

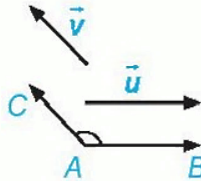
MỤC LỤC

		1
 BÀI 5. TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTƠ		2
		①. Tóm tắt kiến thức
2		
		②. Phân dạng toán cơ bản
3		
	•Dạng ①: Góc giữa hai vectơ.....	3
	•Dạng ②: Tính tích vô hướng của hai vectơ.....	4
		③. Dạng toán rèn luyện
5		
	•Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....	5
	•Dạng ②: Câu trắc nghiệm đúng, sai.....	10
	•Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....	16

A. Tóm tắt kiến thức

1. Định nghĩa góc giữa hai vector:

- Cho hai vector u và v khác vector 0 . Từ một điểm A tùy ý, vẽ các vector $\overrightarrow{AB} = u$ và $\overrightarrow{AC} = v$. Khi đó số đo của góc BAC được gọi là số đo của góc giữa hai vector u, v , kí hiệu là (u, v) .



Chú ý

- Quy ước rằng góc giữa hai vector u và 0 có thể nhận một giá trị tùy ý từ 0° đến 180° .
- Nếu $(u, v) = 90^\circ$ thì ta nói rằng u và v vuông góc với nhau, kí hiệu là $u \perp v$ hoặc $v \perp u$.
- Đặc biệt vector 0 được coi là vuông góc với mọi vector.

2. Tích vô hướng của hai vector khác vector-không u và v là một số, kí hiệu là $u \cdot v$ được xác định bởi công thức sau:

$$u \cdot v = |u| \cdot |v| \cdot \cos(u, v).$$

Chú ý

- $u \perp v \Leftrightarrow u \cdot v = 0$. hoặc $v \perp u$.
- Tích $u \cdot u$ còn được viết là u^2 và được gọi là **bình phương vô hướng** của u .
- Ta có $u^2 = |u| \cdot |u| \cdot \cos 0^\circ = |u|^2$.
- Tích vô hướng của hai vector $u(x; y)$ và $v(x'; y')$ được tính theo công thức:

$$u \cdot v = x \cdot x' + y \cdot y'$$

3. Biểu thức tọa độ và tính chất của tích vô hướng

- Tích vô hướng của hai vector $u(x; y)$ và $v(x'; y')$ được tính theo công thức:

$$u \cdot v = x \cdot x' + y \cdot y'$$

Tính chất

- ✓ Với ba vectơ $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ bất kì và mọi số thực k ta có:
- ✓ $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$ (tính chất giao hoán);
- ✓ $\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w}$ (Tính chất phân phối đối với phép cộng);
- $(k\vec{u}) \cdot \vec{v} = k(\vec{u} \cdot \vec{v}) = \vec{u} \cdot (k\vec{v})$.

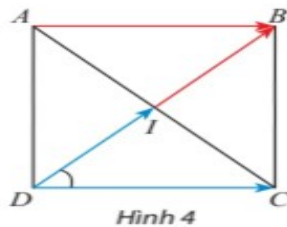
B. Phân dạng toán cơ bản

•Dạng ①: Góc giữa hai vectơ.

Các ví dụ minh họa

Câu 1: Cho hình vuông $ABCD$ có tâm I là giao điểm của hai đường chéo. Tìm các góc:

- a) $(\vec{IB}, \vec{AB})$; b) $(\vec{IB}, \vec{AI})$; c) $(\vec{IB}, \vec{DB})$; d) $(\vec{IA}, \vec{IC})$

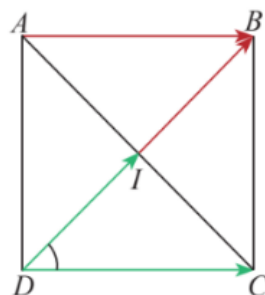


Hình 4

Câu 2: Cho tam giác đều ABC . Tính $\cos(\vec{AB}, \vec{AC}) + \cos(\vec{BA}, \vec{BC}) + \cos(\vec{CB}, \vec{CA})$

Câu 3: Cho tam giác đều ABC có đường cao AH . Tính $(\vec{AH}, \vec{BA})$.

Câu 4: Cho hình vuông $ABCD$ có tâm I , (Hình 1).



Hình 1

a) Tính $\widehat{IDC}$.

b) Tìm hai vectơ cùng có điểm đầu là D và điểm cuối lần lượt là I và C

c) Tìm hai vectơ có điểm đầu là D và lần lượt bằng vectơ $\overrightarrow{IB}$ và $\overrightarrow{AB}$

Câu 5: Cho tam giác ABC đều. Giá trị $\sin(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC})$ là

Câu 6: Tam giác ABC vuông ở A và có $BC = 2AC$. Tính $\cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB})$.

•Dạng 2: Tính tích vô hướng của hai vectơ.

☞ Các ví dụ minh họa

Câu 7: Cho tam giác ABC vuông cân tại A và $AB = 4 \text{ cm}$.

a) Tính độ dài cạnh huyền BC .

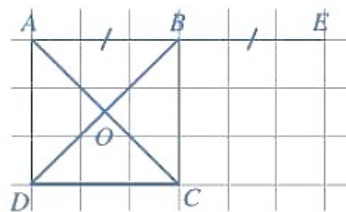
b) Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}; \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$

Câu 8: Cho hình vuông $ABCD$ tâm O có độ dài cạnh bằng a . Tính:

a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{OC}$

b) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD}$

c) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{OD}$



Hình 66

Câu 9: Cho đoạn thẳng AB và I là trung điểm của AB . Chứng minh rằng với mỗi điểm O ta có:

a) $\overrightarrow{OI} \cdot \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{OI} \cdot \overrightarrow{IB} = 0$;

b) $\overrightarrow{OI} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2} \cdot (\overrightarrow{OB}^2 - \overrightarrow{OA}^2)$;

Câu 10: Cho tam giác ABC vuông tại A . Tính: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$.

Câu 11: Cho hai vectơ a, b có $|a| = |b| = 2a$ và góc giữa hai vectơ đó bằng 45° . Khi đó $a \cdot b$ bằng

Câu 12: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 8, AD = 5$. Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD}$.

©. Dạng toán rèn luyện

•Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Cho tam giác ABC vuông cân tại A , $AB = 1$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -1$. B. $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 1$. C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$. D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CB} = -1$.

Câu 2: Cho $\triangle ABC$ đều cạnh a . Giá trị của tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ là

- A. $2a$. B. $\frac{1}{2}a^2$. C. a^2 . D. $-\frac{1}{2}a^2$.

Câu 3: Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng a . Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

- A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{\sqrt{3}}{2}a^2$. B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}a^2$.

- C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -\frac{1}{2}a^2$. D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = a^2$.

Câu 4: Cho tam giác đều ABC cạnh bằng a . Giá trị $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$ bằng

- A. $\frac{a^2}{2}$. B. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. C. $-\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. D. $-\frac{a^2}{2}$.

Câu 5: Cho tam giác ABC đều có độ dài các cạnh bằng 6 . Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

- A. 18 . B. -18 . C. -6 . D. 6 .

Câu 6: Cho hình vuông $ABCD$ có độ dài cạnh bằng 2 . Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$.

- A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$. B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 4$. C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$. D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = -4$.

Câu 7: Cho tam giác ABC vuông tại A có $\angle B = 30^\circ, AC = 2$. Gọi M là trung điểm của BC . Tính giá trị của biểu thức $P = \vec{AM} \cdot \vec{BM}$.

- A. $P = -2$. B. $P = 2\sqrt{3}$. C. $P = 2$. D. $P = -2\sqrt{3}$.

Câu 8: Cho tam giác ΔABC đều cạnh a . Tích vô hướng $\vec{AB} \cdot \vec{BC}$ bằng:

- A. a^2 . B. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. C. $-\frac{a^2}{2}$. D. $\frac{a^2}{2}$.

Câu 9: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Tích vô hướng $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ bằng:

- A. a^2 . B. $a^2\sqrt{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}a^2$. D. $\frac{1}{2}a^2$.

Câu 10: Cho tam giác ABC có $\angle A = 90^\circ, \angle B = 60^\circ$ và $AB = a$. Khi đó $\vec{AC} \cdot \vec{CB}$ bằng

- A. $-2a^2$. B. $2a^2$. C. $3a^2$. D. $-3a^2$.

Câu 11: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng với mọi a và b ?

- A. $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| |\cos(a, b)|$. B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| |\vec{b}|$.
C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}|$. D. $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}|$.

Câu 12: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 2 . Khi đó $\vec{AB} \cdot \vec{CA}$ bằng

- A. -4 . B. 4 . C. $2\sqrt{2}$. D. $-2\sqrt{2}$.

Câu 13: Cho tam giác ABC vuông ở A và góc $\angle B = 30^\circ$. Tính giá trị của $\sin(\vec{AB}, \vec{AC}) + \cos(\vec{BC}, \vec{BA})$.

A. $\frac{1+3\sqrt{3}}{2}$.
 B. $\frac{2+\sqrt{5}}{4}$.
 C. $\frac{3\sqrt{2}}{5}$.
 D. $\frac{2+\sqrt{3}}{2}$.

Câu 14: Cho tam giác ABC vuông tại A và góc $\angle ABC = 30^\circ$. Xác định góc giữa hai vectơ $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB})$.

A. 60° .
 B. 120° .
 C. -30° .
 D. 30° .

Câu 15: Cho tam giác đều ABC . Tính góc $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC})$.

A. 120° .
 B. 60° .
 C. 30° .
 D. 150° .

Câu 16: Cho tam giác ABC đều có trọng tâm G và H là trung điểm của BC . Xác định $\cos(\overrightarrow{GB}; \overrightarrow{GH})$.

A. $\frac{1}{2}$.
 B. $-\frac{1}{2}$.
 C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.
 D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 17: Cho tam giác ABC đều, tâm O , M là trung điểm của BC . Góc $(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{AB})$ bằng

A. 150° .
 B. 30° .
 C. 120° .
 D. 60° .

Câu 18: Cho tam giác ABC tìm $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}) + (\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AB})$.

A. 90° .
 B. 180° .
 C. 270° .
 D. 360° .

Câu 19: Cho tam giác ABC đều. Giá trị $\sin(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC})$ là

A. $\frac{1}{2}$.
 B. $-\frac{1}{2}$.
 C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.
 D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 20: Cho tam giác ABC với $\angle A = 60^\circ$. Tính tổng $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA})$.

- A. 120° . B. 360° . C. 270° . D. 240° .

Câu 21: Cho tam giác đều ABC . Tính $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) + \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) + \cos(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CA})$.

- A. $\frac{3}{2}$. B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $-\frac{3}{2}$.

Câu 22: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$ và AM là trung tuyến.

Tính tích vô hướng $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AM}$.

- A. $-a^2$. B. a^2 . C. $-\frac{a^2}{2}$. D. $\frac{a^2}{2}$.

Câu 23: Cho tam giác ABC đều cạnh bằng a , trọng tâm G . Tích vô hướng của hai vectơ $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CG}$ bằng

- A. $\frac{a^2}{\sqrt{2}}$. B. $-\frac{a^2}{\sqrt{2}}$. C. $\frac{a^2}{2}$. D. $-\frac{a^2}{2}$.

Câu 24: Cho tam giác đều ABC , $AB = a$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CA}$?

- A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CA} = -\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$. B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CA} = \frac{\sqrt{3}}{2}a^2$.
C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CA} = -\frac{1}{2}a^2$. D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CA} = \frac{1}{2}a^2$.

Câu 25: Cho $|a+b|=4$, $|a|=2$, $|b|=3$. Tính $|a-b|$.

- A. 3 . B. $\sqrt{10}$. C. $\sqrt{12}$. D. 2 .

Câu 26: Cho $\triangle ABC$ đều, $AB = 6$ và M là trung điểm của BC . Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{MA}$ bằng

A. -27 . B. 27 . C. 18 . D. -18 .

Câu 27: Cho tam giác ABC có $AB = 2$ cm, $BC = 4$ cm, $CA = 5$ cm. Tính $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$.

A. $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 37$. B. $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = \frac{37}{2}$.

C. $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = \frac{37}{20}$. D. $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = -\frac{37}{2}$.

Câu 28: Cho $|a| = 2$, $|b| = 3$, $|a + 2b| = 5$. Tìm $|3a - b|$.

A. 135 . B. 11 . C. $\frac{3\sqrt{30}}{2}$. D. 45 .

Câu 29: Cho tam giác ABC đều cạnh a . Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$?

A. $\frac{\sqrt{3}a^2}{2}$. B. $-\frac{\sqrt{3}a^2}{2}$. C. $\frac{a^2}{2}$. D. $-\frac{a^2}{2}$.

Câu 30: Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng $4a$. Tích vô hướng của hai vectơ $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{AB}$ được tính theo a là:

A. $8a^2$. B. $8a$. C. $8\sqrt{3}a^2$. D. $8\sqrt{3}a$.

Câu 31: Cho hình vuông $ABCD$ tâm O , cạnh bằng a . Tìm mệnh đề **sai**:

A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = a^2$. B. $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$. C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AO} = \frac{a^2}{2}$. D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BO} = \frac{a^2}{2}$.

Câu 32: Cho hình vuông $ABCD$ tâm O cạnh bằng $2a$. Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{OD}$ bằng

A. $2a^2$. B. $2a^2\sqrt{2}$. C. $-2a^2\sqrt{2}$. D. $-2a^2$.

Câu 33: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, có trọng tâm G , $AC = a\sqrt{3}$; $BC = 2a$, M là trung điểm

Câu 34: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$, $AC = 2a$. Tính góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{CA}$ và $\overrightarrow{DC}$.

- A. 60° . B. 45° . C. 150° . D. 120° .

Câu 35: Cho tam giác ABC vuông ở A . Góc $\angle ABC = 60^\circ$, tìm góc giữa hai vectơ $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC})$

- A. 30° . B. 60° . C. 90° . D. 120° .

Câu 36: Cho tam giác đều ABC . Tính $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{CB})$

- A. 60° . B. 120° . C. 90° . D. 180° .

Câu 37: Cho hình vuông $ABCD$ tâm O . Góc $(\overrightarrow{CO}, \overrightarrow{BA})$ có giá trị là

- A. 45° . B. 145° . C. 135° . D. 30° .

Câu 38: Cho hình vuông $ABCD$ tâm O . Góc $(\overrightarrow{CO}, \overrightarrow{BA})$ có giá trị là

- A. 45° . B. 145° . C. 135° . D. 30° .

Câu 39: Cho tam giác ABC vuông tại A , biết $\angle B = 50^\circ$. Kẻ đường cao AH ($H \in BC$), đường phân giác trong của góc C là CK ($K \in AB$). Xác định góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AH}$ và $\overrightarrow{CK}$.

- A. 110° . B. 120° . C. 100° . D. 90° .

•Dạng ②: Câu trắc nghiệm đúng, sai

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các vector $a = (-2; 3), b = (4; 1)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề

Đúng Sai

a) $a(a - b) = 12$

b) $(a + b)(2a - b) = 4$

c) Vector $c = mi + j$ vuông góc với a khi $m = \frac{3}{2}$

d) Tọa độ vector d sao cho $a.d = 4, b.d = -2$ bằng $\left(-\frac{5}{7}; \frac{6}{7}\right)$

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các vector $a = (2; 5), b = (3; -7), c = (1; 1)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề

Đúng Sai

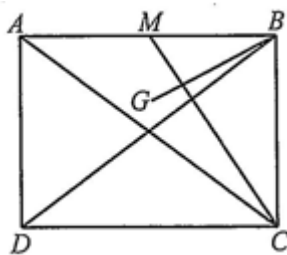
a) $a.b = 29$

b) $(a, b) = 15^\circ$

c) $(a, c) \approx 23,1986^\circ$

d) Để $d = (4x + 1)i + (x + 4)j$ tạo với vector c một góc 45° thì $x = -\frac{1}{4}$.

Câu 3. Cho hình chữ nhật $ABCD, AB = 4a, AD = 3a$. Gọi M là trung điểm của AB, G là trọng tâm tam giác ACM (Hình).



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề

Đúng Sai

a) $\vec{CM} = \frac{1}{2}\vec{BA} - 3\vec{BC}$

b) $\vec{BG} = \frac{3}{2}\vec{BA} + \frac{1}{3}\vec{BC}$.

c) $\vec{BC} \cdot \vec{BA} = 0$

d) $\vec{BG} \cdot \vec{CM} = -a^2$.

Câu 4. Cho hai vectơ a, b thỏa mãn $|a|=3, |b|=4, (a, b) = 150^\circ$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề

Đúng Sai

a) $a \cdot b = -6\sqrt{3}$

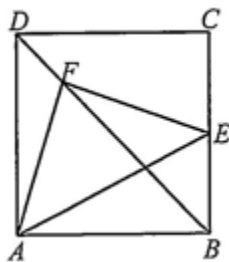
b) $(a+b) \cdot (a-b) = 7$.

c) $(3\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - 2\vec{b}) = -5 + 30\sqrt{3}$

d) $(3\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - 2\vec{b}) = 5 + 30\sqrt{3}$

Câu 5. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Lấy E là trung điểm của BC , điểm F thỏa mãn

$$\vec{BF} = \frac{3}{4}\vec{BD}$$



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề

Đúng Sai

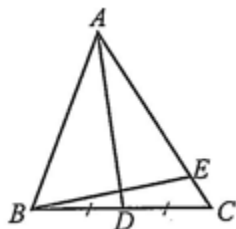
a) $\vec{AE} = \vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AD}$

b) $\vec{AF} = \frac{1}{4}\vec{AB} + \frac{5}{4}\vec{AD}$.

c) $\overrightarrow{EF} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}.$

d) Tam giác AEF vuông cân.

Câu 6. Cho tam giác ABC có $AB = 4\sqrt{2}, AC = 6, \angle BAC = 45^\circ$. Gọi D là trung điểm của đoạn thẳng BC . Điểm E thỏa mãn $\overrightarrow{AE} = k\overrightarrow{AC} (k \in \mathbb{R})$ (Hình). Các mệnh đề sau đúng hay sai?



Mệnh đề

Đúng Sai

a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 20$

b) $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

c) $BC = 3\sqrt{5}$

d) $AD \perp BE$ khi $k = \frac{14}{15}$

Câu 7. Cho tam giác ABC đều, đường cao AH . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề

Đúng Sai

a) $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = 30^\circ$

b) $(\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{CB}) = 90^\circ$

c) $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{BC}) = 120^\circ$

d) $(\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{BA}) = 130^\circ$

Câu 8. Cho hình thoi $ABCD$ có cạnh bằng 2 và góc B bằng 60° . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề

Đúng Sai

a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 60^\circ$

b) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DA} = 30^\circ$

c) $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DC} = 3$

d) $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{BA} = -3$

Câu 9. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = a, BC = 2a$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề

Đúng Sai

a) $\angle ACB = 60^\circ$

b) $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = a^2$

c) $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} = 3a^2$.

d) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{AB} = -4a^2$

Câu 10. Cho hình vuông $ABCD$ tâm O , có cạnh a . Biết M là trung điểm của AB , G là trọng tâm tam giác ADM . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề

Đúng Sai

a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CA} = a^2$

b) $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{a^2}{3}$

c) $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{a^2}{2}$

d) $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD})(\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BC}) = a^2$

Câu 11. Cho hình vuông $ABCD$ tâm O , cạnh bằng a . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề

Đúng Sai

a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DC} = 2a^2$

b) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{OC} = a^2$

c) $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{OC} = -a^2$

d) $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) \cdot (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD}) = a^2$

Câu 12. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B , biết $\overrightarrow{AD} = a, \overrightarrow{BC} = 3a$ và cạnh $\overrightarrow{AB} = 2a$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề

Đúng Sai

a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = -4a^2$

b) $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BD} = 2a^2$

c) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = -2a^2$

d) Gọi I, J lần lượt là trung điểm của $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$. Khi đó $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{IJ} = 6a^2$

Câu 13. Cho tam giác đều ABC , đường cao AH . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề

Đúng Sai

a) $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = 60^\circ$

b) $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = 120^\circ$

c) $(\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{BC}) = 90^\circ$

d) $(\overrightarrow{HA}, \overrightarrow{AB}) = 120^\circ$

Câu 14. Cho tam giác ABC đều có cạnh a , có trọng tâm G . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề

Đúng Sai

a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{a^2}{2}$

b) $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{a^2}{4}$

c) $\angle AGB = 120^\circ$

d) $\vec{AG} \cdot \vec{GC} = \frac{a^2}{6}$

Câu 15. Cho tam giác ABC có $AB = 2a, AC = 3a, \angle BAC = 60^\circ$. Gọi I là trung điểm đoạn thẳng BC . Điểm J thuộc đoạn AC thỏa mãn: $12AJ = 7AC$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề

Đúng Sai

a) $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 4a^2$

b) $\vec{AI} = \frac{3}{2} \vec{AB} + \frac{3}{2} \vec{AC}$

c) $\vec{BJ} = -\vec{AB} + \frac{7}{12} \vec{AC}$

d) $AI \perp BJ$

•Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1. Cho hình thang vuông $ABCD$ có đáy lớn $AB = 8a$; đáy nhỏ $CD = 4a$; đường cao $AD = 6a$; I là trung điểm của AD . Tính $(\vec{IA} + \vec{IB}) \cdot \vec{ID}$.

Trả lời:.....

Câu 2. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = a, AC = 2\sqrt{3}a$ và AM là trung tuyến. Tính tích vô hướng $\vec{BA} \cdot \vec{AM}$.

Trả lời:.....

Câu 3. Cho $A(1;2)$ và $B(-1;3)$. Cho điểm $P(0,b)$.

Tính $\cos \angle APB$ theo tung độ của P .

Trả lời:.....

Câu 4. Cho tam giác ABC , trung tuyến AM . Khi đó $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = AM^2 - kBC^2$. Vậy $k = ?$

Trả lời:.....

Câu 5. Cho hình vuông $ABCD$; E là trung điểm của AB , F là điểm sao cho $\frac{AF}{AD} = \frac{1}{3}$. Xác định vị trí của điểm M trên đường thẳng BC sao cho $\angle FEM = 90^\circ$.

Trả lời:.....

Câu 6. Cho tam giác ABC cân tại A ; M là trung điểm của BC , H là hình chiếu của M trên AC ; E là trung điểm của MH . Tính $\frac{AE}{BH}$.

Trả lời:.....

Câu 7. Cho tam giác ABC có $BC = a, CA = b, AB = c$. Biết M là trung điểm của BC .

Tính AM^2 ?

Trả lời:.....

Câu 8. Cho nửa đường tròn đường kính AB . Biết rằng AC và BD là hai dây thuộc nửa đường tròn cắt nhau tại E . Tính $\frac{AE}{AC} + \frac{BE}{BD}$ biết $AB = 2$.

Trả lời:.....

Câu 9. Cho hình vuông $ABCD$, điểm M nằm trên đoạn thẳng AC sao cho $\frac{AM}{AC} = \frac{1}{4}$. Gọi N là trung điểm CD . Khi đó BMN là tam giác vuông cân tại đỉnh nào?

Trả lời:.....

Câu 10. Cho tam giác ABC cân tại A . Gọi H là trung điểm của BC , D là hình chiếu của H trên AC , M là trung điểm của HD . Tính $\frac{AM}{BD}$.

Trả lời:.....

Câu 11. Cho hai điểm A, B cố định có khoảng cách bằng a . Tập hợp điểm M sao cho:

$$\frac{MA}{MB} = \frac{3a^2}{4}$$

là đường tròn có bán kính bằng bao nhiêu?

Trả lời:.....

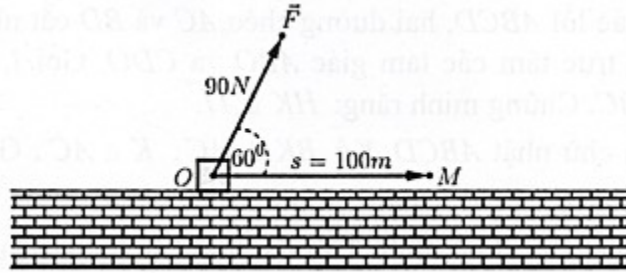
Câu 12. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a và số thực k . Tập hợp điểm M sao cho

$$\frac{MA}{MC} + \frac{MB}{MD} = k$$

là đường tròn có bán kính bằng bao nhiêu?

Trả lời:.....

Câu 13. Một người dùng một lực F có độ lớn $90N$ làm một vật dịch chuyển một đoạn $100m$. Biết lực F hợp với hướng dịch chuyển một góc 60° . Tính công sinh ra bởi lực F .



Trả lời:.....

Câu 14. Cho tứ giác lồi $ABCD$, hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O . Gọi H và K lần lượt là trực tâm các tam giác ABO và CDO . Gọi I, J lần lượt là trung điểm AD và BC . Tính $\overrightarrow{HK} \cdot \overrightarrow{IJ}$?

Trả lời:.....

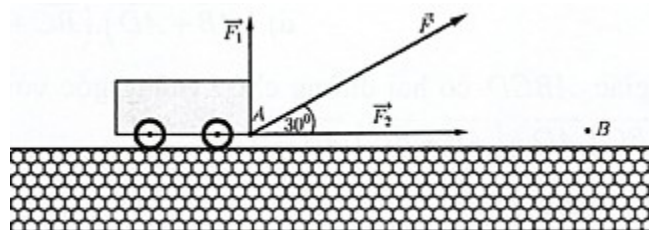
Câu 15. Cho hình chữ nhật $ABCD$. Kẻ $BK \perp AC, K \in AC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AK và CD . Tìm số đo góc $\widehat{BMN}$.

Trả lời:.....

Câu 16. Cho đoạn $AB = 20$. Tồn tại điểm M sao cho $T = 3MA^2 + 2MB^2$ đạt giá trị bé nhất $T_{\min}$. Tính giá trị $T_{\min}$?

Trả lời:.....

Câu 17. Một chiếc xe được kéo bởi một lực F có độ lớn $50N$, di chuyển theo quãng đường từ A đến B có chiều dài $200m$. Cho biết góc hợp bởi lực F và $\overrightarrow{AB}$ bằng 30° và lực F được phân tích thành hai lực F_1, F_2 . Tính công sinh ra bởi các lực F, F_1, F_2 ?



Trả lời:.....

Câu 18. Cho tam giác ABC vuông tại A có cạnh $AC = 7cm$ và $BC = 14cm$.

Tính cosin của góc giữa hai vector $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{CB}$.

Trả lời:.....

Câu 19. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh bằng 3. Trên cạnh AB lấy điểm M sao cho $BM = 1$, trên cạnh CD lấy điểm N sao cho $DN = 1$ và P là trung điểm BC . Tính $\cos \angle MNP$.

Trả lời:.....

Câu 20. Cho tam giác ABC . Gọi M, N, E lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Tính: $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BN} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CE} \cdot \overrightarrow{AB}$.

Trả lời:.....

Câu 21. Cho tam giác đều ABC cạnh a nội tiếp đường tròn (O) bán kính R, M là điểm bất kỳ nằm trên đường tròn (O) . Tính $MA^2 + MB^2 + MC^2$.

Trả lời:.....

Câu 22. Cho tam giác ABC vuông tại A , trên hai cạnh AB và AC lần lượt lấy hai điểm B' và C' sao cho $AB \cdot AB' = AC \cdot AC'$. Gọi M là trung điểm của BC . Tính $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{B'C'}$.

Trả lời:.....

Câu 23. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$ và $AD = a\sqrt{2}$. Gọi K là trung điểm của cạnh AD . Tính $\overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{AC}$.

Trả lời:.....

Câu 24. Cho hai vector a và b . Biết $|a| = 2, |b| = \sqrt{3}$ và $(a, b) = 120^\circ$. Tính $|a + b|$.

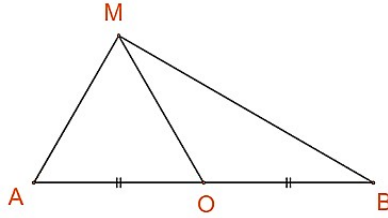
Trả lời:.....

Câu 25. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh bằng a . Tập hợp điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MD} = a^2$ là đường tròn bán kính $R = ?$.

Trả lời:.....

Câu 26. Hai chiếc tàu thủy P và Q trên biển cách nhau $100m$ và thẳng hàng với chân A của tháp hải đăng AB ở trên bờ biển. Từ P và Q người ta nhìn chiều cao AB của tháp dưới các góc $\angle BPA = 15^\circ$ và $\angle BQA = 55^\circ$. Tính chiều cao của tháp (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 36: Cho đoạn thẳng AB có O là trung điểm và cho điểm M tùy ý. Chứng minh rằng: $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = MO^2 - OA^2$.



một đoạn 100 m. Biết lực F hợp với hướng dịch chuyển một góc 60° . Tính công sinh bởi lực F .

Câu 38: Tính $a \cdot b$ trong mỗi trường hợp sau:

a) $|\vec{a}|=3, |\vec{b}|=4, (\vec{a}, \vec{b})=30^\circ$

b) $|\vec{a}|=5, |\vec{b}|=6, (\vec{a}, \vec{b})=120^\circ$

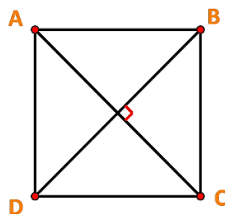
c) $|\vec{a}|=2, |\vec{b}|=3, \vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng hướng.

d) $|\vec{a}|=2, |\vec{b}|=3, \vec{a}$ và $\vec{b}$ ngược hướng

Câu 39: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Tính các tích vô hướng sau:

a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$

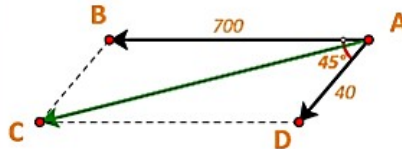
b) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}$



Câu 40: Cho tam giác ABC . Chứng minh: $AB^2 + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CA} = 0$

Câu 41: Cho hai vectơ có độ dài lần lượt là 3 và 4 và có tích vô hướng là -6. Tính góc giữa hai vectơ đó.

Câu 42: Một máy bay đang bay từ hướng đông sang hướng tây với tốc độ 700 km/h thì gặp luồng gió thổi từ hướng đông bắc sang hướng tây nam với tốc độ 40 km/h (Hình 68). Máy bay bị thay đổi vận tốc sau khi gặp gió thổi. Tìm tốc độ mới của máy bay (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm theo đơn vị km/h .)



Câu 43: Cho tam giác nhọn ABC , kẻ đường cao AH . Chứng minh rằng:

- a) $AB \cdot AH = AC \cdot AH$ b) $AB \cdot BC = HB \cdot BC$

Câu 44: Cho tam giác ABC có $AB = 2, AC = 3, \angle BAC = 60^\circ$. Gọi M là trung điểm của đoạn

thẳng BC . Điểm D thỏa mãn $AD = \frac{7}{12} AC$.

- a) Tính $AB \cdot AC$
 b) Biểu diễn AM, BD theo AB, AC
 c) Chứng minh $AM \perp BD$.

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>