

Câu 1 (7,0 điểm).

a) Cần phải làm cái cửa sổ mà phía trên là hình bán nguyệt, phía dưới là hình chữ nhật, có chu vi là a mét (a chính là chu vi hình bán nguyệt cộng với chu vi hình chữ nhật trừ đi đường kính của hình bán nguyệt). Gọi d là đường kính của hình bán nguyệt. Hãy xác định d để diện tích cửa sổ là lớn nhất.

b) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2(y^3 - x^3) = 6x^2 + 7x - y + 3 \\ 4\sqrt{3-y} + 2\sqrt{2(1+y)} = \sqrt{9x^2 + 16} \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$$

Câu 2 (4,0 điểm).

a) Một chiếc hộp có 25 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 25. Rút ngẫu nhiên 8 tấm thẻ. Tính xác suất để trong 8 tấm thẻ được chọn số tám thẻ mang số lẻ nhiều hơn số tám thẻ chẵn và trong đó có đúng một tấm thẻ mang số chia hết cho 6.

b) Cho hàm số $y = f(x) + m$ (m là tham số thực) liên tục trên $\mathbb{R}$

, có đạo hàm là hàm số $y = f'(x)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số

$y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ và $f'(-3) < 0, f'(1) > 0$. Khi

hàm số $y = |f(x) + m|$ có 7 điểm cực trị thì phương trình

$f(x^3 - 3x) + m = 0$ có ít nhất bao nhiêu nghiệm $x \in (-2; 2)$.

Câu 3 (5,0 điểm).

Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a .

$SA = a$ vuông góc mặt đáy. M là điểm trên cạnh AC và đặt

$AM = x, (0 < x < a\sqrt{2})$. Mặt phẳng (α) qua M, song song với BD và vuông góc với (ABCD)

a) Xác định vị trí điểm M để thiết diện của hình chóp S.ABCD và mặt phẳng (α) có diện tích lớn nhất

b) Khi $x = \frac{\sqrt{3}a}{2}$, thì thiết diện chia khối chóp S.ABCD thành hai phần có thể tích là V_1, V_2

(V_1 là thể tích khối chóp gồm đỉnh S và thiết diện). Tính tỷ số $\frac{V_1}{V_2}$

Câu 4 (2,0 điểm). Cho lăng trụ đứng ABC.A'B'C' đáy là tam giác cân tại A và $\widehat{BAC} = \alpha$. Gọi M là trung điểm của AA'. Mặt phẳng (C'MB) tạo với đáy (ABC) góc β . Xác định hệ thức giữa α và β để C'MB là tam giác vuông.

Câu 5 (2,0 điểm). Cho số thực $x, y, z \in (0; 1]$ thoả mãn $x + y \geq 1 + z$.

Tìm giá trị nhỏ nhất $P = \frac{x}{y+z} + \frac{y}{z+x} + \frac{z}{xy+z^2}$

.....**Hết**.....



