

LỜI NÓI ĐẦU

Bất đẳng thức là một lĩnh vực cổ điển luôn chiếm một vị trí quan trọng trong kho tàng toán học, bởi chúng có một sức hút kì lạ về cả vẻ đẹp hình thức lẫn những điều bí ẩn về nội dung. Tuy nhiên hầu hết sự quan tâm của các bạn đều dành cho bất đẳng thức đại số mà quên đi vẻ đẹp của bất đẳng thức hình học. Chúng tôi hi vọng chuyên đề này sẽ mang đến cho các bạn một cái nhìn thoáng hơn về bất đẳng thức hình học.

Nếu ở cấp THCS, ta đã tìm hiểu nhiều về hình học phẳng thì lên cấp THPT ta lại được tìm hiểu sâu về hình học không gian. Bất đẳng thức hình học là một phần quan trọng trong hình học, nó xuất hiện trong nhiều lĩnh vực của hình học, từ hình học phẳng sơ cấp, hình học không gian, đến hình học tổ hợp,... Bất đẳng thức hình học có ứng dụng rất rộng lớn trong đời sống cũng như việc chứng minh các bài toán hình học hóc búa khác. Nhìn một cách khái quát việc chứng minh bất đẳng thức hình học không phải một sớm một chiều là có thể thành thạo được, vì nó cần có sự tổng hợp của tất cả các kiến thức về hình học lẫn đại số, đầu óc liên tưởng nhạy bén, những sáng tạo trong cách giải,... Ở chuyên đề này chúng tôi gửi đến bạn đọc những hiểu biết, phương pháp giải mà chúng tôi tích lũy trong quá trình học toán từ trước tới nay. Chuyên đề này sẽ cung cấp cho bạn đọc từ những kiến thức cơ bản đến mở rộng, từ những phương pháp đã biết ở cấp THCS, đến những phương pháp phức tạp đòi hỏi sự tư duy trừu tượng cao. Ngoài ra, các bài toán trong chuyên đề này được sưu tầm từ những đề thi cũ tới những đề thi mới cập nhật hiện nay. Nó chắc chắn sẽ hấp dẫn bạn đọc và sẽ làm tăng thêm sự say mê bất đẳng thức trong một lĩnh vực mà ít người tìm đến.

Các kết quả chủ yếu mà chuyên đề này đạt được:

- 1) Tập hợp tương đối đầy đủ các kiến thức cơ bản sử dụng nhiều trong việc chứng minh bất đẳng thức hình học.
- 2) Đưa ra được các phương pháp chứng minh chung cho các phần I, II.
- 3) Đưa ra được các bài toán từ đơn giản tới nâng cao trong từng bài.
- 4) Bổ sung thêm kiến thức mới về Polytope. Khái quát bài toán đẳng chu, ước lượng từ phẳng sang không gian.
- 5) Sáng tạo trong việc giải toán và các bài toán mới (phần III). Đưa ra một số câu hỏi mở và một số kết luận.

Chuyên đề này được chia làm ba phần:

PHẦN 1: Bất đẳng thức hình học trong mặt phẳng.

Trình bày về các phương pháp chứng minh các bất đẳng thức hình học trong mặt phẳng và một số kiến thức cơ bản cần sử dụng khi chứng minh. Trong phần này còn tập trung hầu hết các định lý, các bài toán nổi tiếng (như đường tròn chín điểm, đường thẳng Euler, định lý Pick,...) được sử dụng nhiều trong việc giải toán hình học.

PHẦN 2: Bất đẳng thức hình học trong không gian.

Trong phần này chúng tôi đưa ra các kiến thức về các hình cơ bản (như tam diện, tứ diện, thiết diện) và sau đó rút ra một số phương pháp chung cho việc chứng minh bất đẳng thức hình học không gian.

PHẦN 3: Các vấn đề ngoài lề.

Trình bày các phần mà chúng tôi tìm tòi được (như phương pháp hình học hóa các bất đẳng thức đại số là một phương pháp hay trong việc giải các bài đại số, bài toán đẳng chu, Polytope 4 chiều,...). Bên cạnh đó, có các bất đẳng thức sưu tầm được qua các kì thi trong và ngoài nước và các bất đẳng thức tự sáng tạo (Hình học hay đại số).

Ngoài ra chúng tôi còn đưa ra các ví dụ cụ thể để bạn đọc dễ hình dung phương pháp chứ không lí luận suông. Sau phần ví dụ ở mỗi bài chúng tôi đều có các bài toán chọn lọc nhằm giới thiệu với các bạn những bài toán hay trong và ngoài nước. Phần cuối của mỗi bài là các bài toán tự luyện cho các bạn luyện tập kỹ năng giải toán với các phương pháp mà chúng tôi đã hướng dẫn.

Để hoàn thành chuyên đề này chúng tôi đã nhận được sự giúp đỡ rất lớn của các thầy cô trong tổ chuyên toán trường THPT chuyên Lý Tự Trọng. Chúng tôi chân thành cảm ơn sự giúp đỡ nhiệt tình của cô Tạ Thanh Thủy Tiên, anh Võ Quốc Bá Cẩn, các thầy cô tổ chuyên toán, các anh chị chuyên toán khoá trước, Do thời gian biên soạn ngắn nên có thể chưa đầy đủ và không tránh khỏi những thiếu sót ngoài ý muốn. Chúng tôi mong nhận được sự đóng góp ý kiến quý báu của thầy cô và các bạn.

Nhóm biên soạn.

MỤC LỤC

LỜI NÓI ĐẦU	1
PHẦN I: BẤT ĐẲNG THỨC HÌNH HỌC TRONG MẶT PHẲNG	3
BÀI 1: PHƯƠNG PHÁP KÉO THEO.....	3
BÀI 2: SỬ DỤNG HỆ THỨC LƯỢNG	16
BÀI 3: SỬ DỤNG TÍCH VÔ HƯỚNG	28
BÀI 4: PHƯƠNG PHÁP ĐẠI SỐ HÓA.....	32
BÀI 5: SỬ DỤNG CÁC ĐỊNH LÝ, ĐỊNH NGHĨA VỀ CÁC ĐƯỜNG THẲNG, ĐƯỜNG TRÒN	36
PHẦN II: BẤT ĐẲNG THỨC HÌNH HỌC TRONG KHÔNG GIAN	56
CHƯƠNG I: TỨ DIỆN	56
BÀI 1: ƯỚC LƯỢNG HÌNH HỌC	56
BÀI 2: CÁC ĐỊNH LÝ VÀ CÁC BÀI TOÁN VỀ GÓC TAM DIỆN, BẤT ĐẲNG THỨC VỀ TỨ DIỆN	62
CHƯƠNG II: THIẾT DIỆN	80
CHƯƠNG III: PHƯƠNG PHÁP CHỨNG MINH CHUNG TRONG CÁC BÀI BẤT ĐẲNG THỨC HÌNH HỌC TRONG KHÔNG GIAN	84
BÀI 1: PHƯƠNG PHÁP HÌNH HỌC	84
BÀI 2: PHƯƠNG PHÁP PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG VÀ MẶT	90
BÀI 3: PHƯƠNG PHÁP ĐẠI SỐ	92
BÀI 4: CỰC TRỊ HÌNH HỌC	99
BÀI 5: PHƯƠNG PHÁP VECTO	108
PHẦN III: CÁC VẤN ĐỀ NGOÀI LỀ	110
HÌNH HỌC HÓA CÁC BÀI BẤT ĐẲNG THỨC ĐẠI SỐ	110
BÀI TOÁN ĐẲNG CHU	114
POLYTOPE 4 CHIỀU	120
CÁC BẤT ĐẲNG THỨC SỰ TẦM.....	127
HÌNH HỌC HAY ĐẠI SỐ?.....	137
TÀI LIỆU THAM KHẢO.....	145