

Bài 1.

Cho $x, y, z > 0$. Chứng minh rằng:

$$\frac{(x+1)(y+1)^2}{3\sqrt[3]{z^2x^2}+1} + \frac{(y+1)(z+1)^2}{3\sqrt[3]{x^2y^2}+1} + \frac{(z+1)(x+1)^2}{3\sqrt[3]{y^2z^2}+1} \geq x+y+z+3.$$

Bài 2.

Cho đa thức $P(x)$ với hệ số nguyên và $k \leq 6 \in \mathbb{N}$. Giả sử $x_1; x_2; \dots; x_k$ với $x_1 < x_2 < \dots < x_k$ là các số nguyên thỏa mãn: $1 \leq P(x_i) \leq k-1, \forall i = 1; 2; \dots; k$.

Chứng minh rằng: $P(x_1) = P(x_2) = \dots = P(x_k)$.

Bài 3.

Cho tam giác ABC có $BC > AB > CA$ và $\cos A + \cos B + \cos C = \frac{11}{8}$.

Lấy điểm X trong đoạn BC và điểm Y trên tia AC sao cho: $BX = AY = AB$.

1) Chứng minh rằng: $AB = 2XY$.

2) Giả sử Z là một điểm trên cung AB không chứa điểm C của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC sao cho $ZC = ZA + ZB$. Hãy tính tỉ số: $\frac{ZC}{XC + YC}$.

Bài 4.

Giả sử c là một số nguyên dương. Xét dãy số $\{U_n\}_{n=1}^{\infty}$ cho bởi:

$$U_1 = 1; U_2 = c; U_n = (2n+1)U_{n-1} - (n^2-1)U_{n-2}; \forall n \geq 3.$$

Hãy tìm c sao cho: $U_i \vdots U_j; \forall i \geq j \geq 1$.

Bài 5.

Có thể xếp được hay không các số tự nhiên từ 1 đến n^2 với $n \geq 2$ vào các ô của bảng vuông sao cho đối với bất kì một số nào của bảng thì trong các số ở trên cùng hàng và cùng cột với số đó luôn luôn có thể chọn được ba số mà một trong ba số này bằng tích của hai số còn lại.

———— Hết ————