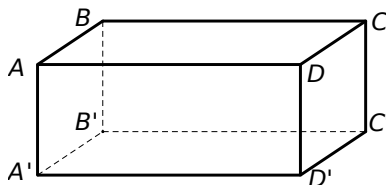


ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ 1
TOÁN LỚP 12 - ĐỀ SỐ 08

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong không gian cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (như hình vẽ). Khẳng định nào sau đây là **sai**?



- A. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$. C. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{C'B'}$. D. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B'C'}$.

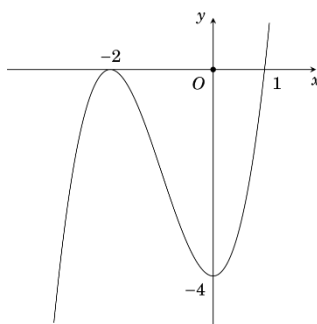
Câu 2: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$. Cho vec-tơ $u = 2i + k$. Tọa độ của vec-tơ u là:

- A. $u = (2; 0; 1)$. B. $u = (2; 1; 0)$. C. $u = (2; 0; 0)$. D. $u = (2; 1; 1)$.

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$. Cho hai điểm $M(2; 1; 2)$ và $N(4; 5; -6)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng MN là

- A. $I(6; 6; -4)$. B. $I(3; 3; -2)$. C. $I(2; 4; -8)$. D. $I(-2; -4; 8)$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là hình vẽ bên dưới.



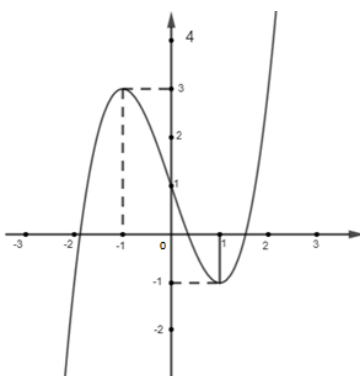
Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm nào?

- A. $x = 0$. B. $x = -4$. C. $x = 1$. D. $x = -2$.

Câu 5: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x + 6}{x - 2}$ là đường thẳng

- A. $x = 3$. B. $x = 2$. C. $x = -3$. D. $x = -2$.

Câu 6: Đồ thị sau đây là của hàm số nào



A. $y = \frac{x^3}{3} - x + 1$. B. $y = -x^3 + 3x - 1$. C. $y = 2x^3 - 6x + 1$. D. $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 7: Cho hàm số $y = \sin^3 x - 3\sin x + 1$ xét trên $[0; \pi]$. Giá trị lớn nhất của hàm số bằng

A. 0 . B. 2 . C. 1 . D. -1 .

Câu 8: Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ	[14;15)	[15;16)	[16;17)	[17;18)	[18;19)
Số con hổ	1	3	8	6	2

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

A. [14;15) . B. [15;16) . C. [16;17) . D. [17;18) .

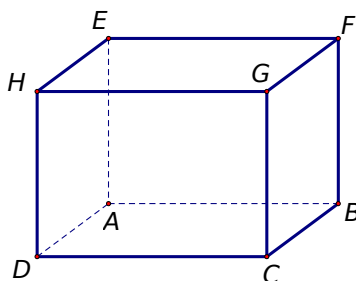
Câu 9: Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Qua thống kê quãng đường 20 ngày đi bộ (đơn vị: km) của bác Hương tính được phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là 0,1314. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là

A. 3,39 . B. 11,62 . C. 0,36 . D. 0,13 .

Câu 10: Trong 5 giây đầu tiên, một chất điểm chuyển động với vận tốc có phương trình là $v(t) = -3t^2 + 12t + 1$. Trong đó t tính bằng giây, s tính bằng mét. Chất điểm có vận tốc tức thời lớn nhất bằng bao nhiêu trong 5 giây đầu tiên đó?

A. 14 . B. 13 . C. 2 . D. 1 .

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$ cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ có cạnh a (như hình vẽ). Tính tích vô hướng của hai vec-tơ $\vec{BC}$ và $\vec{AH}$ là số nào?



A. a . B. $\frac{a^2}{2}$. C. a^2 . D. 1 .

Câu 12: Xét một chất điểm chuyển động dọc theo trục Ox . Tọa độ của chất điểm tại thời điểm t được xác định bởi hàm số $x(t) = t^3 - 6t^2 + 9t$ với $t \geq 0$. Khi đó $x'(t)$ là vận tốc của chất điểm tại thời điểm t , kí hiệu $v(t)$, và $v'(t)$ là gia tốc chuyển động của chất điểm tại thời điểm t , kí hiệu là $a(t)$. Trong khoảng thời gian nào vận tốc của chất điểm tăng?

A. $(2; +\infty)$. B. $(0; 2)$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(0; +\infty)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = x^3 \ln x$.

a) Tập xác định của hàm số $f(x)$ là $D = (0; +\infty)$.

b) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên $[1; e]$ là e^3 .

c) Hàm số $f(x)$ có đúng một điểm cực trị.

d) Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = \frac{1}{3e}$.

Câu 2: Trong không gian cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi I là tâm của hình vuông $ABCD$, gọi G là trọng tâm của tam giác $AB'C'$.

a) $AC' = AB + AD + AA'$

b) $AC' \perp BD = 0$

c) $BD' = 2BG$

d) Gọi M, N lần lượt là hai điểm trên AC và DC' sao cho $MN \parallel BD'$. Khi đó $\frac{MN}{BD'} = \frac{m}{n}$ (m, n nguyên tố cùng nhau) thỏa mãn $2m + 3n = 13$.

Câu 3: Bảng tần số ghép nhóm dưới đây thống kê số giờ tự học của các học sinh lớp 12A và 12B

Thời gian (giờ)	$[0; 1)$	$[1; 2)$	$[2; 3)$	$[3; 4)$	$[4; 5)$
Số học sinh nam	24	26	25	15	10
Số học sinh nữ	14	28	30	31	8

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tự học của các bạn nữ là 5.

b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tự học của các bạn nam xấp xỉ 1,019.

c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tự học của các bạn nam là 1,962.

d) Thông qua đối chiếu khoảng tứ phân vị của hai mẫu số liệu ghép nhóm ta thấy thời gian tự học của số học sinh nữ phân tán hơn thời gian tự học của số học sinh nam.

Câu 4: Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 18$). Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí: $C(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500$.

Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét.

Gọi $B(x)$ là doanh thu và $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lụa.

a) Biểu thức tính $B(x)$ theo x là $B(x) = 220x$ (nghìn đồng).

b) Biểu thức tính $L(x)$ theo x là $L(x) = -x^3 + 3x^2 + 220x + 500$ (nghìn đồng).

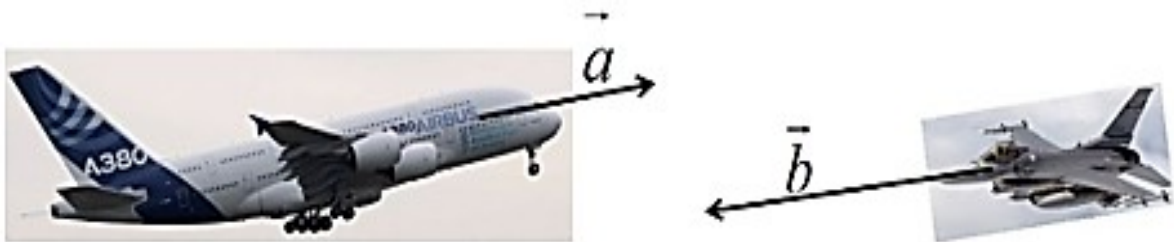
c) Hộ làm nghề dệt này cần sản xuất và bán ra mỗi ngày 10 mét vải lụa để thu được lợi nhuận tối đa

d) Lợi nhuận tối đa của hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm có thể đạt được là 1300 (nghìn đồng).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một cửa hàng trung bình bán được 120 cái Tivi mỗi tháng với giá 12 triệu đồng một cái. Chủ cửa hàng nhận thấy rằng, nếu giảm giá bán mỗi cái 500 ngàn đồng thì số lượng tivi bán ra sẽ tăng thêm 10 cái mỗi tháng. Hỏi cửa hàng nên bán với giá bao nhiêu để doanh thu cửa hàng là lớn nhất (tính theo đơn vị là triệu đồng)?

Câu 2: Với hệ tọa độ $Oxyz$ cho trước, biết một máy bay Airbus chở hành khách đang bay với véc tơ vận tốc $\vec{a}(300; -200; 400)$, đơn vị vận tốc là: km/h. Một máy bay quân sự B bay ngược chiều có tốc độ gấp 2 lần tốc độ của máy bay Airbus. Biết từ lúc bắt đầu gặp máy bay Airbus máy bay quân sự cách đích đến 250km . Tìm thời gian để đến đích của máy bay B (đơn vị giờ, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



Câu 3: Một doanh nghiệp tư nhân chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung vào chiến lược kinh doanh xe X với chi phí mua vào một chiếc xe X giá 30 triệu đồng và bán ra với giá 35 triệu đồng. Với giá bán này số lượng xe X mà khách hàng đã mua trong một năm là 400 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ xe X đang bán, doanh nghiệp dự định giảm giá bán. Bộ phận nghiên cứu thị trường ước tính nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc thì số lượng xe bán ra tăng thêm 100 chiếc mỗi năm. Hỏi theo đó giá bán mới mỗi chiếc xe X là bao nhiêu triệu đồng để thì lợi nhuận thu về nhiều nhất.

Câu 4: Người ta ghi lại tuổi thọ của một số con Ong được kết quả như bảng sau:

Tuổi thọ	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số lượng	5	12	23	31	29

Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(4; 3; 1)$, $B(3; 1; 3)$, $I(1; 2; -1)$; M là điểm thay đổi nhưng luôn cách điểm I một khoảng bằng 3 . Gọi m, n lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức $P = 2MA^2 - MB^2$. Tính giá trị $40.(m - n)$.

Câu 6: Theo dõi thời gian đi từ nhà đến trường của bạn A trong 35 ngày, ta có bảng số liệu sau: (đơn vị phút)

Lớp	$[19; 21)$	$[21; 23)$	$[23; 25)$	$[25; 27)$	$[27; 29]$	Cộng
Tần số	5	9	10	7	4	35

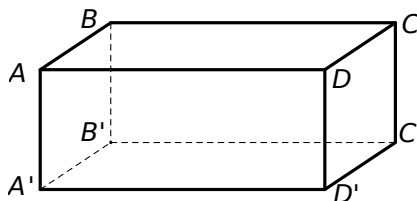
Tính phương sai của mẫu (chính xác đến hàng phần trăm).

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong không gian cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (như hình vẽ). Khẳng định nào sau đây là **sai**?



- A. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$. C. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{C'B'}$. D. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B'C'}$.

Lời giải

Theo quy tắc cộng 2 vec-tơ. A và D đúng.

Quy tắc hình bình hành. B đúng.

Câu 2: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$. Cho vec-tơ $u = 2i + k$. Tọa độ của vec-tơ u là:
 A. $u = (2; 0; 1)$. B. $u = (2; 1; 0)$. C. $u = (2; 0; 0)$. D. $u = (2; 1; 1)$.

Lời giải

vec-tơ $u = xi + yj + zk \Leftrightarrow u = (x; y; z)$.

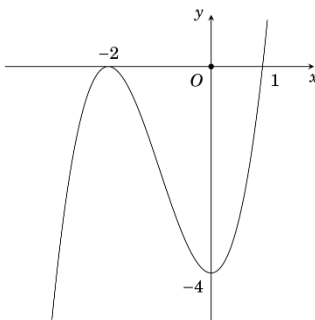
Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$. Cho hai điểm $M(2; 1; 2)$ và $N(4; 5; -6)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng MN là
 A. $I(6; 6; -4)$. B. $I(3; 3; -2)$. C. $I(2; 4; -8)$. D. $I(-2; -4; 8)$.

Lời giải

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_M + x_N}{2} = \frac{2+4}{2} = 3 \\ y_I = \frac{y_M + y_N}{2} = \frac{1+5}{2} = 3 \\ z_I = \frac{z_M + z_N}{2} = \frac{2+(-6)}{2} = -2 \end{cases} \Rightarrow I(3; 3; -2)$$

Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng MN là

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là hình vẽ bên dưới.



Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm nào?

- A. $x = 0$. B. $x = -4$. C. $x = 1$. D. $x = -2$.

Lời giải

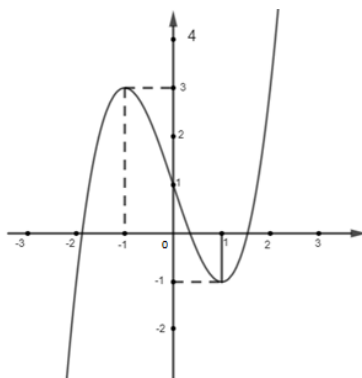
Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = -2$.

- Câu 5:** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+6}{x-2}$ là đường thẳng
A. $x = 3$ **B.** $x = 2$ **C.** $x = -3$ **D.** $x = -2$

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x+6}{x-2} = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x+6}{x-2} = -\infty$ nên đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận đứng.

- Câu 6:** Đồ thị sau đây là của hàm số nào



- A.** $y = \frac{x^3}{3} - x + 1$ **B.** $y = -x^3 + 3x - 1$ **C.** $y = 2x^3 - 6x + 1$ **D.** $y = x^3 - 3x + 1$

Lời giải

Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty) \Rightarrow a > 0 \Rightarrow$ Loại B

Hàm số đi qua điểm có tọa độ $(1; -1) \Rightarrow$ Loại A, C.

- Câu 7:** Cho hàm số $y = \sin^3 x - 3 \sin x + 1$ xét trên $[0; \pi]$. Giá trị lớn nhất của hàm số bằng
A. 0 **B.** 2 **C.** 1 **D.** -1

Lời giải

Đặt $t = \sin x, x \in [0; \pi] \Rightarrow t \in [0; 1]$

Bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = t^3 - 3t + 1$ trên $[0; 1]$.

$$y' = 3t^2 - 3 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \in [0; 1] \\ t = -1 \notin [0; 1] \end{cases}$$

$$\max_{[0; 1]} y = \max \{ y(0); y(1) \} = \max \{ 1; -1 \} = 1$$

- Câu 8:** Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ	[14;15)	[15;16)	[16;17)	[17;18)	[18;19)
Số con hổ	1	3	8	6	2

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

- A. [14;15) . B. [15;16) . C. [16;17) . D. [17;18) .

Lời giải

Ta có: $\frac{n}{4} = \frac{20}{4} = 5$ và $1+3 < 5 < 1+3+8$ nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu thuộc nhóm [16;17)

Câu 9: Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Qua thống kê quãng đường 20 ngày đi bộ (đơn vị: km) của bác Hương tính được phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là 0,1314. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là

- A. 3,39 . B. 11,62 . C. 0,36 . D. 0,13 .

Lời giải

Độ lệch chuẩn là $s = \sqrt{0,1314} \approx 0,36$

Câu 10: Trong 5 giây đầu tiên, một chất điểm chuyển động với vận tốc có phương trình là $v(t) = -3t^2 + 12t + 1$. Trong đó t tính bằng giây, s tính bằng mét. Chất điểm có vận tốc tức thời lớn nhất bằng bao nhiêu trong 5 giây đầu tiên đó?

- A. 14 . B. 13 . C. 2 . D. 1 .

Lời giải

Ta có $v'(t) = -6t + 12$

Cho $v'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2$

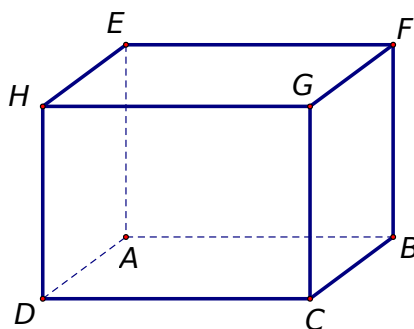
Tính $v(0) = 1$

$v(2) = 13 = \max_{[0;5]} v(t)$

$v(5) = -14$

Vậy vận tốc của chất điểm lớn nhất bằng 13 khi $t = 2$

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$ cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ có cạnh a (như hình vẽ). Tính tích vô hướng của hai vec-tơ $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{AH}$ là số nào?



- A. a . B. $\frac{a^2}{2}$. C. a^2 . D. 1 .

Lời giải

Ta có: $\overline{BC} \cdot \overline{AH} = \overline{BC} \cdot \overline{BG} = \overline{BC} \cdot \overline{BG} \cdot \cos(\angle GBC) = a \cdot a \sqrt{2} \cdot \cos 45^\circ = a^2$

Câu 12: Xét một chất điểm chuyển động dọc theo trục Ox . Tọa độ của chất điểm tại thời điểm t được xác định bởi hàm số $x(t) = t^3 - 6t^2 + 9t$ với $t \geq 0$. Khi đó $x'(t)$ là vận tốc của chất điểm tại thời điểm t , kí hiệu $v(t)$, và $v'(t)$ là gia tốc chuyển động của chất điểm tại thời điểm t , kí hiệu là $a(t)$. Trong khoảng thời gian nào vận tốc của chất điểm tăng?

- A.** $(2; +\infty)$. **B.** $(0; 2)$. **C.** $(-\infty; 2)$. **D.** $(0; +\infty)$.

Lời giải

Ta có $v(t) = x'(t) = 3t^2 - 12t + 9$

Để vận tốc tăng thì $v'(t) = 6t - 12 > 0, \forall t \geq 0$

$$\Leftrightarrow t > 2$$

Vậy vận tốc tăng khi $t \in (2; +\infty)$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = x^3 \ln x$.

- a) Tập xác định của hàm số $f(x)$ là $D = (0; +\infty)$.
b) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên $[1; e]$ là e^3 .
c) Hàm số $f(x)$ có đúng một điểm cực trị.
d) Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = \frac{1}{3e}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
----------------	----------------	----------------	---------------

a) Đúng.

Hàm số xác định khi $x > 0$. Do đó tập xác định của hàm số $f(x)$ là $D = (0; +\infty)$.

b) Đúng.

Ta có $f'(x) = 3x^2 \ln x + x^2 = x^2(3 \ln x + 1) > 0$ khi $x \in [1; e]$.

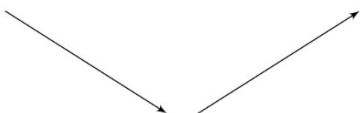
Suy ra hàm số đồng biến trên trên $[1; e]$.

Vậy $\max_{[1; e]} f(x) = f(e) = e^3$.

c) Đúng.

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ (loại) hoặc $x = \frac{1}{3e}$.

Bảng biến thiên hàm số $f(x)$

x	0	$\frac{1}{\sqrt[3]{e}}$	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$			

Suy ra hàm số $f(x)$ có đúng một điểm cực trị.

d) Sai.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \frac{1}{\sqrt[3]{e}}$.

Câu 2: Trong không gian cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi I là tâm của hình vuông $ABCD$, gọi G là trọng tâm của tam giác $AB'C'$.

a) $\vec{AC'} = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'}$.

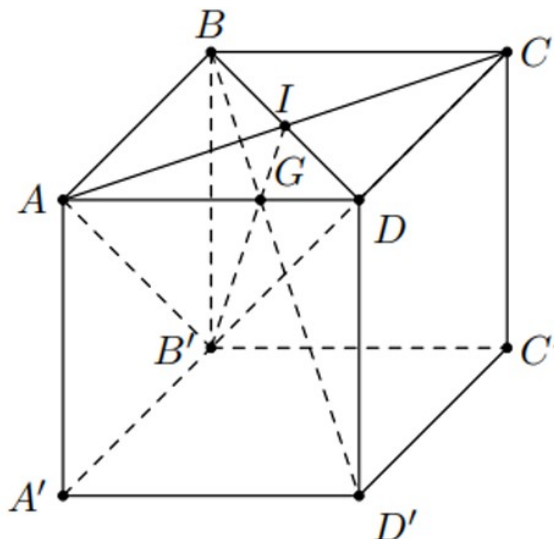
b) $\vec{AC'} \cdot \vec{BD} = 0$.

c) $\vec{BD'} = 2\vec{BG}$.

d) Gọi M, N lần lượt là hai điểm trên AC và DC' sao cho $MN \parallel BD'$. Khi đó $\frac{MN}{BD'} = \frac{m}{n}$ (m, n nguyên tố cùng nhau) thỏa mãn $2m + 3n = 13$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------



a) Theo qui tắc hình hộp, đẳng thức: $\vec{AC'} = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'}$. Suy ra a) Đúng.

b) Ta có $\vec{BD} \perp \vec{AC}; \vec{BD} \perp \vec{AA'} \Rightarrow \vec{BD} \perp (\vec{AC}, \vec{AA'}) \Rightarrow \vec{BD} \perp \vec{AC'}$. Suy ra b) Đúng.

- b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tự học của các bạn nam xấp xỉ 1,019.
- c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tự học của các bạn nam là 1,962.
- d) Thông qua đối chiếu khoảng tứ phân vị của hai mẫu số liệu ghép nhóm ta thấy thời gian tự học của số học sinh nữ phân tán hơn thời gian tự học của số học sinh nam.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tự học của các bạn nữ là

$$5 - 0 = 5$$

Mệnh đề đúng.

- b) Tính khoảng tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tự học của các bạn nam.

Cỡ mẫu là $n = 24 + 26 + 25 + 15 + 10 = 100$. Do $\frac{n}{4} = \frac{100}{4} = 25$ nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là nhóm $[1; 2)$.

Ta có $Q_1 = 1 + \frac{25 - 24}{26} \cdot 1 \approx 1,038$

Mệnh đề sai.

- c) Tính khoảng tứ phân vị thứ 3 của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tự học của các bạn nam

Do $\frac{3n}{4} = \frac{3 \cdot 100}{4} = 75$ nên nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là nhóm $[2; 3)$, ta có

$$Q_3 = 2 + \frac{75 - 50}{25} \cdot 1 = 3$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 \approx 3 - 1,038 = 1,962$.

Mệnh đề đúng.

- d) Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tự học của các bạn nữ

Cỡ mẫu là $n = 14 + 28 + 30 + 31 + 8 = 111$. Do $\frac{n}{4} = \frac{111}{4} = 27,75$ nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là nhóm $[1; 2)$.

Ta có $Q_1 = 1 + \frac{\frac{111}{4} - 24}{28} \cdot 1 \approx 1,134$

Do $\frac{3n}{4} = \frac{3 \cdot 111}{4} = 83,25$ nên nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là nhóm $[3; 4)$, ta có

$$Q_3 = 3 + \frac{\frac{333}{4} - 72}{31} \cdot 1 = 3,363$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 \approx 3,363 - 1,134 = 2,229$.

Vì khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm của số học sinh nữ lớn hơn so với khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm của số học sinh nam ta thấy thời gian tự học của số học sinh nữ phân tán hơn thời gian tự học của số học sinh nam.

Mệnh đề đúng.

Câu 4: Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 18$). Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí: $C(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500$.

Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét.

Gọi $B(x)$ là doanh thu và $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lụa.

a) Biểu thức tính $B(x)$ theo x là $B(x) = 220x$ (nghìn đồng).

b) Biểu thức tính $L(x)$ theo x là $L(x) = -x^3 + 3x^2 + 220x + 500$ (nghìn đồng).

c) Hộ làm nghề dệt này cần sản xuất và bán ra mỗi ngày 10 mét vải lụa để thu được lợi nhuận tối đa

d) Lợi nhuận tối đa của hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm có thể đạt được là 1300 (nghìn đồng).

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

Khi bán x mét vải lụa:

a) **Đúng.** Số tiền thu được là: $B(x) = 220x$ (nghìn đồng). $\Rightarrow$ Mệnh đề a đúng

b) **Sai.** Lợi nhuận thu được là: $L(x) = B(x) - C(x) = -x^3 + 3x^2 + 240x - 500$ (nghìn đồng).

$\Rightarrow$ mệnh đề b sai

c) **Đúng.** Xét hàm số $L(x)$ xác định trên $[1; 18]$.

Đạo hàm $L'(x) = -3x^2 + 6x + 240$; $L'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 10$ hoặc $x = -8$ (loại).

+ Bảng biến thiên:

x	1	10	18
$L'(x)$	+	0	-
$L(x)$	-258	1 200	-1 040

Từ BBT, ta nhận thấy khi $x=10$ thì hàm số đạt giá trị lớn nhất là 1200.

Như vậy, hộ làm nghề dệt cần sản xuất và bán ra mỗi ngày 10 mét vải lụa để thu được lợi nhuận tối đa và lợi nhuận tối đa này là 1200 nghìn đồng.

⇒ mệnh đề c đúng.

d) Sai. Từ BBT, ta nhận thấy khi $x=10$ thì hàm số đạt giá trị lớn nhất là 1200.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một cửa hàng trung bình bán được 120 cái Tivi mỗi tháng với giá 12 triệu đồng một cái. Chủ cửa hàng nhận thấy rằng, nếu giảm giá bán mỗi cái 500 ngàn đồng thì số lượng tivi bán ra sẽ tăng thêm 10 cái mỗi tháng. Hỏi cửa hàng nên bán với giá bao nhiêu để doanh thu cửa hàng là lớn nhất (tính theo đơn vị là triệu đồng)?

Lời giải

Trả lời: 9

Giả sử cần giảm giá bán mỗi cái tivi là x triệu đồng ($x < 12$).

Do giảm giá bán mỗi cái 500 ngàn đồng thì số lượng tivi bán ra sẽ tăng thêm 10 cái mỗi tháng nên

số lượng tivi bán ra tăng lên bây giờ là: $\frac{10x}{0,5} = 20x$.

Khi đó, doanh thu một tháng của cửa hàng là $(120 + 20x) \cdot (12 - x) = -20x^2 + 120x + 1440$.

Xét hàm số $f(x) = -20x^2 + 120x + 1440$ ($x < 12$)

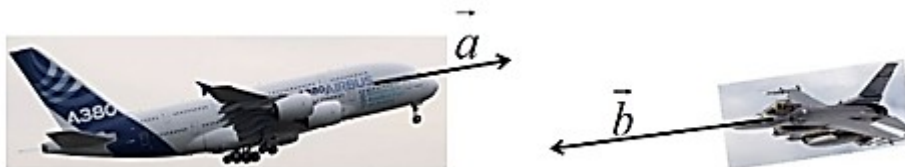
Ta có $f'(x) = -40x + 120$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 3$.

BBT

x	$-\infty$	3	12
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$-\infty$	1620	0

Từ bảng biến thiên ta thấy: Để doanh thu cửa hàng đạt cao nhất thì giá bán mỗi cái tivi là $12 - 3 = 9$ triệu đồng.

Câu 2: Với hệ toạ độ $Oxyz$ cho trước, biết một máy bay Airbus chở hành khách đang bay với véc tơ vận tốc $\vec{a}(300; -200; 400)$, đơn vị vận tốc là: km/h. Một máy bay quân sự B bay ngược chiều có tốc độ gấp 2 lần tốc độ của máy bay Airbus. Biết từ lúc bắt đầu gặp máy bay Airbus máy bay quân sự cách đích đến 250km. Tìm thời gian để đến đích của máy bay B (đơn vị giờ, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



Lời giải

Trả lời: 0,23 .

Ta có: $\vec{b} = -\frac{1}{2}\vec{a} = (-600; 400; -800) \Rightarrow |\vec{b}| = \sqrt{1160000} \text{ (km/h)}$

Thời gian máy bay B đến đích là: $\frac{250}{\sqrt{1160000}} \approx 0,23 \text{ (h)}$

Câu 3: Một doanh nghiệp tư nhân chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung vào chiến lược kinh doanh xe X với chi phí mua vào một chiếc xe X giá 30 triệu đồng và bán ra với giá 35 triệu đồng. Với giá bán này số lượng xe X mà khách hàng đã mua trong một năm là 400 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ xe X đang bán, doanh nghiệp dự định giảm giá bán. Bộ phận nghiên cứu thị trường ước tính nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc thì số lượng xe bán ra tăng thêm 100 chiếc mỗi năm. Hỏi theo đó giá bán mới mỗi chiếc xe X là bao nhiêu triệu đồng để thì lợi nhuận thu về nhiều nhất.

Lời giải

Trả lời: 34,5 .

Gọi x (triệu đồng) là số tiền cần giảm ($0 \leq x \leq 5$)

Lợi nhuận mỗi chiếc xe sau khi giảm $5 - x$

Lượng xe dự định sẽ bán được $400 + 100x$

Lợi nhuận của doanh nghiệp trong năm đó là

$$f(x) = (5 - x)(400 + 100x) = 2000 + 100x - 100x^2$$

Ta có $f'(x) = 100 - 200x$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{1}{2}$	5
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	2000	2025	0

Thông qua bảng biến thiên ta thấy nếu giảm 0,5 (triệu đồng) mỗi chiếc thì lợi nhuận thu về nhiều nhất.

Vậy giá bán mỗi chiếc xe X là 34,5 (triệu đồng) thì lợi nhuận thu về nhiều nhất.

Câu 4: Người ta ghi lại tuổi thọ của một số con Ong được kết quả như bảng sau:

Tuổi thọ	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số lượng	5	12	23	31	29

Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải

Trả lời: 35,8.

Ta có cỡ mẫu $n = 5 + 12 + 23 + 31 + 29 = 100$

Tứ phân vị thứ r là Q_r đứng thứ $\frac{r.n}{4}$

+ Tứ phân vị thứ nhất Q_1 đứng thứ $\frac{1.100}{4} = 25$ thuộc nhóm số 3 lớp ghép $[40; 60)$ có tần số $n_3 = 23$ và tần số tích lũy $n_1 + n_2 = 5 + 12 = 17$

Giá trị $Q_1 = 40 + \frac{25 - 17}{23}(60 - 40) \approx 47,0$

+ Tứ phân vị thứ ba Q_3 đứng thứ $\frac{3.100}{4} = 75$ thuộc nhóm số 5 lớp ghép $[80; 100)$ có tần số $n_5 = 29$ và tần số tích lũy $n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = 5 + 12 + 23 + 31 = 71$

Giá trị $Q_3 = 80 + \frac{75 - 71}{29}(100 - 80) \approx 82,8$

Vậy Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 82,8 - 47,0 = 35,8$

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(4; 3; 1)$, $B(3; 1; 3)$, $I(1; 2; -1)$; M là điểm thay đổi nhưng luôn cách điểm I một khoảng bằng 3. Gọi m, n lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức $P = 2MA^2 - MB^2$. Tính giá trị $40.(m - n)$.

Lời giải

Trả lời: 2400.

$$\begin{cases} 2\vec{AE} - \vec{BE} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2(x-4) - (x-3) = 0 \\ 2(y-3) - (y-1) = 0 \\ 2(z-1) - (z-3) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 5 \\ z = -1 \end{cases} \Leftrightarrow E(5; 5; -1). \end{cases}$$

Lấy điểm $E(x; y; z)$ sao cho

Ta có $IE = 5 > IM$.

Khi đó:

$$P = 2MA^2 - MB^2 = 2(\overline{ME} - \overline{AE})^2 - (\overline{ME} - \overline{BE})^2 = ME^2 + 2AE^2 - BE^2 - 2ME(\overline{2AE} - \overline{BE})$$

$$= ME^2 + 2AE^2 - BE^2.$$

P lớn nhất và nhỏ nhất khi và chỉ khi ME lớn nhất và nhỏ nhất.

$$\max ME = IE + R = 8; \min ME = IE - R = 2.$$

$$\text{Do đó } m = \max P = 64 + 2AE^2 - BE^2; n = \min P = 4 + 2AE^2 - BE^2.$$

$$\text{Suy ra } m - n = 60 \Rightarrow 40.(m - n) = 2400.$$

Câu 6: Theo dõi thời gian đi từ nhà đến trường của bạn A trong 35 ngày, ta có bảng số liệu sau: (đơn vị phút)

Lớp	[19; 21)	[21; 23)	[23; 25)	[25; 27)	[27; 29]	Cộng
Tần số	5	9	10	7	4	35

Tính phương sai của mẫu (chính xác đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 5,89

Số trung bình của mẫu là

$$\overline{X} = \frac{5.20 + 9.22 + 10.24 + 7.26 + 4.28}{35} = 23,7714 \text{ (phút).}$$

Phương sai của mẫu là

$$s_x^2 = \frac{5.(20 - 23,7714)^2 + 9.(22 - 23,7714)^2 + 10.(24 - 23,7714)^2 + 7.(26 - 23,7714)^2 + 4.(28 - 23,7714)^2}{35}$$

$$\approx 5,89$$

----- HẾT -----