

BÀI 16. GIỚI HẠN CỦA HÀM SỐ

CHƯƠNG 5. GIỚI HẠN

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM (PHÂN MỨC ĐỘ)

1. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh trung bình – khá

- Câu 1.** Cho các giới hạn: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 2$; $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 3$, hỏi $\lim_{x \rightarrow x_0} [3f(x) - 4g(x)]$ bằng
- A. 5. B. 2. C. -6. D. 3.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow x_0} [3f(x) - 4g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} 3f(x) - \lim_{x \rightarrow x_0} 4g(x) = 3 \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) - 4 \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = -6$.

- Câu 2.** Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 - 3x + 1)$ bằng
- A. 2. B. 1. C. $+\infty$. D. 0.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 - 3x + 1) = 0$.

- Câu 3.** Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x+3}$
- A. $L = -\infty$. B. $L = 0$. C. $L = +\infty$. D. $L = 1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $L = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x+3} = \frac{3-3}{3+3} = 0$.

- Câu 4.** Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 - 2x + 1)$ bằng:
- A. $+\infty$. B. 2. C. 1. D. 3.

Lời giải.

Chọn B

$\lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 - 2x + 1) = 3 \cdot 1^2 - 2 \cdot 1 + 1 = 2$.

- Câu 5.** Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - x + 7)$ bằng?
- A. 5. B. 9. C. 0. D. 7.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - x + 7) = (-1)^2 - (-1) + 7 = 9$.

- Câu 6.** Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 1}$ bằng?

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 1} = \frac{1^2 - 2 \cdot 1 + 3}{1 + 1} = 1$.

Câu 7.

Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x + 2}{x - 1}$ ta được kết quả

A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Để thấy $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x + 2}{x - 1} = \frac{2 + 2}{2 - 1} = 4$

Câu 8.

$\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} |x^2 - 4|$ bằng

A. - 5.

B. 1.

C. 5.

D. - 1.

Lời giải

Chọn B

$\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} |x^2 - 4| = |3 - 4| = 1$

Câu 9.

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + 1}{x + 2}$ bằng

A. $+\infty$.B. $\frac{1}{2}$.C. $\frac{2}{3}$.D. $-\infty$.

Lời giải

Chọn C

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + 1}{x + 2} = \frac{2}{3}$

Câu 10.

Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x^2 + 2020}{2x - 1}$.

A. 0.

B. $-\infty$.C. $+\infty$

D. 2019.

Lời giải

Chọn D

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x^2 + 2020}{2x - 1} = \frac{1^3 - 2 \cdot 1^2 + 2020}{2 \cdot 1 - 1} = 2019$.

Câu 11.

$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2|x + 1| - 5\sqrt{x^2 - 3}}{2x + 3}$ bằng.

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{7}$.

C. 7.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2|x+1| - 5\sqrt{x^2-3}}{2x+3} = \frac{2-5}{-1} = 3$.

Câu 12. Tìm giới hạn $A = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+1}{x^2+x+4}$.

A. $-\frac{1}{6}$.

B. $-\infty$.

C. $+\infty$.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có: Với $x = -2$; $x^2 + x + 4 \neq 0$

Nên $A = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+1}{x^2+x+4} = \frac{(-2)+1}{(-2)^2+(-2)+4} = -\frac{1}{6}$.

Câu 13. Giới hạn nào sau đây có kết quả bằng $+\infty$?

A. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-3}{(x-1)^2}$

B. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-2}{(x-1)^2}$

C. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-x-1}{(x-1)^2}$

D. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{(x-1)^2}$

Lời giải

Chọn D

Ta có $(x-1)^2 \geq 0, \forall x \neq 1$

Do đó để giới hạn bằng $+\infty$ thì giới hạn của tử phải dương

Vậy $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{(x-1)^2} = +\infty$.

Câu 14. Cho $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = -2$. Tính $\lim_{x \rightarrow 3} [f(x) + 4x - 1]$.

A. 5.

B. 6.

C. 11.

D. 9.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim_{x \rightarrow 3} [f(x) + 4x - 1] = 9$.

Câu 15. Biểu thức $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{x}$ bằng

A. 0.

B. $\frac{2}{\pi}$.

C. $\frac{\pi}{2}$.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Vì } \sin \frac{\pi}{2} = 1 \text{ nên } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{x} = \frac{2}{\pi}.$$

Câu 16.

Cho $I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(\sqrt{3x+1}-1)}{x}$ và $J = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{x+1}$. Tính $I - J$.

A. 6.

B. 3.

C. -6.

D. 0.

Lời giải

Ta có

$$I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(\sqrt{3x+1}-1)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{6x}{x(\sqrt{3x+1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{6}{\sqrt{3x+1}+1} = 3$$

$$J = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x-2)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} (x-2) = -3$$

Khi đó $I - J = 6$.

Câu 17. Gọi A là giới hạn của hàm số

$$f(x) = \frac{x + x^2 + x^3 + \dots + x^{50} - 50}{x - 1}$$

khi x tiến đến 1. Tính giá trị của A .

A. A không tồn tại.

B. $A = 1725$.

C. $A = 1527$.

D. $A = 1275$.

Lời giải

Có: $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + x^2 + x^3 + \dots + x^{50} - 50}{x - 1}$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} [1 + (x+1) + (x^2 + x+1) + \dots + (x^{49} + x^{48} + \dots + 1)]$$

$$= 1 + 2 + 3 + \dots + 50 = 25(1 + 50) = 1275.$$

Vậy $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1275$.

Câu 18.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng $(a; b)$. Điều kiện cần và đủ để hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$ là?

A. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$

B. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$

C. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$

D. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$

Lời giải

Hàm số f xác định trên đoạn $[a; b]$ được gọi là liên tục trên đoạn $[a; b]$ nếu nó liên tục trên khoảng $(a; b)$, đồng thời $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$.

Câu 19.

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty$

B. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = -\infty$

C. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^5} = +\infty$

D. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}} = +\infty$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty$ do $\lim_{x \rightarrow 0^+} x = 0$ và $x > 0$. Vậy đáp án A đúng.

Suy ra đáp án B sai.

Các đáp án C và D đúng. Giải thích tương tự đáp án A.

Câu 20. Trong bốn giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng $-\infty$?

A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x+4}{x-2}$. B. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-3x+4}{x-2}$. C. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-3x+4}{x-2}$. D. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x+4}{x-2}$.

Lời giải

Chọn C

Để thấy $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x+4}{x-2} = -3$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x+4}{x-2} = -3$ (loại).

Vì $\lim_{x \rightarrow 2^+} (-3x+4) = -2$; $\lim_{x \rightarrow 2^+} (x-2) = 0$; $x-2 > 0, \forall x > 2$ nên $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-3x+4}{x-2} = -\infty$

Câu 21. Trong các giới hạn dưới đây, giới hạn nào là $+\infty$?

A. $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{2x-1}{4-x}$. B. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^3+2x+3)$. C. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2+x+1}{x-1}$. D. $\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{2x-1}{4-x}$.

Lời giải

Chọn A

Xét $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{2x-1}{4-x}$

Ta có $\lim_{x \rightarrow 4^-} (2x-1) = 7 > 0$, $\lim_{x \rightarrow 4^-} (4-x) = 0$ và $4-x > 0$ với mọi $x < 4$

Do đó $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{2x-1}{4-x} = +\infty$.

Câu 22. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-2x+1}{x-1}$ bằng

A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} (-2x+1) = -1 < 0$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} (x-1) = 0$, $x-1 > 0$ khi $x \rightarrow 1^+$.

Suy ra $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-2x+1}{x-1} = -\infty$.

Câu 23. $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x+2}{x-1}$ bằng:

A. $+\infty$. B. $\frac{1}{2}$. C. $-\infty$. D. $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x+2}{x-1} = -\infty \quad \text{vì} \quad \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1} (x+2) = 3 > 0 \\ \lim_{x \rightarrow 1} (x-1) = 0 \\ x-1 < 0, \forall x < 1 \end{cases}$$

Câu 24. $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{\sqrt{3x^2+1} - x}{x-1}$ bằng?

A. $\frac{1}{2}$.

B. $-\frac{1}{2}$.

C. $\frac{3}{2}$.

D. $-\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{\sqrt{3x^2+1} - x}{x-1} = \frac{\sqrt{4+1}}{-1-1} = -\frac{3}{2}$.

Câu 25. Tính $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1}{x-3}$.

A. $-\frac{1}{6}$.

B. $-\infty$.

C. 0.

D. $+\infty$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim_{x \rightarrow 3^+} (x-3) = 0, x-3 > 0, \forall x > 3$.

Câu 26. Tính $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x+1}{x-1}$.

A. 0.

B. $+\infty$.

C. 1.

D. $-\infty$.

Lời giải

Chọn D

$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x+1}{x-1} = -\infty$ do $\lim_{x \rightarrow 1^-} (x+1) = 2 > 0$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} (x-1) = 0$ và $(x-1) < 0$ với $x < 1$.

Câu 27. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{1}{x-a}$ bằng:

A. $-\frac{1}{2a}$.

B. 0.

C. $+\infty$.

D. $-\infty$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow a^-} 1 = 1 > 0 \\ \lim_{x \rightarrow a^-} (1-a) = 0 \\ x-a < 0 \text{ khi } x \rightarrow a^- \end{cases}$

Vậy $\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{1}{x-a} = -\infty$.

Câu 28. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2^+} (x-2) \sqrt{\frac{x}{x^2-4}}$ bằng:

- A. $+\infty$. B. 0. C. $\frac{1}{2}$. D. Kết quả khác.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^+} (x-2) \sqrt{\frac{x}{x^2-4}} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x} \sqrt{x-2}}{\sqrt{x+2}} = 0$.

Câu 29. Tính $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-2x+1}{x-1}$ bằng

- A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} (-2x+1) = -1 \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} (x-1) = 0 \\ x \rightarrow 1^+ \Rightarrow x-1 > 0 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-2x+1}{x-1} = -\infty$$

Câu 30. Cho $\lim_{x \rightarrow 2^+} (x-2) \sqrt{\frac{x}{x^2-4}}$. Tính giới hạn đó.

- A. $+\infty$. B. 1. C. 0. D. $-\infty$.

Lời giải

Chọn C

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} (x-2) \sqrt{\frac{x}{x^2-4}} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \sqrt{\frac{x(x-2)^2}{x^2-4}} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \sqrt{\frac{(x-2)x}{x+2}} = 0$$

Câu 31. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{x-1}$ bằng

- A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. 1. D. 0

Lời giải

Chọn A

Đặt $f(x) = x+1$; $g(x) = x-1$. Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = 0$; $g(x) > 0$ khi $x \rightarrow 1^+$

Vậy $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{x-1} = +\infty$.

Câu 32. Tìm $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1-2x}{x-1}$.

- A. $-\infty$. B. -2. C. 0. D. $+\infty$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} (1 - 2x) = -1$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} (x - 1) = 0$ và $x - 1 > 0, \forall x > 1$
 $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1 - 2x}{x - 1} = -\infty$.

Câu 33. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + 1}{x - 1}$.

- A. 0. B. $+\infty$. C. $-\infty$. D. 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^-} (x^2 + 1) = 2 > 0$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} (x - 1) = 0$ và $x - 1 < 0, \forall x < 1$ (do $x \rightarrow 1^-$)

$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + 1}{x - 1} = -\infty$.

Câu 34. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai

- A. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} + x - 2) = -\frac{3}{2}$. B. $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{3x + 2}{x + 1} = -\infty$.
 C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} + x - 2) = +\infty$. D. $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{3x + 2}{x + 1} = -\infty$.

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} + x - 2) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - x + 1 - (x - 2)^2}{\sqrt{x^2 - x + 1} - (x - 2)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - 3}{\sqrt{x^2 - x + 1} - x + 2}$

$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3 - \frac{3}{x}}{-\sqrt{1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} - 1 + \frac{2}{x}} = -\frac{3}{2} \Rightarrow$ đáp án A đúng.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} + x - 2) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\sqrt{1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} + 1 - \frac{2}{x} \right)$.

Do $\lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} + 1 - \frac{2}{x} \right) = 2 > 0$ nên $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\sqrt{1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} + 1 - \frac{2}{x} \right) = +\infty \Rightarrow$
 đáp án C đúng.

Do $\lim_{x \rightarrow -1^-} (3x + 2) = -1 < 0$ và $x + 1 < 0$ với $\forall x < -1$ nên $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{3x + 2}{x + 1} = +\infty \Rightarrow$ đáp án B sai.

Do $\lim_{x \rightarrow -1^+} (3x + 2) = -1 < 0$ và $x + 1 > 0$ với $\forall x > -1$ nên $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{3x + 2}{x + 1} = -\infty \Rightarrow$ đáp án D đúng.

Câu 35. Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{4x - 3}{x - 1}$

- A. $+\infty$. B. 2. C. $-\infty$. D. -2.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{4x - 3}{x - 1} = +\infty$ vì $\lim_{x \rightarrow 1^+} (4x - 3) = 1$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} (x - 1) = 0$, $x - 1 > 0$ khi $x \rightarrow 1^+$.

Câu 36. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{3 + 2x}{x + 2}$.

A. $-\infty$.

B. 2.

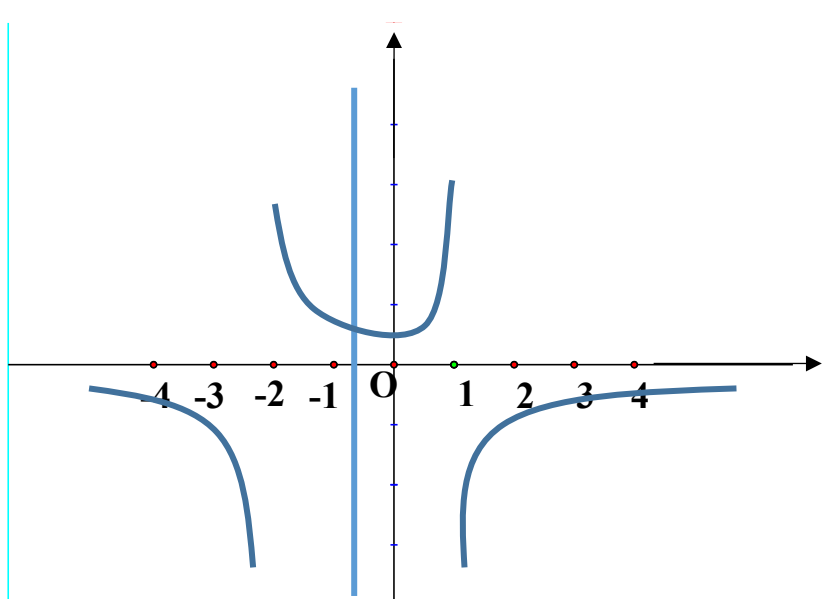
C. $+\infty$.D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Xét $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{3+2x}{x+2}$ thấy: $\lim_{x \rightarrow -2^-} (3+2x) = -1$, $\lim_{x \rightarrow -2^-} (x+2) = 0$ và $x+2 < 0$ với mọi $x < -2$ nên

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{3+2x}{x+2} = +\infty$$

Câu 37. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $(-\infty; -2)$, $(-2; 1)$, $(1; +\infty)$, $f(x)$ không xác định tại $x = -2$ và $x = 1$, $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Chọn khẳng định đúng.



A. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty$

B. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty$

C. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty$

D. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty$

Lời giải

Ta thấy $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty$.

Câu 38. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x + 1}$ bằng

A. 0.

B. -4.

C. -3.

D. 1.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x-3)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} (x-3) = -4$.

Câu 39. Tính giới hạn bên phải của hàm số $f(x) = \frac{3x-7}{x-2}$ khi $x \rightarrow 2$.

A. $-\infty$.

B. 3.

C. $\frac{7}{2}$.D. $-\infty$.

Lời giải

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} (3x - 7) = -1 < 0 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} (x - 2) = 0 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x - 7}{x - 2} = -\infty$$

$$x \rightarrow 2^+ \Rightarrow x - 2 > 0$$

$$y = f(x) = \begin{cases} \frac{2 - \sqrt{x+3}}{x^2 - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ \frac{1}{8} & \text{khi } x = 1 \end{cases} \quad \text{Tính } \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$$

Câu 40. Cho hàm số

A. $\frac{1}{8}$.

B. $+\infty$.

C. 0.

D. $-\frac{1}{8}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có
$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2 - \sqrt{x+3}}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{4 - x - 3}{(x-1)(x+1)(2+\sqrt{x+3})} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-1}{(x+1)(2+\sqrt{x+3})} = +\infty$$

Câu 41. Biết $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 4$. Khi đó $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{(x+1)^4}$ bằng:

A. $-\infty$.

B. 4.

C. $+\infty$.

D. 0.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 4 > 0$

$\lim_{x \rightarrow -1} (x+1)^4 = 0$ và với $\forall x \neq -1$ thì $(x+1)^4 > 0$

Suy ra
$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{(x+1)^4} = +\infty$$

Câu 42. Giả sử ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = b$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) \cdot g(x)] = a \cdot b$

B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - g(x)] = a - b$

C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{a}{b}$

D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + g(x)] = a + b$

Lời giải

Vì có thể $b = 0$.

Câu 43. Chọn kết quả đúng của $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-4x^5 - 3x^3 + x + 1)$

A. 0.

B. $+\infty$.

C. $-\infty$.

D. -4.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-4x^5 - 3x^3 + x + 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^5 \left(-4 - \frac{3}{x^2} + \frac{1}{x^4} + \frac{1}{x^5} \right) = +\infty$.

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-4 - \frac{3}{x^2} + \frac{1}{x^4} + \frac{1}{x^5} \right) = -4 < 0 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} x^5 = -\infty \end{cases}$$

Vì

- Câu 44.** Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - x^2 + 1)$
- A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. 2 . D. 0 .

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - x^2 + 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left(2 - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} \right) = -\infty$

- Câu 45.** Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x^3 + 5x^2 - 9\sqrt{2}x - 2017)$ bằng
- A. $-\infty$. B. 3 . C. -3 . D. $+\infty$.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x^3 + 5x^2 - 9\sqrt{2}x - 2017) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left(3 + 5\frac{1}{x} - 9\sqrt{2}\frac{1}{x^2} - 2017\frac{1}{x^3} \right) = -\infty$$

- Câu 46.** Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - 1}{4x + 2}$
- A. $\frac{1}{2}$. B. 1 . C. $\frac{-1}{4}$. D. $\frac{-1}{2}$.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - 1}{4x + 2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 - \frac{1}{x}}{4 + \frac{2}{x}} = \frac{1}{2}$$

- Câu 47.** Cho bảng biến thiên hàm số: $y = \frac{3 - x}{x - 2}$, phát biểu nào sau đây là đúng:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
y'	-		-
y	a	$+\infty$	b
	$-\infty$		

- A. a là $\lim_{x \rightarrow +\infty} y$. B. b là $\lim_{x \rightarrow -\infty} y$. C. b là $\lim_{x \rightarrow 1^+} y$. D. a là $\lim_{x \rightarrow -\infty} y$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $a = \lim_{x \rightarrow -\infty} y$.

Câu 48. (SGD&ĐT BẮC GIANG - LẦN 1 - 2018) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-1}{2x+5}$ bằng:

- A. 0. B. $+\infty$. C. $-\infty$. D. $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-1}{2x+5} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-1}{x \left(2 + \frac{5}{x} \right)} = 0$$

Áp dụng quy tắc tìm giới hạn, ta có:

Câu 49. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1-x}{3x+2}$ bằng:

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $-\frac{1}{3}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1-x}{3x+2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{1}{x} - 1}{3 + \frac{2}{x}} = -\frac{1}{3}$$

Ta có

Câu 50. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x-1}{x+5}$ bằng:

- A. 3. B. -3. C. $-\frac{1}{5}$. D. 5.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x-1}{x+5} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3 - \frac{1}{x}}{1 + \frac{5}{x}} = 3$$

Ta có

Câu 51. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3-4x}{5x+2}$ bằng

- A. $\frac{5}{4}$. B. $-\frac{5}{4}$. C. $-\frac{4}{5}$. D. $\frac{4}{5}$.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3-4x}{5x+2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(\frac{3}{x} - 4 \right)}{x \left(5 + \frac{2}{x} \right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\left(\frac{3}{x} - 4 \right)}{\left(5 + \frac{2}{x} \right)} = -\frac{4}{5}$$

Câu 52. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+8}{x-2}$ bằng

- A. -2. B. 4. C. -4. D. 2.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+8}{x-2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(2 + \frac{8}{x} \right)}{x \left(1 - \frac{2}{x} \right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 + \frac{8}{x}}{1 - \frac{2}{x}} = 2$$

Câu 53. Tính $L = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{x+1}$.

- A. $L = -2$. B. $L = -1$. C. $L = -\frac{1}{2}$. D. $L = 2$.

Lời giải

$$L = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(2 + \frac{1}{x} \right)}{x \left(1 + \frac{1}{x} \right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 + \frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = \frac{2+0}{1+0} = 2$$

Ta có

Câu 54. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{3-x}$ bằng.

- A. -2 . B. $\frac{2}{3}$. C. 1 . D. 2 .

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{3-x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 - \frac{1}{x}}{\frac{3}{x} - 1} = -2$.

Câu 55. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 2018x + 3}{2x^2 + 2018x}$ được.

- A. 2018 . B. $\frac{1}{2}$. C. 2 . D. $\frac{1}{2018}$.

Lời giải

Chọn B

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 2018x + 3}{2x^2 + 2018x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{2018}{x} + \frac{3}{x^2}}{2 + \frac{2018}{x}} = \frac{1}{2}$$

Câu 56. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x+3}$ bằng

- A. $-\frac{2}{3}$. B. 1 . C. 2 . D. -3 .

Lời giải

Chọn B

Chia cả tử và mẫu cho x , ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x+3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-\frac{2}{x}}{1+\frac{3}{x}} = \frac{1}{1} = 1$.

Câu 57. Tính giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x-2}{2x+1}$.

- A. $I = -2$. B. $I = -\frac{3}{2}$. C. $I = 2$. D. $I = \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn D

$$I = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x-2}{2x+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3-\frac{2}{x}}{2+\frac{1}{x}} = \frac{3}{2}$$

Ta có

Câu 58. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{x^2+1}$ bằng.

- A. $-\infty$. B. 1. C. $+\infty$. D. 0.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{x^2+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{1}{x}}{1+\frac{1}{x^2}} = 0$

Câu 59. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1-x}{3x+2}$ bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $-\frac{1}{3}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1-x}{3x+2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{1}{x}-1}{3+\frac{2}{x}} = -\frac{1}{3}$$

Ta có

Câu 60. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x-1}{x+5}$ bằng

- A. 3. B. -3. C. $-\frac{1}{5}$. D. 5.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x-1}{x+5} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3 - \frac{1}{x}}{1 + \frac{5}{x}} = 3.$$

Câu 61. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x+1}{-x+1}$ bằng

A. 2.

B. 4.

C. -1.

D. -4.

Lời giải

Chọn D

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x+1}{-x+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4 + \frac{1}{x}}{-1 + \frac{1}{x}} = -4.$$

Câu 62. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{6x-2}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

• Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{6x-2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + \frac{1}{x}}{6 - \frac{2}{x}} = \frac{1}{6}.$

Câu 63. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{4x+3}$ bằng

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{4x+3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{1}{x}}{4 + \frac{3}{x}} = \frac{1}{4}.$$

Ta có

Câu 64. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2+1}{x+1}$ bằng

A. 0.

B. $+\infty$.

C. $-\infty$.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2+1}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} x \left[\frac{1 + \frac{1}{x^2}}{1 + \frac{1}{x}} \right] = -\infty.$$

Câu 65. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-3}{x^2+2}$ bằng

- A. -2 . B. $-\frac{3}{2}$. C. 1 . D. 0 .

Lời giải

Chọn D

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-3}{x^2+2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{1}{x} - \frac{3}{x^2}}{1 + \frac{2}{x^2}} = \frac{0}{1} = 0$$

Ta có

Câu 66. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x-3}{x+2}$ bằng

- A. $\frac{-3}{2}$. B. -3 . C. -1 . D. 1 .

Lời giải

Chọn C.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x-3}{x+2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-1 - \frac{3}{x}}{1 + \frac{2}{x}} = -1.$$

Câu 67. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2+3x+5}{2-3x^2}$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. $+\infty$. C. $-\frac{1}{3}$. D. $-\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn C

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2+3x+5}{2-3x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{3}{x} + \frac{5}{x^2}}{\frac{2}{x^2} - 3} = -\frac{1}{3}$$

Câu 68. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x-3}{1-2x}$ bằng số nào sau đây?

- A. $-\frac{5}{2}$. B. $-\frac{2}{3}$. C. 5 . D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x-3}{1-2x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5 - \frac{3}{x}}{\frac{1}{x} - 2} = -\frac{5}{2}$$

Ta có:

Câu 69. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x+3}$ bằng.

- A. $-\frac{2}{3}$. B. 1 . C. 2 . D. -3 .

Lời giải

Chọn B

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x+3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{2}{x}}{1 + \frac{3}{x}} = 1.$$

Câu 70. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-5}{-x+3}$ bằng

A. $\frac{-5}{3}$.

B. -1.

C. 3.

D. -2.

Lời giải

Chọn D

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-5}{-x+3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 - \frac{5}{x}}{-1 + \frac{3}{x}} = \frac{2}{-1} = -2.$$

Câu 71. Tìm giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x-1}{1-2x}$

A. $L=3$.

B. $L=-\frac{1}{2}$.

C. $L=-\frac{3}{2}$.

D. $L=\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x-1}{1-2x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 - \frac{1}{x}}{\frac{1}{x} - 2} = \frac{3-0}{0-2} = -\frac{3}{2}$$

Ta có:

Câu 72. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^2+2x+3}{x^2+1}$.

A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^2+2x+3}{x^2+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}}{1 + \frac{1}{x^2}} = 5.$$

Ta có:

Câu 73. Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-3}{1-3x}$:

A. $\frac{2}{3}$.

B. $-\frac{2}{3}$.

C. $-\frac{3}{2}$.

D. 2.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-3}{1-3x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 - \frac{3}{x}}{\frac{1}{x} - 3} = -\frac{2}{3}$$

Ta có:

- Câu 74.** $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + x}{x^2 - 1}$ bằng
- A. -2. B. 1. C. 2. D. -1.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + x}{x^2 - 1} = 2.$$

- Câu 75.** Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x + 1}{x}$ bằng
- A. $+\infty$. B. 1. C. $-\infty$. D. 0.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x + 1}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x} + \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0 + 0 = 0.$$

- Câu 76.** Tính $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{25 - 5x}$.
- A. $-\frac{2}{5}$. B. $+\infty$. C. $\frac{2}{5}$. D. $-\infty$.

Lời giải

Chọn C

Ta có
$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{25 - 5x} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x - 7)(x - 5)}{-5(x - 5)} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x - 7}{-5} = \frac{2}{5}.$$

- Câu 77.** Kết quả của giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ bằng
- A. 0. B. 4. C. -4. D. 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có:
$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x + 2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x + 2) = 4.$$

- Câu 78.** Tính $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$ bằng:
- A. 3. B. 6. C. $+\infty$. D. -3.

Lời giải

Chọn B

Ta có:
$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} (x + 3) = 6.$$

- Câu 79.** Tính giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$.
- A. $I = -1$. B. $I = 0$. C. $I = 1$. D. $I = 5$.

Lời giải

Chọn A

$$I = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x - 3)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x - 3) = -1$$

Câu 80. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$

A. 1.

B. -1.

C. 2.

D. -2.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x - 2)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x - 2) = -1$

Câu 81. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{x^2 - 4}$ bằng

A. 2.

B. 4.

C. $\frac{1}{4}$.

D. 0.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{(x - 2)(x + 2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x + 2} = \frac{1}{4}$$

Câu 82. Tính $L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x - 4}{x - 1}$.

A. $L = -5$.

B. $L = 0$.

C. $L = -3$.

D. $L = 5$.

Lời giải

Ta có: $L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x - 4}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x + 4)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 4) = 5$

2. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh khá-giỏi

Câu 83. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x^3-8} & \text{khi } x > 2 \\ x + \frac{m^2}{2} - 2m & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$. Với giá trị nào của tham số m thì hàm số có giới hạn tại $x = 2$.

A. $m = 3$ hoặc $m = -2$.

B. $m = 1$ hoặc $m = 3$.

C. $m = 0$ hoặc $m = 1$.

D. $m = 2$ hoặc $m = 1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{12}{x^3-8} \right) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 + 2x - 8}{(x-2)(x^2 + 2x + 4)} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x+4)}{(x-2)(x^2 + 2x + 4)}$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+4}{x^2 + 2x + 4} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \left(x + \frac{m^2}{2} - 2m \right) = \frac{m^2}{2} - 2m + 2$$

Hàm số có giới hạn tại $x=2$ khi chỉ khi $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \Leftrightarrow \frac{m^2}{2} - 2m + 2 = \frac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow \frac{m^2}{2} - 2m + \frac{3}{2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = 1 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 4}, & x < -2 \\ x + 1, & x \geq -2 \end{cases}$$

Câu 84. Gọi a, b là các giá trị để hàm số có giới hạn hữu hạn khi x dần tới -2 . Tính $3a - b$?

A. 8.

B. 4.

C. 24.

D. 12.

Lời giải

Chọn D

Do hàm số $f(x)$ có giới hạn hữu hạn khi x dần tới -2 nên $x = -2$ là nghiệm của phương trình $x^2 + ax + b = 0$, do đó ta $4 - 2a + b = 0$.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x - 2 + a}{x - 2}, & x < -2 \\ x + 1, & x \geq -2 \end{cases}$$

Ta viết lại hàm số

Mặt khác hàm số tồn tại giới hạn

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) \Leftrightarrow \frac{-2 - 2 + a}{-2 - 2} = -1 \Leftrightarrow a = 8 \Rightarrow b = 12$$

Do đó $3a - b = 12$.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + 1 & \text{khi } x > 2 \\ 2x^2 - x + 1 & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$$

Câu 85. Tìm a để hàm số có giới hạn tại $x = 2$.

A. -1.

B. -2.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

$D = \mathbb{R}$.

$$\text{Xét: } \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2 + ax + 1) = 2a + 5; \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (2x^2 - x + 1) = 7.$$

Hàm số $y = f(x)$ có giới hạn tại $x = 2$ khi và chỉ khi

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \Leftrightarrow 2a + 5 = 7 \Leftrightarrow a = 1.$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{x} & \text{khi } x > 0 \\ mx + m + \frac{1}{4} & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$$

Câu 86. Cho hàm số, m là tham số. Tìm giá trị của m để hàm số có giới hạn tại $x = 0$.

A. $m = \frac{1}{2}$.

B. $m = 1$.

C. $m = 0$.

D. $m = -\frac{1}{2}$.

Lời giải:

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(x+4) - 2^2}{x(\sqrt{x+4} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{x(\sqrt{x+4} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x+4} + 2} = \frac{1}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(mx + m + \frac{1}{4} \right) = m + \frac{1}{4}$$

Hàm số đã cho có giới hạn tại $x=0$ khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4} = m + \frac{1}{4} \Leftrightarrow m = 0$$

Câu 87. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 3x + 2}{2x^2 + 1}$ có kết quả là

A. $+\infty$ B. $-\infty$

C. 2

D. $\frac{1}{2}$ **Lời giải****Chọn D**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 3x + 2}{2x^2 + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2}}{2 + \frac{1}{x^2}} = \frac{1}{2}$$

Ta có

Câu 88. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^5 - 3x^3 + 1}{4x^3 - 2x^4 - x^5 - 3}$ bằng

A. -2.

B. $\frac{1}{2}$.

C. -3.

D. $\frac{3}{2}$.**Lời giải**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^5 - 3x^3 + 1}{4x^3 - 2x^4 - x^5 - 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 - \frac{3}{x^2} + \frac{1}{x^5}}{\frac{4}{x^2} - \frac{2}{x} - 1 - \frac{3}{x^5}} = -2$$

Câu 89. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x-1)(x+2)}{x^2+9}$ bằng

A. $\frac{2}{9}$.

B. 1.

C. -1.

D. $-\frac{1}{9}$.**Lời giải**

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x-1)(x+2)}{x^2+9} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\left(1 - \frac{1}{x}\right) \left(1 + \frac{2}{x}\right)}{1 + \frac{9}{x^2}} = 1$$

Câu 90. Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sin x}{x}$?

- A. $\frac{1}{2}$. B. $+\infty$. C. 1. D. 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sin x}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x} + \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x} = 1 + \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x} = 1 + 0 = 1$.

(Do $\frac{|\sin x|}{x} \leq \frac{1}{x}$ khi $x \rightarrow \infty$, mà $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x} = 0$).

Câu 91. Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{2x^2 + x} + x)$?

- A. $+\infty$. B. -1. C. $-\infty$. D. 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{2x^2 + x} + x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{x^2 \left(2 + \frac{1}{x} \right)} + x \right)$

$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-x \sqrt{2 + \frac{1}{x}} + x \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[x \left(-\sqrt{2 + \frac{1}{x}} + 1 \right) \right].$

Vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-\sqrt{2 + \frac{1}{x}} + 1 \right) = 1 - \sqrt{2} < 0$ nên $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{2x^2 + x} + x) = +\infty$.

Câu 92. Tìm $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 3x + 5}}{4x - 1}$.

- A. $-\frac{1}{4}$. B. 1. C. 0. D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 3x + 5}}{4x - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{1 + \frac{3}{x} + \frac{5}{x^2}}}{4 - \frac{1}{x}} = -\frac{1}{4}$.

Câu 93. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - 1}{\sqrt{x^2 + 1} - 1}$ bằng

- A. 0. B. -2. C. $-\infty$. D. 2.

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - 1}{\sqrt{x^2 + 1} - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - 1}{-x \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 - \frac{1}{x}}{-\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} - \frac{1}{x}} = -2$.

Câu 94. Chọn kết quả đúng của $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + 3x}{\sqrt{2x^2 + 3}}$.

A. $-\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+3x}{\sqrt{2x^2+3}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\left(\frac{1}{x}+3\right)}{|x|\sqrt{2+\frac{3}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{x}+3}{\sqrt{2+\frac{3}{x^2}}} = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

Ta có:

Câu 95. hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{cx^2+a}{x^2+b}$ bằng?
Giới

A. a .

B. b .

C. c .

D. $\frac{a+b}{c}$.

Lời giải

Chọn C

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{cx^2+a}{x^2+b} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{c+\frac{a}{x^2}}{1+\frac{b}{x^2}} = \frac{c+0}{1+0} = c$$

Ta có

Câu 96. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2+2}-2}{x-2}$ bằng
A. $-\infty$.

B. 1.

C. $+\infty$.

D. -1

Lời giải

Chọn D

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2+2}-2}{x-2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{1+\frac{2}{x^2}}-2}{x-2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1+\frac{2}{x^2}}-\frac{2}{x}}{1-\frac{2}{x}} = 1$$

Câu 97. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2-3}}{x+3}$ bằng
A. $-\infty$.

B. -1.

C. $+\infty$.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2-3}}{x+3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2\left(1-\frac{3}{x^2}\right)}}{x+3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x|\sqrt{1-\frac{3}{x^2}}}{x+3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{1-\frac{3}{x^2}}}{1+\frac{3}{x}} = -1$$

Câu 98. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2-3}}{x+3}$ là.
A. $-\infty$.
B. -1.
C. $+\infty$.

D. 1

Lời giải

Chọn B

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3}}{x + 3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x| \sqrt{1 - \frac{3}{x}}}{x(1 + \frac{3}{x})} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{1 - \frac{3}{x}}}{(1 + \frac{3}{x})} = -1$$

Ta có:

Câu 99. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{x^4 + x^2 + 2}{(x^3 + 1)(3x - 1)}}$ có kết quả là

- A. $-\sqrt{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\sqrt{3}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

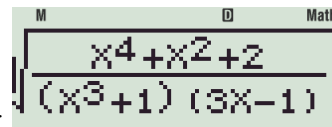
Lời giải

Chọn B

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{x^4 + x^2 + 2}{(x^3 + 1)(3x - 1)}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{x^4 \left(1 + \frac{1}{x^2} + \frac{2}{x^4}\right)}{x^4 \left(1 + \frac{1}{x^3}\right) \left(3 - \frac{1}{x}\right)}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{\left(1 + \frac{1}{x^2} + \frac{2}{x^4}\right)}{\left(1 + \frac{1}{x^3}\right) \left(3 - \frac{1}{x}\right)}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Ta có:

Trắc nghiệm: Sử dụng máy tính Casio



+ Bước 1: Nhập biểu thức vào màn hình máy tính:

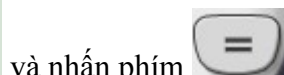
+ Bước 2: Nhấn phím

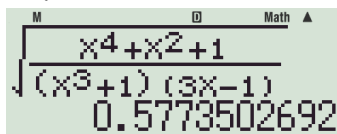


+ Bước 3: Nhập giá trị của X:



1×10^{11}



+ Bước 4: Kết quả  0.5773502692. Vậy chọn đáp án B

Câu 100. Cho hàm số

$$f(x) = \frac{(4x + 1)^3 (2x + 1)^4}{(3 + 2x)^7}$$

Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

- A. 2. B. 8. C. 4. D. 0.

Lời giải

Chọn B

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(4x + 1)^3 (2x + 1)^4}{(3 + 2x)^7} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\left(4 + \frac{1}{x}\right)^3 \left(2 + \frac{1}{x}\right)^4}{\left(\frac{3}{x} + 2\right)^7} = 2^3 = 8$$

Câu 101. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{mx^2 - 7x + 5}{2x^2 + 8x - 1} = -4$.

A. $m = -4$.

B. $m = -8$.

C. $m = 2$.

D. $m = -3$.

Lời giải

Chọn B

$$-4 = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{mx^2 - 7x + 5}{2x^2 + 8x - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{m - \frac{7}{x} + \frac{5}{x^2}}{2 + \frac{8}{x} - \frac{1}{x^2}} = \frac{m}{2} \Rightarrow m = -8$$

Câu 102. Cho hai số thực a và b thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4x^2 - 3x + 1}{x + 2} - ax - b \right) = 0$. Khi đó $a + b$ bằng

A. -4 . B. 4 . C. 7 . D. -7 .

Lời giải

Chọn D

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4x^2 - 3x + 1}{x + 2} - ax - b \right) = 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \left((4 - a)x - b - 11 + \frac{23}{x + 2} \right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - a = 0 \\ -11 - b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -11 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a + b = -7.$$

Câu 103. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2018}}{x + 1}$ bằng

A. -1 . B. 1 . C. $-\infty$. D. -2018 .

Lời giải

Chọn B

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2018}}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \sqrt{1 + \frac{2018}{x^2}}}{x \left(1 + \frac{1}{x} \right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1 + \frac{2018}{x^2}}}{\left(1 + \frac{1}{x} \right)} = 1.$$

Ta có

Câu 104. Biết $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax + \sqrt{x^2 - 3x + 5}}{2x - 7} = 2$. Khi đó

A. $-1 \leq a \leq 2$. B. $a < -1$. C. $a \geq 5$. D. $2 < a < 5$.

Lời giải

Chọn D

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax + \sqrt{x^2 - 3x + 5}}{2x - 7} = 2 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{a + \sqrt{1 - \frac{3}{x} + \frac{5}{x^2}}}{2 - \frac{7}{x}} = 2 \Leftrightarrow \frac{a + 1}{2} = 2 \Leftrightarrow \frac{a + 1}{2} = 3$$

$$\Leftrightarrow a + 1 = 6 \Leftrightarrow a = 5$$

Câu 105. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\sin x}{x} \right)$?

A. 0 . B. Giới hạn không tồn tại. C. 1 . D. $+\infty$.

Lời giải

Chọn B

Xét mọi dãy số (x_n) sao cho $\lim x_n = +\infty \Rightarrow \lim \frac{1}{x_n} = 0$

Ta có
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\sin x}{x} \right) = \lim_{x_n \rightarrow +\infty} \left(\frac{\sin x_n}{x_n} \right)$$

Ta có $\left| \frac{\sin x_n}{x_n} \right| \leq \frac{1}{x_n}$ mà $\lim_{x_n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x_n} \right) = 0$ nên $\left| \frac{\sin x_n}{x_n} \right|$ nhỏ hơn một số dương bé tùy ý kể từ số hạng nào đó trở đi

Theo định nghĩa dãy số có giới hạn 0 ta có
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\sin x}{x} \right) = 0$$

Vậy
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\sin x}{x} \right) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{2018} \sqrt{4x^2 + 1}}{(2x+1)^{2019}}$$

Câu 106. Tìm giới hạn:

- A. 0. B. $\frac{1}{2^{2018}}$. C. $\frac{1}{2^{2019}}$. D. $\frac{1}{2^{2017}}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{2018} \sqrt{4x^2 + 1}}{(2x+1)^{2019}} &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{2018} \sqrt{4x^2 + 1}}{\left[x \left(2 + \frac{1}{x} \right) \right]^{2019}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{2018} \cdot x \cdot \sqrt{4 + \frac{1}{x^2}}}{x^{2019} \left(2 + \frac{1}{x} \right)^{2019}} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4 + \frac{1}{x^2}}}{\left(2 + \frac{1}{x} \right)^{2019}} = \frac{\sqrt{4+0}}{(2+0)^{2019}} = \frac{2}{2^{2019}} = \frac{1}{2^{2018}} \end{aligned}$$

Câu 107. Cho $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 3x + 1}{x + 1} + ax + b \right) = 1$. Khi đó giá trị của biểu thức $T = a + b$ bằng

- A. -2. B. 0. C. 1. D. 2.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 3x + 1}{x + 1} + ax + b \right) = 1 &\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{(a+1)x^2 + (a+b+3)x + b+1}{x+1} \right) = 1 \\ &\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{(a+1)x + (a+b+3) + \frac{b+1}{x}}{1 + \frac{1}{x}} \right) = 1 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a+1=0 \\ a+b+3=1 \\ b+1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=-1 \end{cases} \Rightarrow T=a+b=-2.$$

- Câu 108.** Biết rằng $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2+1}{x-2} + ax - b \right) = -5$. Tính tổng $a+b$.
- A. 6. B. 7. C. 8. D. 5.

Lời giải

Chọn A

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2+1}{x-2} + ax - b \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{(a+1)x^2 - (2a+b)x + 2b+1}{x-2} \right) = -5$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a+1=0 \\ 2a+b=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=7 \end{cases}$$

Vậy $a+b=6$

- Câu 109.** Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2-3}}{x+3}$ bằng:
- A. $-\infty$. B. -1. C. $+\infty$. D. 1.

Lời giải

Chọn B

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2-3}}{x+3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 \left(1 - \frac{3}{x^2} \right)}}{x+3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x| \sqrt{1 - \frac{3}{x^2}}}{x+3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{1 - \frac{3}{x^2}}}{1 + \frac{3}{x}} = -1$$

- Câu 110.** Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-3}{\sqrt{x^2+1}-x}$?
- A. 0. B. $-\infty$. C. -1. D. 1.

Lời giải

Chọn C

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-3}{\sqrt{x^2+1}-x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-3}{\sqrt{x^2 \left(1 + \frac{1}{x^2} \right)} - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-3}{-x \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} - x}$$

Ta có:

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 - \frac{3}{x}}{-\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} - 1} = -1$$

- Câu 111.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^4-x}}{1-2x} = +\infty$ B. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^4-x}}{1-2x} = 1$ C. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^4-x}}{1-2x} = -\infty$ D. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^4-x}}{1-2x} = 0$

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^4 - x}}{1 - 2x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x \cdot \sqrt{x^2 - \frac{1}{x}}}{x \left(\frac{1}{x} - 2x \right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - \frac{1}{x}}}{\frac{1}{x} - 2x} = +\infty$$

Vì

. Vậy A đúng.

$$K = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 1}}{x + 1}$$

Câu 112. Tính giới hạn

A. $K = 0$.

B. $K = 1$.

C. $K = -2$.

D. $K = 4$.

Lời giải

$$K = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 1}}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x \sqrt{4 + \frac{1}{x^2}}}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{4 + \frac{1}{x^2}}}{1 + \frac{1}{x}} = -2$$

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+1}}{x^{2018} - 1}$$

Câu 113. Tính

A. -1 .

B. 1 .

C. 2 .

D. 0 .

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+1}}{x^{2018} - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^{2017}} \cdot \frac{\sqrt{\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}}{1 - \frac{1}{x^{2017}}} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + x - x^2}{x}$$

Câu 114. Tính giới hạn

A. 0 .

B. $+\infty$.

C. 1 .

D. $-\infty$.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + x - x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} - 1 \right)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(x \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} - 1 \right) \right) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \sqrt{x^2 + x}}{x + 1}$$

Câu 115.

bằng

A. -2 .

B. 2 .

C. 0 .

D. $-\infty$.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \sqrt{x^2 + x}}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + x \sqrt{1 + \frac{1}{x}}}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + \sqrt{1 + \frac{1}{x}}}{1 + \frac{1}{x}} = 2$$

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - x + 1}}{2x}$$

Câu 116. Tính giới hạn

A. $\frac{1}{2}$.

B. $+\infty$.

C. $-\infty$.

D. $-\frac{1}{2}$.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - x + 1}}{2x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x\sqrt{1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}}{2x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-\sqrt{1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - x + 1}}{2x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x\sqrt{1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}}{2x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}}{2} = -\frac{1}{2}$$

Sửa

- Câu 117.** Cho a, b, c là các số thực khác 0 . Để giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + ax}}{bx - 1} = 3$ thì
- A. $\frac{a-1}{b} = 3$. B. $\frac{a+1}{b} = 3$. C. $\frac{-a-1}{b} = 3$. D. $\frac{a-1}{-b} = 3$.

Lời giải

Ta có
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + ax}}{bx - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 3x - (ax)^2}{(bx - 1)(\sqrt{x^2 - 3x - ax})} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x[(1 - a^2)x - 3]}{(bx - 1)(\sqrt{x^2 - 3x - ax})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(1 - a^2) - \frac{3}{x}}{\left(b - \frac{1}{x}\right)\left(-\sqrt{1 - \frac{3}{x} - a}\right)} = \frac{(1 - a^2)}{b(-1 - a)} = \frac{a - 1}{b} = 3$$

- Câu 118.** Cho số thực a thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{a\sqrt{2x^2 + 3} + 2017}{2x + 2018} = \frac{1}{2}$. Khi đó giá trị của a là
- A. $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $a = \frac{-\sqrt{2}}{2}$. C. $a = \frac{1}{2}$. D. $a = -\frac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có:
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{a\sqrt{2x^2 + 3} + 2017}{2x + 2018} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{a\sqrt{2 + \frac{3}{x^2}} + \frac{2017}{x}}{2 + \frac{2018}{x}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow a = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

- Câu 119.** Để $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + x + 1} + 4}{mx - 2} = \frac{1}{2}$. Giá trị của m thuộc tập hợp nào sau đây?
- A. $[3; 6]$. B. $[-3; 0]$. C. $[-6; -3]$. D. $[1; 3]$.

Lời giải

Ta có
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + x + 1} + 4}{mx - 2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{4 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} + \frac{4}{x}}{m - \frac{2}{x}} = -\frac{2}{m}$$

Theo bài ra ta có:
$$-\frac{2}{m} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow m = -4 \in [-6; -3]$$

Câu 120. Biết $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2 + 1}) = a$ (với a là tham số). Giá trị nhỏ nhất của $P = a^2 - 2a + 4$ là.

A. 4. B. 3. C. 5. D. 1.

Lời giải

Ta có
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2-a)x-3}{x-\sqrt{x^2+1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[-((2-a)x-3)(x+\sqrt{x^2+1}) \right] = +\infty \Rightarrow -(2-a) \geq 0 \Leftrightarrow a \geq 2$$

Với $a \geq 2 \Rightarrow a(a-2) \geq 0$ suy ra $P = a(a-2) + 4 \geq 4$.

Câu 121. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x+2}{x^2+1}$

A. $-\frac{1}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $-\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chon A

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x + 3}}{3x + 2} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x\sqrt{4 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} + x\sqrt{1 - \frac{1}{x} + \frac{3}{x^2}}}{3x + 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{4 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} + \sqrt{1 - \frac{1}{x} + \frac{3}{x^2}}}{3 + \frac{2}{x}} = -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

Câu 122. Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{4x^2 + 1} - 2$

A. $\frac{1}{4}$ **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** $-\frac{3}{2}$ **D.** 0

Lời giải

Chon B

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+3}{\sqrt{4x^2+1}-2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+3}{x\sqrt{4+\frac{1}{x^2}}-2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+\frac{3}{x}}{\sqrt{4+\frac{1}{x^2}}-\frac{2}{x}} = \frac{1}{2}$

Câu 123. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -2} (x+2)$ bằng

A. $-\infty$. B. $\frac{3}{16}$. C. 0. D. $+\infty$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+1}{(x+2)^2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{1}{(x+2)^2} \cdot (x+1) = -\infty$

Do $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{1}{(x+2)^2} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -2} (x+1) = -1 < 0$

Câu 124. Tính giới hạn $A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$.

A. $A = -\infty$.

B. $A = 0$.

C. $A = 3$.

D. $A = +\infty$.

Lời giải

Chọn C

$$A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x^2 + x + 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + x + 1) = 3$$

Câu 125. Cho giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4} = \frac{a}{b}$ trong đó $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $S = a^2 + b^2$.

A. $S = 20$.

B. $S = 17$.

C. $S = 10$.

D. $S = 25$.

Lời giải

Chọn B

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 1)(x - 2)}{(x + 2)(x - 2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 1}{x + 2} = \frac{1}{4}$$

Do đó $a = 1$; $b = 4$ suy ra $S = 1^2 + 4^2 = 17$.

Câu 126. Tính $\lim_{x \rightarrow 2^{2018}} \frac{x^2 - 4^{2018}}{x - 2^{2018}}$.

A. 2^{2019} .

B. 2^{2018} .

C. 2.

D. $+\infty$.

Lời giải

Chọn A

$$\lim_{x \rightarrow 2^{2018}} \frac{x^2 - 4^{2018}}{x - 2^{2018}} = \lim_{x \rightarrow 2^{2018}} \frac{(x - 2^{2018})(x + 2^{2018})}{(x - 2^{2018})} = \lim_{x \rightarrow 2^{2018}} (x + 2^{2018}) = 2^{2019}$$

Câu 127. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2018} + x - 2}{x^{2017} + x - 2}$ bằng $\frac{a}{b}$, với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của $a^2 - b^2$.

A. 4037.

B. 4035.

C. -4035.

D. 4033.

Lời giải

Chọn A

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2018} + x - 2}{x^{2017} + x - 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2018} - 1 + x - 1}{x^{2017} - 1 + x - 1}$$

Ta có

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x^{2017} + x^{2016} + \dots + x + 1) + x - 1}{(x - 1)(x^{2016} + x^{2015} + \dots + x + 1) + x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2017} + x^{2016} + \dots + x + 2}{x^{2016} + x^{2015} + \dots + x + 2}$$

$$= \frac{1 + 1 + \dots + 1 + 2}{1 + 1 + \dots + 1 + 2} = \frac{2019}{2018}$$

Vậy $a^2 - b^2 = 4037$.

Câu 128. $\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{|10 - 2x|}{x^2 - 6x + 5}$ là

- A. $+\infty$. B. 0. C. $-\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

$$\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{|10 - 2x|}{x^2 - 6x + 5} = \lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{2x - 10}{x^2 - 6x + 5} = \lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{2}{x - 1} = \frac{1}{2}$$

Câu 129. Tìm $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^3 - (1 + a^2)x + a}{x^3 - a^3}$.

- A. $\frac{2a^2}{a^2 + 3}$. B. $\frac{2a^2 - 1}{3a^2}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{2a^2 - 1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^3 - (1 + a^2)x + a}{x^3 - a^3} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^3 - a^2x - x + a}{(x - a)(x^2 + ax + a^2)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{x(x + a) - 1}{x^2 + ax + a^2} = \frac{2a^2 - 1}{3a^2}$$

Câu 130. Tìm $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 3x^2 + 2}{x^3 + 2x - 3}$.

- A. $-\frac{5}{2}$. B. $-\frac{2}{5}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $+\infty$.

Lời giải

Chọn B

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 3x^2 + 2}{x^3 + 2x - 3} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x + 1)(x^2 - 2)}{(x - 1)(x^2 + x + 3)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x + 1)(x^2 - 2)}{x^2 + x + 3} = -\frac{2}{5}$$

Câu 131. Cho $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1} = \frac{a}{b}$ với a, b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính tổng $S = a + b$.

- A. 5. B. 10. C. 3. D. 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x + 1}{x + 1} = \frac{3}{2} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow S = 5$

Câu 132. Biết $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + bx + c}{x - 3} = 8$. ($b, c \in \mathbb{Z}$). Tính $P = b + c$.

- A. $P = -13$. B. $P = -11$. C. $P = 5$. D. $P = -12$.

Lời giải

Chọn A

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + bx + c}{x - 3} = 8$
Vì $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + bx + c}{x - 3}$ là hữu hạn nên tam thức $x^2 + bx + c$ có nghiệm $x = 3$

$$\hat{U} \quad 3b + c + 9 = 0 \quad \hat{U} \quad c = -9 - 3b$$

Khi đó

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + bx + c}{x - 3} &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + bx - 9 - 3b}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x - 3)(x + 3 + b)}{x - 3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} (x + 3 + b) = 8 \quad \hat{U} \quad 6 + b = 8 \quad \hat{U} \quad b = 2 \quad \text{P} \quad c = -15 \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } P = b + c = -13.$$

Câu 133. Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2 + 1}{3x^2 + 8x + 5}.$

A. $L = -\frac{3}{2}.$

B. $L = \frac{1}{2}.$

C. $L = -\infty.$

D. $L = 0.$

Lời giải

Chọn A

$$L = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{3x^2 + 8x + 5} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x-2)}{(x+1)(3x+5)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x-2}{3x+5} = -\frac{3}{2}.$$

Câu 134. Cặp (a, b) thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + ax + b}{x - 3} = 3$ là

A. $a = -3, b = 0.$

B. $a = 3, b = 0.$

C. $a = 0, b = -9.$

D. không tồn tại cặp (a, b) thỏa mãn như vậy.

Lời giải

Cách 1:

Để $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + ax + b}{x - 3} = 3$ thì ta phải có $x^2 + ax + b = (x - 3)(x - m)$.

Khi đó $3 - m = 3 \Leftrightarrow m = 0$. Vậy $x^2 + ax + b = (x - 3)x = x^2 - 3x$.

Suy ra $a = -3$ và $b = 0$.

Cách 2:

Ta có $\frac{x^2 + ax + b}{x - 3} = x + a + 3 + \frac{3a + b + 9}{x - 3}$.

Vậy để có $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + ax + b}{x - 3} = 3$ thì ta phải có $\begin{cases} 3a + b + 9 = 0 \\ a + 6 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 0 \end{cases}$.

Câu 135. Cho a, b là số nguyên và $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + bx - 5}{x - 1} = 7$. Tính $a^2 + b^2 + a + b$.

A. 18.

B. 1.

C. 15.

D. 5.

Lời giải

Vi $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + bx - 5}{x - 1} = 7$ hữu hạn nên $x = 1$ phải là nghiệm của phương trình $ax^2 + bx - 5 = 0$ suy ra $a + b - 5 = 0 \Rightarrow b = 5 - a$.

Khi đó $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + (5 - a)x - 5}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(ax + 5)}{x - 1} = a + 5 = 7 \Rightarrow a = 2$ nên $b = 3$

Suy ra: $a^2 + b^2 + a + b = 18$.

Câu 136. Hãy xác định xem kết quả nào **sai**

- A. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{x} = 2$ B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+2}{x-4} = 1$
 C. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} = -1$ D. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x^2 + x - 20} = \frac{9}{8}$

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x^2 + x - 20} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x - 4)(x + 4)}{(x - 4)(x + 5)} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x + 4}{x + 5} = \frac{8}{9}$$

Câu 137. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{1 - \cos 3x \cos 5x \cos 7x}{\sin^2 7x}$. Tính $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

- A. $\frac{83}{49}$ B. $\frac{105}{49}$ C. $\frac{15}{49}$ D. $\frac{83}{98}$

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x \cos 5x \cos 7x}{\sin^2 7x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x + \cos 3x - \cos 3x \cos 5x + \cos 3x \cos 5x - \cos 3x \cos 5x \cos 7x}{\sin^2 7x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{\sin^2 7x} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x(1 - \cos 5x)}{\sin^2 7x} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x \cos 5x(1 - \cos 7x)}{\sin^2 7x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 \frac{3x}{2}}{\sin^2 7x} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 \frac{5x}{2}}{\sin^2 7x} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 \frac{7x}{2}}{\sin^2 7x} \\ &= \frac{2 \left(\frac{9}{4} + \frac{25}{4} + \frac{49}{4} \right)}{49} = \frac{83}{98} \end{aligned}$$

Câu 138. Biết $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - ax + a - 1}{x - 1} = 2$. Tính $M = a^2 + 2a$.

- A. $M = 3$ B. $M = 1$ C. $M = -1$ D. $M = 8$

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - ax + a - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x^2 + x + 1) - a(x - 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + x + 1 - a) = 3 - a \Rightarrow a = 1$$

Vậy $M = a^2 + 2a = 3$.

$$L = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{x - \frac{\pi}{2}}$$

Câu 139. Tìm giới hạn

A. $L = 1$.

B. $L = -1$.

C. $L = 0$.

D. $L = \frac{\pi}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Đặt: $t = x - \frac{\pi}{2}$.

Khi $x \rightarrow \frac{\pi}{2}$ thì $t \rightarrow 0$. Vậy $L = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\cos\left(t + \frac{\pi}{2}\right)}{t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-\sin t}{t} = -1$.

Câu 140. Cho $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 1} = \frac{-1}{2}$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Tổng $S = a^2 + b^2$ bằng

A. $S = 13$.

B. $S = 9$.

C. $S = 4$.

D. $S = 1$.

Lời giải

Chọn D

Vì hàm số có giới hạn hữu hạn tại $x = 1$ nên biểu thức tử nhận $x = 1$ làm nghiệm, hay $1 + a + b = 0$.

Áp dụng vào giả thiết, được $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax - 1 - a}{x^2 - 1} = \frac{-1}{2} \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1+a)}{(x-1)(x+1)} = \frac{-1}{2}$
 $\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1+a}{x+1} = \frac{-1}{2} \Leftrightarrow \frac{2+a}{2} = \frac{-1}{2} \Leftrightarrow a = -3$. Suy ra $b = 2$.

Vậy $a^2 + b^2 = 13$.

Câu 141. Số nào trong các số sau là bằng $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 + x} - 2\sqrt{3}}{x - 3}$?

A. $\frac{\sqrt{3}}{12}$.

B. $-\frac{\sqrt{3}}{12}$.

C. $\frac{7\sqrt{3}}{12}$.

D. $-\frac{7\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 + x} - 2\sqrt{3}}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{(x-3)(\sqrt{x^2 + x} + 2\sqrt{3})}$

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+4)}{(x-3)(\sqrt{x^2 + x} + 2\sqrt{3})} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+4}{\sqrt{x^2 + x} + 2\sqrt{3}} = \frac{3+4}{\sqrt{3^2 + 3} + 2\sqrt{3}} = \frac{7}{4\sqrt{3}} = \frac{7\sqrt{3}}{12}$.

Câu 142. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2\sqrt{1+x} - \sqrt[3]{8-x}}{x}$. Tính $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

A. $\frac{1}{12}$.

B. $\frac{13}{12}$.

C. $+\infty$.

D. $\frac{10}{11}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:
$$\frac{2\sqrt{1+x} - \sqrt[3]{8-x}}{x} = \frac{(2\sqrt{1+x} - 2) + (2 - \sqrt[3]{8-x})}{x} = \frac{2(\sqrt{1+x} - 1)}{x} + \frac{2 - \sqrt[3]{8-x}}{x}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{1+x} + 1} + \frac{1}{4 + 2\sqrt[3]{8-x} + \sqrt[3]{(8-x)^2}}$$
. Do vậy:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{2}{\sqrt{1+x} + 1} + \frac{1}{4 + 2\sqrt[3]{8-x} + \sqrt[3]{(8-x)^2}} \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{\sqrt{1+x} + 1} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{4 + 2\sqrt[3]{8-x} + \sqrt[3]{(8-x)^2}} \\ &= 1 + \frac{1}{12} = \frac{13}{12}. \end{aligned}$$

Câu 143. Biết $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{5-x} - \sqrt{5-x^2}}{\sqrt{x^2+16}-4} = \frac{a}{\sqrt{b}}$, trong đó a là số nguyên, b là số nguyên tố. Ta có tổng $a + 2b$ bằng :

A. 13.

B. 3.

C. 14.

D. 8.

Lời giải

Chọn C

Ta có

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{5-x} - \sqrt{5-x^2}}{\sqrt{x^2+16}-4} &= \frac{(\sqrt{5-x} - \sqrt{5-x^2})(\sqrt{x^2+16}+4)}{x^2} \\ &= \frac{(\sqrt{5-x} - \sqrt{5-x^2})(\sqrt{5} + \sqrt{5-x^2})}{x^2(\sqrt{5} + \sqrt{5-x^2})} = \frac{x^2(\sqrt{x^2+16}+4)}{x^2(\sqrt{5} + \sqrt{5-x^2})} = \frac{(\sqrt{x^2+16}+4)}{(\sqrt{5} + \sqrt{5-x^2})} \end{aligned}$$

Khi đó ta có

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{5-x} - \sqrt{5-x^2}}{\sqrt{x^2+16}-4} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x^2+16}+4)}{(\sqrt{5} + \sqrt{5-x^2})} = \frac{4}{\sqrt{5}} \Rightarrow a + 2b = 14$$

Câu 144. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 4} - 2}{x}$ bằng

A. $-\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $-\frac{3}{4}$.

D. $-\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn C

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 4} - 2}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 3x + 4 - 4}{x(\sqrt{x^2 - 3x + 4} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - 3}{\sqrt{x^2 - 3x + 4} + 2} = -\frac{3}{4}.$$

Câu 145. Tính $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 3x + 2}{6\sqrt{x+8} - x - 17}$.

- A. $-\infty$. B. 0 . C. $+\infty$. D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn C

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 3x + 2}{6\sqrt{x+8} - x - 17} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(x-2)(6\sqrt{x+8} + x + 17)}{-(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-2)(6\sqrt{x+8} + x + 17)}{-(x-1)}$$

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} (x-2)(6\sqrt{x+8} + x + 17) = -36$

$\lim_{x \rightarrow 1^+} (-x+1) = 0$ và $-x+1 < 0$

$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 3x + 2}{6\sqrt{x+8} - x - 17} = +\infty$

Câu 146. Tính $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8+x^2} - 2}{x^2}$.

- A. $\frac{1}{12}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8+x^2} - 2}{x^2} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{8+x^2-8}{x^2 \left(\sqrt[3]{(8+x^2)^2} + 2\sqrt[3]{8+x^2} + 4 \right)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt[3]{(8+x^2)^2} + 2\sqrt[3]{8+x^2} + 4} = \frac{1}{12} \end{aligned}$$

Câu 147. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^3+x^2+1} - 1}{x^2}$ bằng

- A. 1 . B. $\frac{1}{2}$. C. -1 . D. 0 .

Lời giải

Chọn B

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^3+x^2+1} - 1}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3+x^2+1-1}{x^2(\sqrt{x^3+x^2+1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1}{(\sqrt{x^3+x^2+1}+1)} = \frac{1}{2}$$

Câu 148. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1-\sqrt{5x+1}}{x-\sqrt{4x-3}} = \frac{a}{b}$, với $a, b \in \mathbb{Z}, b > 0$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị của $a-b$ là

- A. 1 . B. -1 . C. $\frac{8}{9}$. D. $\frac{1}{9}$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1-\sqrt{5x+1}}{x-\sqrt{4x-3}} &= \lim_{x \rightarrow 3} \left[\frac{x+\sqrt{4x-3}}{x+1+\sqrt{5x+1}} \cdot \frac{(x+1)^2 - (5x+1)}{x^2 - 4x+3} \right] = \lim_{x \rightarrow 3} \left[\frac{x+\sqrt{4x-3}}{x+1+\sqrt{5x+1}} \cdot \frac{x^2-3x}{x^2-4x+3} \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \left[\frac{x+\sqrt{4x-3}}{x+1+\sqrt{5x+1}} \cdot \frac{x}{x-1} \right] = \frac{6}{8} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{8} \Rightarrow a=9, b=8 \Rightarrow a-b=1.\end{aligned}$$

Câu 149. Tìm $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{\sqrt{4x+1} - 3}$ là

- A. $\frac{3}{2}$. B. $-\frac{2}{3}$. C. $-\frac{3}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{\sqrt{4x+1} - 3} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x-3)(\sqrt{4x+1}+3)}{4(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-3)(\sqrt{4x+1}+3)}{4} = -\frac{3}{2}.$$

Câu 150. Tìm $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{2x-1}}{x^2 + x - 2}$.

- A. -5 . B. $-\infty$. C. 0 . D. 1 .

Lời giải

Chọn C

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{2x-1}}{x^2 + x - 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{(x-1)(x+2)(x+\sqrt{2x-1})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{(x+2)(x+\sqrt{2x-1})} = 0$$

Ta có

Câu 151. Biết $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x-3} = \frac{a}{b^2}$ ($\frac{a}{b^2}$ là phân số tối giản). Tính $\sqrt{a} + b + 2018$.

- A. 2021. B. 2023. C. 2024. D. 2022.

Lời giải

Chọn D

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{(x-3)(\sqrt{x+1}+2)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{\sqrt{x+1}+2} = \frac{1}{2^2}.$$

Suy ra $a=1; b=2$.

$$\sqrt{a} + b + 2018 = 1 + 2 + 2018 = 2021.$$

Câu 152. Cho a, b là hai số nguyên thỏa mãn $2a - 5b = -8$ và $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{ax+1} - \sqrt{1-bx}}{x} = 4$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

- A. $|a| \leq 5$. B. $a - b > 1$. C. $a^2 + b^2 > 50$. D. $a + b > 9$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned}
& + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{ax+1} - \sqrt{1-bx}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{ax+1} - 1 + 1 - \sqrt{1-bx}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt[3]{ax+1} - 1}{x} + \frac{1 - \sqrt{1-bx}}{x} \right) \\
& = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{ax+1-1}{x \left[(\sqrt[3]{ax+1})^2 + \sqrt[3]{ax+1} + 1 \right]} + \frac{1 - (1-bx)}{x(1+\sqrt{1-bx})} \right) \\
& = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{a}{(\sqrt[3]{ax+1})^2 + \sqrt[3]{ax+1} + 1} + \frac{b}{1+\sqrt{1-bx}} \right) = \frac{a}{3} + \frac{b}{2}
\end{aligned}$$

Theo giả thiết $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{ax+1} - \sqrt{1-bx}}{x} = 4 \Rightarrow \frac{a}{3} + \frac{b}{2} = 4 \Leftrightarrow 2a + 3b = 24$

+ Ta có hệ $\begin{cases} 2a - 5b = -8 \\ 2a + 3b = 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 4 \end{cases}$ nên $|a| \leq 5$ là sai.

Câu 153. Cho $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - 2018}{x - 4} = 2019$. Tính $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{1009[f(x) - 2018]}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{2019f(x)} + 2019 + 2019)}$.

A. 2019 B. 2020 C. 2021 D. 2018

Lời giải

Chọn D

Theo giả thiết ta có $f(4) = 2018$

Ta có $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{1009[f(x) - 2018]}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{2019f(x)} + 2019 + 2019)}$

$$= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{1009[f(x) - 2018](\sqrt{x} + 2)}{(x - 4)(\sqrt{2019f(x)} + 2019 + 2019)} = \frac{1009 \cdot 4 \cdot 2019}{\sqrt{2019 \cdot 2018} + 2019 + 2019} = 2018$$

Câu 154. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1-\sqrt{5x+1}}{x-\sqrt{4x-3}}$ bằng $\frac{a}{b}$ (phân số tối giản). Giá trị của $a - b$ là

A. $\frac{1}{9}$. B. $\frac{9}{8}$. C. 1. D. -1.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1-\sqrt{5x+1}}{x-\sqrt{4x-3}} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x^2 - 3x)(x + \sqrt{4x-3})}{(x^2 - 4x + 3)(x + 1 + \sqrt{5x+1})} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x(x + \sqrt{4x-3})}{(x-1)(x+1+\sqrt{5x+1})}$

$$= \frac{3 \cdot 6}{2 \cdot 8} = \frac{9}{8}. \text{ Vậy } \begin{cases} a = 9 \\ b = 8 \end{cases} \Rightarrow a - b = 1.$$

Câu 155. Cho biết $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{ax^2+1} - bx - 2}{x^3 - 3x + 2} (a, b \in \mathbb{R})$ có kết quả là một số thực. Giá trị của biểu thức $a^2 + b^2$ bằng?

- A. $6 + 5\sqrt{3}$. B. $\frac{45}{16}$ C. $\frac{9}{4}$. D. $87 - 48\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn B

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{ax^2 + 1} - bx - 2}{x^3 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{ax^2 + 1} - bx - 2}{(x-1)^2(x+2)} = L, \text{ với } L \text{ là (*)}$$

Ta có

$$\sqrt{a+1} - b - 2 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{a+1} = b+2 \Leftrightarrow \begin{cases} b^3 - 2 \\ a+1 = b^2 + 4b + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^3 - 2 \\ a = b^2 + 4b + 3 \end{cases}$$

Khi đó

Thay $a = b^2 + 4b + 3$ vào (*):

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{ax^2 + 1} - bx - 2}{x^3 - 3x + 2} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{(b^2 + 4b + 3)x^2 + 1} - bx - 2}{(x-1)^2(x+2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(b^2 + 4b + 3)x^2 + 1 - (bx + 2)^2}{(x-1)^2(x+2) \sqrt{(b^2 + 4b + 3)x^2 + 1} + bx + 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(4b + 3)x^2 - 4bx - 3}{(x-1)^2(x+2) \sqrt{(b^2 + 4b + 3)x^2 + 1} + bx + 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(4b + 3)x + 3}{(x-1)(x+2) \sqrt{(b^2 + 4b + 3)x^2 + 1} + bx + 2} = L, L \text{ là (*)} \end{aligned}$$

$$(4b + 3) + 3 = 0 \Leftrightarrow b = -\frac{3}{2} \Rightarrow a = -\frac{3}{4}.$$

Khi đó:

$$\text{Vậy } a^2 + b^2 = \frac{45}{16}$$

Câu 156. Cho giới hạn $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1 - \sqrt{5x+1}}{x - \sqrt{4x-3}} = \frac{a}{b}$ (phân số tối giản). Giá trị của $T = 2a - b$ là

- A. $\frac{1}{9}$. B. -1 . C. 10 . D. $\frac{9}{8}$.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1 - \sqrt{5x+1}}{x - \sqrt{4x-3}} &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x^2 - 3x)(x + \sqrt{4x-3})}{(x^2 - 4x + 3)(x + 1 + \sqrt{5x+1})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x(x + \sqrt{4x-3})}{(x-1)(x+1 + \sqrt{5x+1})} = \frac{3 \cdot (3+3)}{2 \cdot (4+4)} = \frac{9}{8}. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } T = 2a - b = 10.$$

Câu 157. Tính $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 2x - 8}{\sqrt{2x+5} - 1}$.

- A. -3 . B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. C. -6 . D. 8 .

Lời giải

Chọn C

Ta có:
$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 2x - 8}{\sqrt{2x+5} - 1} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(x-4)(\sqrt{2x+5}+1)}{(\sqrt{2x+5}-1)(\sqrt{2x+5}+1)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(x-4)(\sqrt{2x+5}+1)}{2(x+2)}$$
$$= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x-4)(\sqrt{2x+5}+1)}{2} = -6$$

Câu 158. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 16}{x - 2} = 12$. Tính giới hạn

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{5f(x) - 16} - 4}{x^2 + 2x - 8}$$

- A. $\frac{5}{24}$. B. $\frac{1}{5}$. C. $\frac{5}{12}$. D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Do $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 16}{x - 2} = 12$ nên ta có $f(2) - 16 = 0$ hay $f(2) = 16$.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{5f(x) - 16} - 4}{x^2 + 2x - 8} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{5(f(x) - 16)}{(x-2)(x+4)(\sqrt[3]{(5f(x)-16)^2} + 4\sqrt[3]{5f(x)-16} + 16)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 16}{x - 2} \cdot \frac{5}{(x+4)(\sqrt[3]{(5f(x)-16)^2} + 4\sqrt[3]{5f(x)-16} + 16)} \\ &= 12 \cdot \frac{5}{6 \cdot 48} = \frac{5}{24}. \end{aligned}$$

Câu 159. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x - 1}$ bằng

- A. $\frac{1}{4}$. B. $+\infty$. C. $\frac{1}{2}$. D. 1 .

Lời giải

Ta có:
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+3-4}{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{x+3}+2} = \frac{1}{4}$$

Câu 160. Tính giới hạn $K = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x+1} - 1}{x^2 - 3x}$.

- A. $K = -\frac{2}{3}$. B. $K = \frac{2}{3}$. C. $K = \frac{4}{3}$. D. $K = 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có
$$K = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x+1} - 1}{x^2 - 3x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{x(x-3)(\sqrt{4x+1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4}{(x-3)(\sqrt{4x+1}+1)} = -\frac{2}{3}.$$

Câu 161. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x - 2}$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{4}$. C. 0. D. 1.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{(x - 2)(\sqrt{x+2} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{\sqrt{x+2} + 2} = \frac{1}{4}.$$

Câu 162. Tính giới hạn
$$L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x}{\sqrt{2 - x} - 1}.$$

- A. $L = -6$. B. $L = -4$. C. $L = 2$. D. $L = -2$.

Lời giải

$$L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x}{\sqrt{2 - x} - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(1 - x)(\sqrt{2 - x} + 1)}{-x + 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (\sqrt{2 - x} + 1) = 2.$$

Câu 163. Tính $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{2x^2 - 6}{x - \sqrt{3}} = a\sqrt{b}$ (a, b nguyên). Khi đó giá trị của $P = a + b$ bằng

- A. 7. B. 10. C. 5. D. 6.

Lời giải

Ta có
$$\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{2x^2 - 6}{x - \sqrt{3}} = \lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{2(x^2 - 3)}{x - \sqrt{3}} = \lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} 2(x + \sqrt{3}) = 4\sqrt{3}$$

Suy ra $a = 4, b = 3$. Vậy $P = a + b = 7$.

Câu 164. Biết $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3x+1} - 1}{x} = \frac{a}{b}$, trong đó a, b là các số nguyên dương và phân số $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính giá trị biểu thức $P = a^2 + b^2$.

- A. $P = 13$. B. $P = 0$. C. $P = 5$. D. $P = 40$.

Lời giải

Ta có:
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3x+1} - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x + 1 - 1}{x(\sqrt{3x+1} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3}{\sqrt{3x+1} + 1} = \frac{3}{2}$$

Câu 165. Tính giới hạn
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x^2 - 2x + 1} - \sqrt{1 - 2x}}{x}.$$

- A. 2. B. -1. C. -2. D. 0.

Lời giải

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x^2 - 2x + 1} - \sqrt{1 - 2x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2}{x(\sqrt{4x^2 - 2x + 1} + \sqrt{1 - 2x})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{(\sqrt{4x^2 - 2x + 1} + \sqrt{1 - 2x})} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - \sqrt[3]{7x + 1}}{\sqrt{2}(x - 1)} = \frac{a\sqrt{2}}{b} + c$$

Câu 166. Biết $a + b + c$ bằng:

với $a, b, c \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị của

A. 5.

B. 37.

C. 13.

D. 51.

Lời giải

Ta có
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - \sqrt[3]{7x + 1}}{\sqrt{2}(x - 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - 2 + 2 - \sqrt[3]{7x + 1}}{\sqrt{2}(x - 1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - 2}{\sqrt{2}(x - 1)} + \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt[3]{7x + 1}}{\sqrt{2}(x - 1)} = I + J$$

$$I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - 2}{\sqrt{2}(x - 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x + 2 - 4}{\sqrt{2}(x - 1)(\sqrt{x^2 + x + 2} + 2)}$$

Tính

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x + 2)}{\sqrt{2}(x - 1)(\sqrt{x^2 + x + 2} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + 2}{\sqrt{2}(\sqrt{x^2 + x + 2} + 2)} = \frac{3}{4\sqrt{2}}$$

$$J = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt[3]{7x + 1}}{\sqrt{2}(x - 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{8 - 7x - 1}{\sqrt{2}(x - 1) \left[4 + 2\sqrt[3]{7x + 1} + (\sqrt[3]{7x + 1})^2 \right]}$$

và

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-7}{\sqrt{2} \left[4 + 2\sqrt[3]{7x + 1} + (\sqrt[3]{7x + 1})^2 \right]} = \frac{-7}{12\sqrt{2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - \sqrt[3]{7x + 1}}{\sqrt{2}(x - 1)} = I + J = \frac{\sqrt{2}}{12}$$

Do đó

Suy ra $a = 1, b = 12, c = 0$. Vậy $a + b + c = 13$.

Câu 167. Giá trị của $I = \lim_{x \rightarrow -\sqrt{2}} \frac{x + \sqrt{2}}{x^2 - 2}$ bằng

A. 2.

B. $\frac{-1}{2\sqrt{2}}$.

C. 1.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

$$I = \lim_{x \rightarrow -\sqrt{2}} \frac{x + \sqrt{2}}{x^2 - 2} = \lim_{x \rightarrow -\sqrt{2}} \frac{x + \sqrt{2}}{(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2})} = \lim_{x \rightarrow -\sqrt{2}} \frac{1}{x - \sqrt{2}} = \frac{-1}{2\sqrt{2}}$$

Câu 168. Tính $I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - \sqrt{x + 3}}{x^2 - 1}$?

A. $I = \frac{7}{8}$.

B. $I = \frac{3}{2}$.

C. $I = \frac{3}{8}$.

D. $I = \frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn A

$$I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - \sqrt{x+3}}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x - \sqrt{x+3})(2x + \sqrt{x+3})}{(x-1)(x+1)(2x + \sqrt{x+3})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2 - x - 3}{(x-1)(x+1)(2x + \sqrt{x+3})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(4x+3)}{(x-1)(x+1)(2x + \sqrt{x+3})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x+3}{(x+1)(2x + \sqrt{x+3})} = \frac{7}{8}$$

Câu 169. Giá trị giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - x} - \sqrt{4x^2 + 1}}{2x + 3}$ bằng:

- A. $-\frac{1}{2}$. B. $+\infty$. C. $-\infty$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - x} - \sqrt{4x^2 + 1}}{2x + 3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x|\sqrt{1 - \frac{1}{x}} - |x|\sqrt{4 + \frac{1}{x^2}}}{x\left(2 + \frac{3}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x\sqrt{1 - \frac{1}{x}} + x\sqrt{4 + \frac{1}{x^2}}}{x\left(2 + \frac{3}{x}\right)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{1 - \frac{1}{x}} + \sqrt{4 + \frac{1}{x^2}}}{2 + \frac{3}{x}} = \frac{-\sqrt{1 - 0} + \sqrt{4 + 0}}{2 + 0} = \frac{1}{2}$$

Câu 170. Cho $f(x)$ là đa thức thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 20}{x - 2} = 10$. Tính $T = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{6f(x) + 5} - 5}{x^2 + x - 6}$

- A. $T = \frac{12}{25}$. B. $T = \frac{4}{25}$. C. $T = \frac{4}{15}$. D. $T = \frac{6}{25}$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1:

Chọn $f(x) = 10x$, ta có $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 20}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{10x - 20}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{10(x - 2)}{x - 2} = 10$.

Lúc đó
$$T = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{6f(x) + 5} - 5}{x^2 + x - 6} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{60x + 5} - 5}{x^2 + x - 6} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{60x + 5} - 5}{(x - 2)(x + 3)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{60x + 5 - 5^3}{(x - 2)(x + 3)(\sqrt[3]{60x + 5}^2 + 5\sqrt[3]{60x + 5} + 25)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{60(x - 2)}{(x - 2)(x + 3)(\sqrt[3]{60x + 5}^2 + 5\sqrt[3]{60x + 5} + 25)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{60}{(x+3)(\sqrt[3]{60x+5}^2 + 5\sqrt[3]{60x+5} + 25)} = \frac{4}{25}$$

Cách 2:

Theo giả thiết có $\lim_{x \rightarrow 2} (f(x) - 20) = 0$ hay $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 20$ (*)

$$T = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{6f(x)+5} - 5}{x^2 + x - 6} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{6f(x) + 5 - 125}{(x^2 + x - 6) \left[(\sqrt[3]{6f(x)+5})^2 + 5(\sqrt[3]{6f(x)+5}) + 25 \right]}$$

Khi đó

$$T = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{6[f(x) - 20]}{(x-2)(x+3) \left[(\sqrt[3]{6f(x)+5})^2 + 5(\sqrt[3]{6f(x)+5}) + 25 \right]}$$

$$T = \frac{10.6}{5.75} = \frac{4}{25}$$

Câu 171. Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{3x+1} - 4}{3 - \sqrt{x+4}}$ có giá trị bằng:

A. $-\frac{9}{4}$.

B. -3 .

C. -18 .

D. $-\frac{3}{8}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có
$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{3x+1} - 4}{3 - \sqrt{x+4}} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{[(3x+1) - 16](3 + \sqrt{x+4})}{[9 - (x+4)](\sqrt{3x+1} + 4)} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{-3(3 + \sqrt{x+4})}{\sqrt{3x+1} + 4} = \frac{-18}{8} = -\frac{9}{4}$$

Câu 172. Cho $f(x)$ là một đa thức thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 16}{x - 1} = 24$. Tính $I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 16}{(x-1)(\sqrt{2f(x)+4} + 6)}$

A. 24.

B. $I = +\infty$.

C. $I = 2$.

D. $I = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Vì $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 16}{x - 1} = 24 \Rightarrow f(1) = 16$ vì nếu $f(1) \neq 16$ thì $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 16}{x - 1} = \infty$.

Ta có
$$I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 16}{(x-1)(\sqrt{2f(x)+4} + 6)} = \frac{1}{12} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 16}{(x-1)} = 2$$

Câu 173. Cho $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{\sqrt[3]{x+1}\sqrt{x+4} - 2} \right) = \frac{a}{b}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính tổng $L = a + b$.

A. $L = 43$.

B. $L = 23$.

C. $L = 13$.

D. $L = 53$.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{aligned}
\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{\sqrt[7]{x+1} \cdot \sqrt{x+4} - 2} \right) &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{\sqrt[7]{x+1} \cdot \sqrt{x+4} - \sqrt{x+4} + \sqrt{x+4} - 2} \right) \\
&= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{\sqrt{x+4} \cdot (\sqrt[7]{x+1} - 1) + \sqrt{x+4} - 2} \right) \\
&= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x(\sqrt{x+4} + 2)(x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)}{\sqrt{x+4} \cdot (x+1-1)(\sqrt{x+4} + 2) + (x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)(x+4-2^2)} \right) \\
&= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{(\sqrt{x+4} + 2)(x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)}{\sqrt{x+4}(\sqrt{x+4} + 2) + x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1} \right) = \frac{4}{9}
\end{aligned}$$

Suy ra $a=4$, $b=9$, $L=a+b=13$.

Trình bày lại:

Chọn A

Đặt $L = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{\sqrt[7]{x+1} \cdot \sqrt{x+4} - 2} \right) = \frac{a}{b}$ thì $\frac{1}{L} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt[7]{x+1} \cdot \sqrt{x+4} - 2}{x} \right) = \frac{b}{a}$.

Ta có

$$\frac{b}{a} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt[7]{x+1} \cdot \sqrt{x+4} - \sqrt{x+4} + \sqrt{x+4} - 2}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt[7]{x+1} \cdot \sqrt{x+4} - \sqrt{x+4}}{x} \right) + \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{x+4} - 2}{x} \right)$$

Xét $L_1 = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{x+4}(\sqrt[7]{x+1} - 1)}{x} \right)$. Đặt $t = \sqrt[7]{x+1}$. Khi đó: $\begin{cases} x = t^7 - 1 \\ x \rightarrow 0 \Rightarrow t \rightarrow 1 \end{cases}$

$$L_1 = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{\sqrt{t^7+3}(t-1)}{t^7-1} = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{\sqrt{t^7+3}}{(t^6+t^5+t^4+t^3+t^2+t+1)} = \frac{2}{7}$$

$$L_2 = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{x+4} - 2}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+4} - 2)(\sqrt{x+4} + 2)}{x(\sqrt{x+4} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x+4} + 2} = \frac{1}{4}$$

Xét

$$\frac{b}{a} = \frac{2}{7} + \frac{1}{4} = \frac{15}{28} \Rightarrow a=28, b=15 \Rightarrow a+b=43 \Rightarrow a+b=43.$$

Câu 174. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt[3]{x+5}}{x-3}$.

- A. 0. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt[3]{x+5}}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{\sqrt{x+1} - 2}{x-3} - \frac{\sqrt[3]{x+5} - 2}{x-3} \right)$$

$$\begin{aligned}
&= \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x+1-4}{(x-3)(\sqrt{x+1}+2)} - \frac{x+5-8}{(x-3)(\sqrt[3]{(x+5)^2}+2\sqrt[3]{x+5}+4)} \right) \\
&= \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{\sqrt{x+1}+2} - \frac{1}{\sqrt[3]{(x+5)^2}+2\sqrt[3]{x+5}+4} \right) = \frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{1}{6}
\end{aligned}$$

Câu 175. Trong các giới hạn sau, giới hạn nào có kết quả là 0 ?

- A. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^3-1}$ B. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x+5}{x+10}$ C. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x^2-3x+2}$ D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+1} - x)$

Lời giải

Chọn D

Xét $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+1} - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2+1-x^2}{\sqrt{x^2+1}+x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x} = 0$

Câu 176. Cho $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{9x^2+ax}+3x) = -2$. Tính giá trị của a .

- A. -6 B. 12 C. 6 D. -12

Lời giải

Chọn B

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{9x^2+ax}+3x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{ax}{\sqrt{9x^2+ax}-3x} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a}{-\sqrt{9+\frac{a}{x}}-3} = -\frac{a}{6}$$

$$\Rightarrow -\frac{a}{6} = -2 \Leftrightarrow a = 12$$

Câu 177. Tìm giới hạn $M = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2-4x} - \sqrt{x^2-x})$. Ta được M bằng

- A. $-\frac{3}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $M = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2-4x} - \sqrt{x^2-x}) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x}{\sqrt{x^2-4x} + \sqrt{x^2-x}}$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x}{|x| \cdot \left(\sqrt{1-\frac{4}{x}} + \sqrt{1-\frac{1}{x}} \right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{\sqrt{1-\frac{4}{x}} + \sqrt{1-\frac{1}{x}}} = \frac{3}{2}$$

Câu 178. Biết $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{5x^2+2x} + x\sqrt{5}) = a\sqrt{5} + b$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính $S = 5a + b$.

- A. $S = -5$ B. $S = -1$ C. $S = 1$ D. $S = 5$

Lời giải

Chọn C

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{5x^2 + 2x} + x\sqrt{5}) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{\sqrt{5x^2 + 2x} - x\sqrt{5}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{-\sqrt{5 + \frac{2}{x}} - \sqrt{5}} = -\frac{1}{5}\sqrt{5}$$

Suy ra: $a = -\frac{1}{5}$, $b = 0$. Vậy $S = -1$.

Câu 179. Tìm $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x} + 2x)$

- A. 2. B. $-\infty$. C. 1. D. $+\infty$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x} + 2x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(|x| \sqrt{1 + \frac{1}{x}} + 2x \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-x \sqrt{1 + \frac{1}{x}} + 2x \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(x \left(2 - \sqrt{1 + \frac{1}{x}} \right) \right) = -\infty \text{ vì } \lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(2 - \sqrt{1 + \frac{1}{x}} \right) = 1$$

Câu 180. Tìm $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x + 2} + x + 2)$

- A. $\frac{3}{2}$. B. 0. C. $-\infty$. D. -2.

Lời giải

Chọn A

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x + 2} + x + 2) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + x + 2 - (x + 2)^2}{\sqrt{x^2 + x + 2} - x - 2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x - 2}{\sqrt{x^2 + x + 2} - x - 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3 - \frac{2}{x}}{-\sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}} - 1 - \frac{2}{x}} = \frac{3}{2}$$

Câu 181. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x - \sqrt{9x^2 - 1})$ bằng:

- A. $+\infty$. B. 0. C. $-\infty$. D. -1.

Lời giải

Chọn C

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x - \sqrt{9x^2 - 1}) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(3x + x \sqrt{9 - \frac{1}{x^2}} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x \left(3 + \sqrt{9 - \frac{1}{x^2}} \right) = -\infty$$

Câu 182. Biết $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2 + ax + 1} + bx) = -1$. Tính giá của biểu thức $P = a^2 - 2b^3$.

- A. $P = 32$. B. $P = 0$. C. $P = 16$. D. $P = 8$.

Lời giải

Chọn D

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2 + ax + 1} + 2x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax + 1}{\sqrt{4x^2 + ax + 1} - 2x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a + \frac{1}{x}}{-\sqrt{4 + \frac{a}{x} + \frac{1}{x^2}} - 2} = -\frac{a}{4}.$$

TH1: $b = 2$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2 + ax + 1} + bx) = -1 \Leftrightarrow -\frac{a}{4} = -1 \Rightarrow a = 4$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2 + ax + 1} + bx) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[x \left(-\sqrt{4 + \frac{a}{x} + \frac{1}{x^2}} + b \right) \right] = \begin{cases} -\infty & \text{nếu } b > 2 \\ +\infty & \text{nếu } b < 2 \end{cases}$$

TH2: $b \neq 2$

$$\text{Vậy } a = 4, b = 2 \Rightarrow P = a^2 - 2b^3 = 0$$

Câu 183. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2 + 8x + 1} + 2x)$ bằng

A. $-\infty$.

B. 0.

C. -2.

D. $+\infty$

Lời giải

Chọn C

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2 + 8x + 1} + 2x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{8x + 1}{\sqrt{4x^2 + 8x + 1} - 2x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{8 + \frac{1}{x}}{-\sqrt{4 + \frac{8}{x} + \frac{1}{x^2}} - 2} = -2$$

Câu 184. Tìm $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x + 1 - \sqrt[3]{x^3 + 2})$

A. -1.

B. $-\infty$.

C. $+\infty$.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x + 1 - \sqrt[3]{x^3 + 2}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{-2}{x^2 + x\sqrt[3]{x^3 + 2} + (\sqrt[3]{x^3 + 2})^2} \right)$$

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{-2}{x^2 \left(1 + \sqrt[3]{1 + \frac{2}{x^3}} + \left(\sqrt[3]{1 + \frac{2}{x^3}} \right)^2 \right)} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{\frac{-2}{x^2}}{1 + \sqrt[3]{1 + \frac{2}{x^3}} + \left(\sqrt[3]{1 + \frac{2}{x^3}} \right)^2} \right) = 1$$

$$\text{Vậy } \lim_{x \rightarrow +\infty} (x + 1 - \sqrt[3]{x^3 + 2}) = 1$$

Câu 185. Biết rằng $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{2x^2 - 3x + 1} + x\sqrt{2}) = \frac{a}{b}\sqrt{2}$, ($a, b \in \mathbb{Z}, \frac{a}{b}$ tối giản). Tổng $a + b$ có giá trị là

A. 1.

B. 5.

C. 4.

D. 7.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{2x^2 - 3x + 1} + x\sqrt{2}) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - 3x + 1 - 2x^2}{\sqrt{2x^2 - 3x + 1} - x\sqrt{2}} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(-3 + \frac{1}{x} \right)}{x \left(-\sqrt{2 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2}} - \sqrt{2} \right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3 + \frac{1}{x}}{-\sqrt{2 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2}} - \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{4}\end{aligned}$$

Vậy $a = 3$; $b = 4 \Rightarrow a + b = 7$.

Câu 186. Cho giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{36x^2 + 5ax + 1} - 6x + b) = \frac{20}{3}$ và đường thẳng $\Delta: y = ax + 6b$ đi qua điểm $M(3; 42)$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Giá trị của biểu thức $T = a^2 + b^2$ là:

A. 104.

B. 100.

C. 41.

D. 169.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng $\Delta: y = ax + 6b$ đi qua điểm $M(3; 42)$ nên $3a + 6b = 42 \Rightarrow a + 2b = 14$.

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{36x^2 + 5ax + 1} - 6x + b) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{5ax + 1}{\sqrt{36x^2 + 5ax + 1} + 6x} + b \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{5a + \frac{1}{x}}{\sqrt{36 + \frac{5a}{x} + \frac{1}{x^2}} + 6} + b \right) = \frac{5a}{12} + b\end{aligned}$$

$$\text{Do đó } \frac{5a}{12} + b = \frac{20}{3} \Rightarrow 5a + 12b = 80. \quad \text{Ta có hệ: } \begin{cases} 5a + 12b = 80 \\ a + 2b = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 5 \end{cases}$$

Vậy $T = a^2 + b^2 = 41$.

Câu 187. Cho $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + ax + 5} + x) = 5$. Khi đó giá trị a là

A. 10.

B. -6.

C. 6.

D. -10.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + ax + 5} + x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(\sqrt{x^2 + ax + 5} + x)(\sqrt{x^2 + ax + 5} - x)}{\sqrt{x^2 + ax + 5} - x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax + 5}{\sqrt{x^2 + ax + 5} - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a + \frac{5}{x}}{\sqrt{1 + \frac{a}{x} + \frac{5}{x^2}} - 1} = \frac{a}{-2}$$

$$\text{Do đó: } \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + ax + 5} + x) = 5 \Leftrightarrow \frac{a}{-2} = 5 \Leftrightarrow a = -10$$

Câu 188. Tìm giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 4x + 1} + x)$

A. $I = -2$.

B. $I = -4$.

C. $I = 1$.

D. $I = -1$.

Lời giải

Cách 1: Sử dụng máy tính cầm tay tính giá trị biểu thức $\sqrt{x^2 + 4x + 1} + x$ tại $x = -10^{10}$:

Vậy $I = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 4x + 1} + x) = -2$. Chọn đáp án A.

Cách 2: Ta có

$$I = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 4x + 1} + x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x + 1}{\sqrt{x^2 + 4x + 1} - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4 + \frac{1}{x}}{-\sqrt{1 + \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2}} - 1} = \frac{4}{-2} = -2.$$

Câu 189. Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 2} - x)$.

A. -4.

B. -2.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 2} - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 4x + 2 - x^2}{\sqrt{x^2 - 4x + 2} + x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-4x + 2}{\sqrt{x^2 - 4x + 2} + x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-4 + \frac{2}{x}}{\sqrt{1 - \frac{4}{x} + \frac{2}{x^2}} + 1} = -2.$$

Câu 190. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x-3})$ bằng

A. 0.

B. 2.

C. $-\infty$.

D. $+\infty$.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x-3}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1 - x+3}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x-3}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x-3}} = 0.$$

Câu 191. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 5x + 6} - x)$ bằng:

A. 3.

B. $\frac{5}{2}$.

C. $-\frac{5}{2}$.

D. -3.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 5x + 6} - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-5x + 6}{\sqrt{x^2 - 5x + 6} + x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-5 + \frac{6}{x}}{\sqrt{1 - \frac{5}{x} + \frac{6}{x^2}} + 1} = -\frac{5}{2}.$$

Ta có

Câu 192. Cho $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + ax + 5} + x) = 5$ thì giá trị của a là một nghiệm của phương trình nào trong các phương trình sau?

A. $x^2 - 11x + 10 = 0$.

B. $x^2 - 5x + 6 = 0$.

C. $x^2 - 8x + 15 = 0$.

D. $x^2 + 9x - 10 = 0$.

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + ax + 5} + x) = 5 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^2 + ax + 5 - x^2}{\sqrt{x^2 + ax + 5} - x} \right) = 5 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{ax + 5}{\sqrt{x^2 + ax + 5} - x} \right) = 5$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{a + \frac{5}{x}}{-\sqrt{1 + \frac{a}{x} + \frac{5}{x^2}} - 1} \right) = 5 \Leftrightarrow \frac{a}{-2} = 5 \Leftrightarrow a = -10.$$

Vì vậy giá trị của a là một nghiệm của phương trình $x^2 + 9x - 10 = 0$.

- Câu 193.** Biết $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 - 3x + 1} - (ax + b)) = 0$. Tính $a - 4b$ ta được
- A. 3. B. 5. C. -1. D. 2.

Lời giải

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 - 3x + 1} - (ax + b)) = 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} ((\sqrt{4x^2 - 3x + 1} - ax) - b) = 0$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4x^2 - 3x + 1 - a^2 x^2}{\sqrt{4x^2 - 3x + 1} + ax} - b \right) = 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{(4 - a^2)x^2 - 3x + 1}{\sqrt{4x^2 - 3x + 1} + ax} - b \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4 - a^2 = 0 \\ a > 0 \\ \frac{-3}{2+a} - b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -\frac{3}{4} \end{cases}$$

Vậy $a - 4b = 5$.

- Câu 194.** $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 + 5x + 4} - \sqrt{x^2 + 5x - 2})$ bằng
- A. 3. B. 1. C. 0. D. $+\infty$.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 + 5x + 4} - \sqrt{x^2 + 5x - 2}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x}{\sqrt{x^2 + 5x + 4} + \sqrt{x^2 + 5x - 2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x}{x \left(\sqrt{1 + \frac{5}{x} + \frac{4}{x^2}} + \sqrt{1 + \frac{5}{x} - \frac{2}{x^2}} \right)} = 3$$

- Câu 195.** Giới hạn nào dưới đây có kết quả là $\frac{1}{2}$?

- A. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{2} (\sqrt{x^2 + 1} - x)$ B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x (\sqrt{x^2 + 1} + x)$
- C. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{2} (\sqrt{x^2 + 1} + x)$ D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x (\sqrt{x^2 + 1} - x)$

Lời giải

Chọn D

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2+1} - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2+1} + x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{|x|\sqrt{1+\frac{1}{x^2}} + x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}} + x}$$

Xét:

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}} + 1} = \frac{1}{2}$$

- Câu 196.** Cho $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a\sqrt{x^2+1}+2017}{x+2018} = \frac{1}{2}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+bx+1} - x) = 2$. Tính $P = 4a + b$.
- A. $P = 3$. B. $P = -1$. C. $P = 2$. D. $P = 1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a\sqrt{x^2+1}+2017}{x+2018} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(-a\sqrt{1+\frac{1}{x^2}} + \frac{2017}{x} \right)}{x \left(1 + \frac{2018}{x} \right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-a\sqrt{1+\frac{1}{x^2}} + \frac{2017}{x}}{1 + \frac{2018}{x}} = -a$$

Nên $-a = \frac{1}{2} \Leftrightarrow a = -\frac{1}{2}$.

Ta có:
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+bx+1} - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{x^2+bx+1} - x)(\sqrt{x^2+bx+1} + x)}{\sqrt{x^2+bx+1} + x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{bx+1}{x \left(\sqrt{1+\frac{b}{x}+\frac{1}{x^2}} + 1 \right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(b + \frac{1}{x} \right)}{x \left(\sqrt{1+\frac{b}{x}+\frac{1}{x^2}} + 1 \right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{b + \frac{1}{x}}{\sqrt{1+\frac{b}{x}+\frac{1}{x^2}} + 1} = \frac{b}{2}$$

Nên $\frac{b}{2} = 2 \Leftrightarrow b = 4$.

Vậy $P = 4 \left(-\frac{1}{2} \right) + 4 = 2$.

- Câu 197.** Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2-4x+2} - x)$
- A. -4 . B. -2 . C. 4 . D. 2 .

Lời giải

Chọn B

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2-4x+2} - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2-4x+2-x^2}{\sqrt{x^2-4x+2}+x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-4x+2}{\sqrt{x^2-4x+2}+x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-4+\frac{2}{x}}{\sqrt{1-\frac{4}{x}+\frac{2}{x^2}}+1} = -2$$

- Câu 198.** Tìm giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x+1 - \sqrt{x^2-x+2})$
- A. $I = 1/2$. B. $I = 46/31$. C. $I = 17/11$. D. $I = 3/2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $I = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x + 1 - \sqrt{x^2 - x + 2}) \Leftrightarrow I = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - x^2 + x - 2}{x + \sqrt{x^2 - x + 2}} + 1 \right) \Leftrightarrow I = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x - 2}{x + \sqrt{x^2 - x + 2}} + 1 \right)$

$$\Leftrightarrow I = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1 - \frac{2}{x}}{1 + \sqrt{1 - \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}}} + 1 \right) \Leftrightarrow I = \frac{3}{2}.$$

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>