

Bài 1: (1,0 điểm) Xét tính liên tục của hàm số sau tại $x = 3$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x+3}-3}{x-3}, & \text{khi } x > 3 \\ 2x - \frac{17}{3} & , \text{ khi } x \leq 3 \end{cases}$$

Bài 2: (1,0 điểm) Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$ có đồ thị là (C) . Viết phương trình tiếp tuyến (d) của (C) tại điểm $M \in (C)$ có hoành độ $x_M = 2$.

Bài 3: (0,5 điểm) Chứng minh rằng phương trình $x^3 + x - 1 = 0$ có nghiệm.

Bài 4: (2,5 điểm) Tính đạo hàm các hàm số sau:

a) $y = (x^3 - 2x + 1)(4x^2 - 2)$

b) $y = \left(\frac{2x-3}{x+1} \right)^3$

c) $y = \sqrt{\sin 2x}$

Bài 5: (1,5 điểm) Tính các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^2 - 3x + 2}$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 - x + 1} - x \right)$

Bài 6: (3,5 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SB .

a) Chứng minh: $AH \perp (SBC)$ và $(SBD) \perp (SAC)$.

b) Tính góc giữa SC với mặt phẳng $(ABCD)$.

c) Tính góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$.

d) Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) .

ĐÁP ÁN

Bài 1: (1,0 điểm)	Xét tính liên tục của hàm số sau tại $x = 3$	Điểm
	$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x+3}-3}{x-3}, & \text{khi } x > 3 \\ 2x - \frac{17}{3}, & \text{khi } x \leq 3 \end{cases}$	
	$f(3) = \frac{1}{3}$	0,25
	$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} \left(2x - \frac{17}{3} \right) = \frac{1}{3}$	0,25
	$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{2x+3}-3}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2x-6}{(x-3)(\sqrt{2x+3}+3)}$	
	$= \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2}{\sqrt{2x+3}+3} = \frac{1}{3}$	0,25
	Ta có: $f(3) = \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \frac{1}{3}$ Vậy hàm số đã cho liên tục tại $x = 3$	0,25
Bài 2: (1,0 điểm)	Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$ có đồ thị là (C). Viết phương trình tiếp tuyến (d) của (C) tại điểm $M \in (C)$ có hoành độ $x_M = 2$. $y' = 3x^2 - 12x + 9$ Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(x_0; y_0)$: $y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0$ Ta có: $x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = 0$ $f'(2) = -3$ Phương trình tiếp tuyến của (C) tại $M(2; 0)$ là: $y = -3(x - 2) \Leftrightarrow y = -3x + 6$	0,25
Bài 3: (0,5 điểm)	Chứng minh rằng phương trình $x^3 + x - 1 = 0$ có nghiệm. Đặt $f(x) = x^3 + x - 1$ Ta có $f(x)$ liên tục trên R. $f(0) = -1 < 0$ $f(1) = 1 > 0$ $\Rightarrow f(0) \cdot f(1) < 0$ $\Rightarrow f(x) = 0$ có ít nhất 1 nghiệm thuộc khoảng $(0; 1)$ Vậy phương trình $x^3 + x - 1 = 0$ có nghiệm.	0,25
Bài 4: (2,5 điểm)	Tính đạo hàm các hàm số sau: a) $y = (x^3 - 2x + 1)(4x^2 - 2)$	1,0 điểm
		0,5

	$y' = (x^3 - 2x + 1)'(4x^2 - 2) + (4x^2 - 2)'(x^3 - 2x + 1)$ $= (3x^2 - 2)(4x^2 - 2) + 8x(x^3 - 2x + 1)$ $= 12x^4 - 14x^2 + 4 + 8x^4 - 16x^2 + 8x$ $= 20x^4 - 30x^2 + 8x + 4$ b) $y = \left(\frac{2x-3}{x+1}\right)^3$ $y' = 3\left(\frac{2x-3}{x+1}\right)^2 \cdot \left(\frac{2x-3}{x+1}\right)'$ $= 3\left(\frac{2x-3}{x+1}\right)^2 \cdot \frac{5}{(x+1)^2}$ c) $y = \sqrt{\sin 2x}$ $y' = \frac{(\sin 2x)'}{2\sqrt{\sin 2x}}$ $= \frac{2\cos 2x}{2\sqrt{\sin 2x}} = \frac{\cos 2x}{\sqrt{\sin 2x}}$	0,5 0,75 điểm 0,25 0,5 0,75 điểm 0,25 0,5
Bài 5: (1,5 điểm)	Tính các giới hạn sau: a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^2 - 3x + 2}$ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^2(x+1)}{(x-1)(x-2)}$ $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-2)} = 0$ b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} - x)$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} - x)$ $= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x + 1}{(\sqrt{x^2 - x + 1} + x)}$ $= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\left(-1 + \frac{1}{x}\right)}{\left(\sqrt{1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} + 1\right)} = -\frac{1}{2}$	0,5 0,25 0,25 0,25+0,25
Bài 6: (3,5 điểm)	Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh a, $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SB.	

	a) Chứng minh: $AH \perp (SBC)$ và $(SBD) \perp (SAC)$. Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA (SA \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$ $\begin{cases} BC \perp (SAB) \\ AH \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow BC \perp AH$ $\begin{cases} AH \perp BC \\ AH \perp SB \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC)$ Ta có: $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC)$ $\begin{cases} BD \perp (SAC) \\ BD \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow (SBD) \perp (SAC)$ b) Tính góc giữa SC với mặt phẳng $(ABCD)$. Ta có: $\begin{cases} C = SC \cap (ABCD) \\ SA \perp (ABCD) \end{cases}$ $\Rightarrow AC$ là hình chiếu của SC trên mp$(ABCD)$ $\Rightarrow [SC; (ABCD)] = (SC; AC) = \angle SCA$ Ta có: $AC = a\sqrt{2}$ $\tan SCA = \frac{SA}{AC} = \frac{a\sqrt{3}}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \Rightarrow \angle SCA \approx 50,8^\circ$ c) Tính góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$. Ta có: $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD)$ $\begin{cases} CD \perp (SAD) \\ SD \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow CD \perp SD$ Ta có: $\begin{cases} (SCD) \cap (ABCD) = CD \\ (ABCD): AD \perp CD \\ (SCD): SD \perp CD \end{cases} \Rightarrow [(SCD), (ABCD)] = (AD, SD) = \angle SDA$ $\tan SDA = \frac{SA}{AD} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow \angle SDA = 60^\circ$ d) Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD). Kẻ $AK \perp SO (K \in SO)$ Ta có: $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC)$	1,0 điểm 0,25 0,25 0,25 0,25 1,0 điểm 0,25 0,25 0,5 0,75 điểm 0,5 0,25 0,75 điểm 0,25
--	---	---

	$\begin{cases} BD \perp (SAC) \\ AK \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow BD \perp AK$ $\begin{cases} AK \perp SO \\ AK \perp BD \end{cases} \Rightarrow AK \perp (SBD)$ $\Rightarrow d_{(A,(SBD))} = AK$ $AO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ $AK = \frac{AO \cdot SA}{\sqrt{AO^2 + SA^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a\sqrt{3}}{\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + (a\sqrt{3})^2}} = \frac{a\sqrt{21}}{7}$	0,25 0,25
--	---	---------------------------------------