tại bang Tennessee (Mỹ) có dạng hình chóp tứ giác đều với chiều cao 98 m và cạnh đáy 180 m. Tính tan của góc hợp bởi cạnh bên và mặt đáy của kim tự tháp.



A. $\frac{49\sqrt{3}}{90}$.

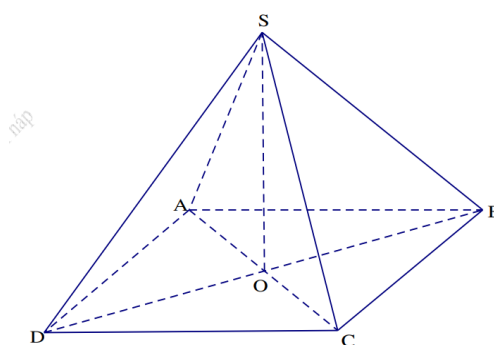
B. $\frac{49\sqrt{2}}{90}$.

C. $\frac{49\sqrt{2}}{45}$.

D. $\frac{49\sqrt{3}}{45}$.

Lời giải

Chọn B



Xét hình chóp đều $S.ABCD$ có O là tâm hình vuông $ABCD$. Suy ra $SO \perp (ABCD)$. Dẫn đến góc hợp bởi cạnh bên và mặt đáy là góc $SAO = \alpha$.

Ta có $\tan \alpha = \frac{SO}{AO} = \frac{98}{90\sqrt{2}} = \frac{49\sqrt{2}}{90}$.

Câu 12. Một gia đình cần xây một bể nước hình hộp chữ nhật để chứa 10 m^3 nước. Biết mặt đáy có kích thước chiều dài $2,5 \text{ m}$ và chiều rộng 2 m . Tính chiều cao của bể nước.

A. $h = 3 \text{ m}$.

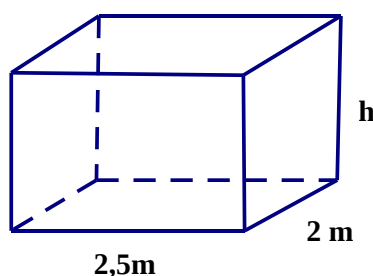
B. $h = 1 \text{ m}$.

C. $h = 1,5 \text{ m}$.

D. $h = 2 \text{ m}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi chiều cao của bể nước là h .

Thể tích của bể nước là: $V = (2,5).2.h = 10 \Rightarrow h = 2 \text{ (m)}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Cho $a > 0$, $a \neq 1$.

a) Đồ thị hàm số $y = a^x$ luôn đi qua điểm $(1; 0)$.

b) Đồ thị hàm số $y = \log_a x$ luôn đi qua điểm $(1; 0)$.

c) Tập xác định của hàm số $y = \log_a x$ là khoảng $(-\infty; +\infty)$.

d) Giá trị của biểu thức $a^{4\log_{a^2}\sqrt{5}}$ bằng $7\sqrt{5}$.

Lời giải

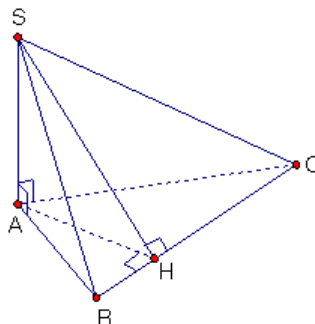
a) Sai: Đồ thị hàm số $y = a^x$ luôn đi qua điểm $(1; a)$.

b) Đúng: Khi $x = 1$ ta có $\log_a 1 = 0$.

c) Sai: Tập xác định của hàm số $y = \log_a x$ là khoảng $(0; +\infty)$.

d) Sai: Ta có $a^{4\log_{a^2}\sqrt{5}} = a^{2\log_a\sqrt{5}} = a^{\log_a(\sqrt{5})^2} = 5$.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và H là hình chiếu vuông góc của S lên BC (tham khảo hình vẽ).



a) Đường thẳng BC vuông góc với mặt phẳng (SAH) .

b) Tam giác SAH vuông tại H .

c) Tứ diện $S.ABC$ có hai mặt là tam giác vuông.

d) Đường thẳng AH vuông góc với BC .

Lời giải

a) Đúng. Ta có: $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$ mà $SH \perp BC \Rightarrow BC \perp (SAH)$.

b) Sai. Do $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp AH$ nên tam giác SAH vuông tại A .

c) Đúng. Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp AB$ và $SA \perp AC$. Vậy ta có hai tam giác vuông tại A là SAB và SAC , cũng là hai mặt bên của tứ diện.

d) Đúng. Do $BC \perp (SAH)$ nên $AH \perp BC$.

Câu 15. Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $S(t) = S(0) \cdot 2^t$, trong đó $S(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $S(t)$ là số lượng vi khuẩn A sau t phút. Biết sau 4 phút thì số lượng vi khuẩn A trong phòng thí nghiệm là 250 nghìn con.

a) Sau 6 phút số lượng vi khuẩn A trong phòng thí nghiệm là 1 triệu con.

b) Sau 7 phút số lượng vi khuẩn A trong phòng thí nghiệm là 2 triệu con.

c) Sau 8 phút số lượng vi khuẩn A trong phòng thí nghiệm là 3 triệu con.

d) Số lượng vi khuẩn A trong phòng thí nghiệm là giảm dần theo thời gian.

Lời giải

$$\text{Ta có: } S(4) = S(0) \cdot 2^4 \Rightarrow S(0) = \frac{S(4)}{2^4}.$$

Gọi thời gian để số lượng vi khuẩn A trong phòng thí nghiệm có 1 triệu con là t phút

$$S(0) \cdot 2^t = 1000000 \Leftrightarrow \frac{250000}{2^4} \cdot 2^t = 1000000 \Leftrightarrow t = 6.$$

a) Vậy sau 6 phút số lượng vi khuẩn A trong phòng thí nghiệm là 1 triệu con nên a) đúng.

b) Vậy sau 7 phút số lượng vi khuẩn A trong phòng thí nghiệm là 2 triệu con nên b) đúng.

c) Vậy sau 8 phút số lượng vi khuẩn A trong phòng thí nghiệm là 4 triệu con nên c) sai.

d) Số lượng vi khuẩn A trong phòng thí nghiệm là tăng dần theo thời gian nên d) sai.

Câu 16. Người ta cần làm một bể cá dạng hình hộp chữ nhật không nắp, hai kích thước của đáy lần lượt là $0,5 m$ và $1 m$.

- a) Nếu tổng diện tích bốn mặt xung quanh của bể là $3 m^2$ thì dung tích của bể là $0,5 m^3$
b) Ban đầu bể chưa có nước, người ta đặt một cái vòi chảy nước vào trong bể với tốc độ chảy là 25 lít mỗi phút. Sau khoảng thời gian 8 phút thì nước trong bể sẽ dâng cao $0,5 m$.
c) Ban đầu bể chưa có nước, người ta đặt một cái vòi chảy nước vào trong bể với tốc độ chảy là 10 lít mỗi phút. Sau khoảng thời gian 15 phút thì nước trong bể sẽ dâng cao $0,5 m$.
d) Để trang trí người ta đặt vào đáy một quả cầu thủy tinh có bán kính $5cm$. Sau đó đổ đầy bể 300 lít nước thì chiều cao của bể cá là $60,10 cm$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2).

Lời giải

a) Gọi x là chiều cao của bể cần xây ($x > 0$).

Tổng diện tích bốn mặt xung quanh của bể là: $(x.0,5).2 + (x.1).2 = 3 \Rightarrow x = 1$.

Thể tích của bể là: $V = 1.1.0,5 = 0,5 m^3$. Vậy a) đúng.

b) Thể tích nước cần chảy vào bể khi nước trong bể dâng cao $0,5$ mét là

$$V = 0,5.1.0,5 = 0,25(m^3). \text{ Có } 0,25(m^3) = 250 \text{ lít.}$$

Vậy thời gian để nước chảy vào bể dâng cao $0,5$ mét là $\frac{250}{25} = 10$ phút. Vậy b) sai

c) Thể tích nước cần chảy vào bể khi nước trong bể dâng cao $0,5$ mét là

$$V = 0,5.1.0,5 = 0,25(m^3). \text{ Có } 0,25(m^3) = 250 \text{ lít.}$$

Vậy thời gian để nước chảy vào bể dâng cao $0,5$ mét là $\frac{250}{10} = 25$ phút. Vậy c) sai.

$$d) 300l = 300dm^3 = 300.000cm^3$$

$$\text{Thể tích khối cầu thủy tinh là } V_1 = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{500\pi}{3}.$$

$$\text{Thể tích bể cá là } V_2 = 300.000 + \frac{500\pi}{3}.$$

$$\text{Chiều cao bể cá là } h = \frac{V_2}{50.100} \approx 60,10 \text{ cm}. \text{ Vậy d) đúng.}$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17. Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn $2^x = 3^y = 6^{-z}$. Tính giá trị của biểu thức $M = xy + yz + xz$

Lời giải

Đặt $2^x = 3^y = 6^{-z} = t$ với $t > 0$.

$$\Rightarrow \begin{cases} 2^x = t \\ 3^y = t \\ 6^{-z} = t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \log_2 t \\ y = \log_3 t \\ z = -\log_6 t \end{cases}.$$

$$\text{Mặt khác: } \log_6 t = \frac{1}{\log_t 6} = \frac{1}{\log_t 3 + \log_t 2} = \frac{1}{\frac{1}{\log_3 t} + \frac{1}{\log_2 t}} = \frac{\log_3 t \cdot \log_2 t}{\log_3 t + \log_2 t}.$$

$$\begin{aligned} M &= xy + yz + xz = \log_3 t \cdot \log_2 t - \log_3 t \cdot \log_6 t - \log_6 t \cdot \log_2 t = \log_3 t \cdot \log_2 t - (\log_3 t + \log_2 t) \cdot \log_6 t \\ &= \log_3 t \cdot \log_2 t - (\log_3 t + \log_2 t) \cdot \frac{\log_3 t \cdot \log_2 t}{\log_3 t + \log_2 t} = 0. \end{aligned}$$

Câu 18. Trong năm 2024, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là 600 ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước. Kể từ sau năm 2024, năm nào dưới đây là năm đầu tiên tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1000 ha?

Lời giải

Diện tích rừng trồng mới của năm $2024+1$ là: $600(1+6\%)^1$.

Diện tích rừng trồng mới của năm $2024+2$ là: $600(1+6\%)^2$.

Diện tích rừng trồng mới của năm $2024+n$ là: $600(1+6\%)^n$.

Ta có: $600(1+6\%)^n > 1000 \Leftrightarrow (1+6\%)^n > \frac{5}{3} \Leftrightarrow n > \log_{(1+6\%)} \frac{5}{3} \approx 8,76$

Như vậy kể từ năm 2024 thì năm 2033 là năm đầu tiên diện tích rừng trồng mới đạt trên 1000 ha.

Câu 19. Bất phương trình $\log_2 \left(\log_{\frac{1}{3}} \frac{3x-7}{x+3} \right) \geq 0$ có tập nghiệm là $(a; b]$. Tính giá trị $P = 3a - b$.

Lời giải

$$\log_2 \left(\log_{\frac{1}{3}} \frac{3x-7}{x+3} \right) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3x-7}{x+3} > 0 \\ \log_{\frac{1}{3}} \frac{3x-7}{x+3} > 0 \\ \log_{\frac{1}{3}} \frac{3x-7}{x+3} \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3x-7}{x+3} > 0 \\ \frac{3x-7}{x+3} < 1 \\ \frac{3x-7}{x+3} \leq \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3x-7}{x+3} > 0 \\ \frac{3x-7}{x+3} \leq \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3x-7}{x+3} > 0 \\ \frac{8(x-3)}{3(x+3)} \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; -3) \cup \left(\frac{7}{3}; +\infty \right) \\ x \in (-3; 3] \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left(\frac{7}{3}; 3 \right].$$

Suy ra $a = \frac{7}{3}$; $b = 3$.

Vậy $P = 3a - b = 3 \cdot \frac{7}{3} - 3 = 4$.

Câu 20. Kim tự tháp Kheops ở Ai Cập có dạng là hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy dài 262 mét, cạnh bên dài 230 mét. Hãy tính góc tạo bởi mặt bên và mặt đáy của kim tự tháp.

Lời giải

Gọi I là trung điểm BC. Suy ra: $SI \perp BC$ và $HI \perp BC$

$\Rightarrow$ Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ là SIH

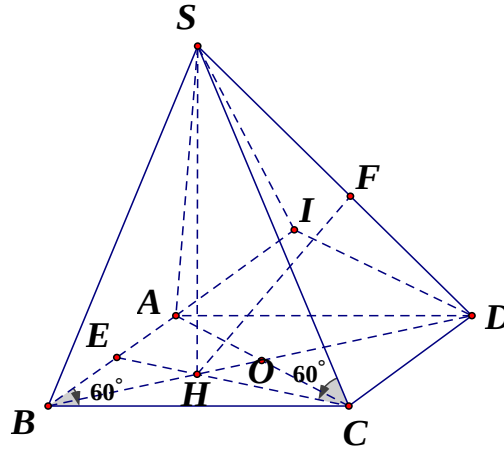
Ta có: $HI = \frac{AB}{2} = 131$ (m)

Xét $\triangle SHI$ vuông tại H ta có: $\tan SIH = \frac{SH}{HI} = \frac{\sqrt{18578}}{131} \Rightarrow SIH \approx 46^\circ$

Vậy góc giữa mặt bên và mặt đáy của kim tự tháp là khoảng 46° .

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $\sqrt{7}$, $SA = SB = SC$, SC tạo với đáy một góc 60° , $ABC = 60^\circ$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC, SD .

Lời giải



Gọi H là trọng tâm của tam giác ABC , Vì $\triangle ABC$ đều và $SA = SB = SC$ nên $SH \perp (ABC)$

$$\text{Lại có } \begin{cases} SC \cap (ABCD) = C \\ SH \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow (SC; (ABCD)) = SCH = 60^\circ$$

Từ D dựng $DI \parallel AC$ cắt AB tại $I \Rightarrow AC \parallel (SDI)$

$$\Rightarrow d(AC; SD) = d(AC; (SDI)) = d(O; (SDI))$$

$$\text{Mặt khác } \frac{d(O; (SDI))}{d(H; (SDI))} = \frac{OD}{HD} = \frac{3}{4} \Rightarrow d(O; (SDI)) = \frac{3}{4} d(H; (SDI)).$$

Vì $AC \perp DH \Rightarrow HD \perp ID$, mà $SH \perp ID \Rightarrow ID \perp (SHD)$

Từ H dựng $HF \perp SD \Rightarrow HF \perp (SDI) \Rightarrow d(H; (SDI)) = HF$.

$$\text{Ta có } EC = \frac{\sqrt{21}}{2} \Rightarrow HC = \frac{2}{3} EC = \frac{\sqrt{21}}{3}$$

Trong tam giác SHC có $SH = HC \tan 60^\circ = a$

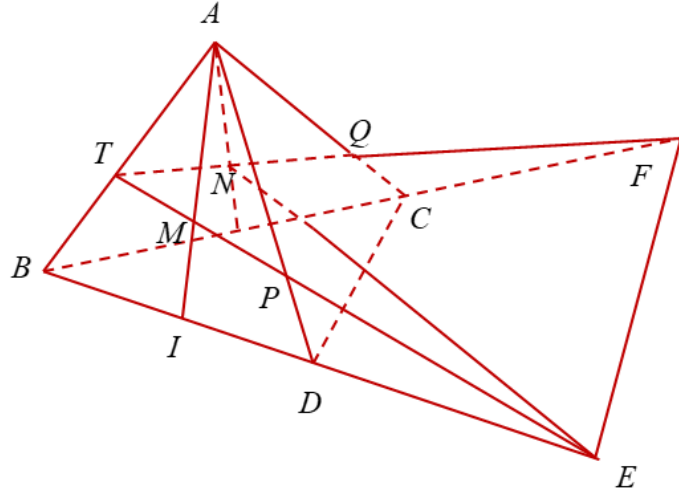
$$\text{Mà } HD = HO + OD = \frac{4}{3} OD = \frac{4}{3} \cdot \frac{\sqrt{21}}{2} = \frac{2\sqrt{21}}{3}$$

$$\text{Trong tam giác } SHD \text{ có } \frac{1}{HF^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HD^2} = \frac{1}{\sqrt{7}^2} + \frac{3}{4 \cdot \sqrt{7}^2} = \frac{7}{4 \cdot 7} \Rightarrow HF = 2$$

$$\Rightarrow d(AC; SD) = \frac{3}{4} \cdot \frac{2\sqrt{7}\sqrt{7}}{7} = \frac{3}{2} = 1,5$$

Câu 22. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $2\sqrt{2}$. Gọi M, N lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABD, ABC và E là điểm đối xứng với B qua điểm D . Mặt phẳng (MNE) chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh A có thể tích V . Tính V .

Lời giải



Thể tích khối tứ diện đều cạnh $2\sqrt{2}$ là: $\frac{8}{3}$.

Gọi $P = ME \cap AD$; $T = ME \cap AB$. Trong mặt phẳng (ABC) đường thẳng TN cắt AC, BC lần lượt tại Q, F . Khi đó mặt phẳng (MNE) chia khối tứ diện đã cho phần chứa đỉnh A là tứ diện $ATPQ$.

Gọi I là trung điểm BD . Xét $\triangle AID$ ta có: $\frac{ED}{EI} \cdot \frac{MI}{MA} \cdot \frac{PA}{PD} = 1$ (định lý Menelaus) $\Rightarrow \frac{PA}{PD} = 3$.

Tương tự ta có: $\frac{QA}{QC} = 3$

Xét $\triangle AIB$ ta có: $\frac{EI}{EB} \cdot \frac{TB}{TA} \cdot \frac{MA}{MI} = 1 \Leftrightarrow \frac{TB}{TA} = \frac{2}{3}$.

Mặt khác ta có: $\frac{V_{ATPQ}}{V_{ABCD}} = \frac{AT}{AB} \cdot \frac{AP}{AD} \cdot \frac{AQ}{AC} = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{27}{80} \Rightarrow V_{ATPQ} = \frac{27}{80} \cdot \frac{(2\sqrt{2})^3 \sqrt{2}}{12} = \frac{9}{10} = 0,9$.