|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **TỈNH LẠNG SƠN**  **ĐỀ THI CHÍNH THỨC** | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH**  LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2018-2019  MÔN THI: **TOÁN**  **Ngày thi: 23/3/2019** |

**Câu 1.** Cho biểu thức 

1. Rút gọn biểu thức 
2. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức 

**Câu 2.** Cho phương trình: 

1. Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m
2. Tìm nguyên dương để phương trình đã cho có hai nghiệm sao cho đạt giá trị nguyên

**Câu 3.**

1. Giải phương trình: 
2. Tìm tất cả các cặp nguyên thỏa mãn 

**Câu 4.** Cho tam giác nhọn nội tiếp trong đường tròn các đường cao cắt nhau tại 

1. Gọi là giao điểm của và là giao điểm của và (O) với Chứng minh tứ giác nội tiếp và 
2. Chứng minh rằng đường thẳng đi qua trung điểm của 
3. Gọi là điểm trên đoạn thẳng sao cho Chứng minh rằng các đường tròn ngoại tiếp hai tam giác và tiếp xúc với nhau.

**Câu 5.** Cho đa giác đều 30 đỉnh. Chứng minh rằng trong các đỉnh đó, bất kỳ một bộ gồm có 9 đỉnh nào đều chứa 4 đỉnh tạo nên một hình thang cân.

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1.**

1. Ta có:



1. Ta có: 

Vì nên áp dụng bất đẳng thức Cô si ta có:



Đẳng thức xảy ra khi Vậy khi 

**Câu 2.**

1. Ta có: 

Phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của 

1. Áp dụng định lý Vi-et ta có:



 nguyên nguyên 

Mà nguyên dương nên 

**Câu 3.**

1. Điều kiện:

Đặt đi đến phương trình:

Giải phương trình này được nghiệm 



Kết hợp điều kiện, phương trình đã cho có 2 nghiệm: 

1. Ta có:







Vậy phương trình có các cặp nguyên là 

**Câu 4.**

****

1. Ta có:tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính 

Ta có tứ giác nội tiếp 

Vì tứ giác nội tiếp 

Từ (1), (2)tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính 

Do đó :

1. Gọi là giao điểm của và Vì là đường kính.

Ta có:

Ta có:

Từ (3) và (4)là hình bình hành nên đi qua trung điểm của 

1. Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông và chú ý nội tiếp nên 

Do đó, nên là tiếp tuyến của đường tròn 

Hơn nữa, nên suy ra  nội tiếp, do đó:nên , tức là là tiếp tuyến của 

Vậy tiếp xúc với vì có là tiếp tuyến chung.

**Câu 5.**

Ta gọi các cạnh song song với nhau là cùng một hướng. Chú ý rằng hai cạnh hoặc hai đường chéo son song với nhau tạo thành một hình thang cân.

Ta thấy rằng một đa giác đều cạnh gồm có hướng (cụ thể như trên hình vẽ thì cùng một hướng, trong khi đó khác hướng



Với mỗi bộ gồm có đỉnh sẽ sinh ra đoạn thẳng, nếu số đoạn thẳng này lớn hơn thì sẽ có ít nhất hai cạnh có cùng một hướng nên chúng tạo thành hình thang cân.

Do đó, điều kiện để điểm có thể chứa bốn điểm tạo thành hình thang cân nếu



Bây giờ áp dụng bài toán cho ta suy ra , nên cứ 9 đỉnh thì sẽ có 4 đỉnh tạo thành hình thang cân