**CHUYÊN** **ĐỀ**

ĐẠO HÀM VÀ Ý NGHĨA CỦA ĐẠO HÀM

[**BÀI** **1.** **CÁC** **QUI** **TẮC** **TÍNH** **ĐẠO** **HÀM** 2](#_Toc523951137)

[**A.** **KIẾN** **THỨC** **SÁCH** **GIÁO** **KHOA** **CẦN** **CẦN** **NẮM** 2](#_Toc523951138)

[**B.** **PHÂN** **LOẠI** **VÀ** **PHƯƠNG** **PHÁP** **GIẢI** **BÀI** **TẬP** 2](#_Toc523951139)

[**Dạng** **1:** **Tính** **đạo** **hàm** **bằng** **định** **nghĩa** 2](#_Toc523951140)

**Nội dung phản biện**

**Đã gắn giúp ID6 và bỏ đi 2 câu không phù hợp dạng là câu 28 và 30**

# **BÀI** 1**.** **ĐẠO** **HÀM** **VÀ** **Ý** **NGHĨA** **CỦA** **ĐẠO** **HÀM**

## **A.** **KIẾN** **THỨC** **SÁCH** **GIÁO** **KHOA** **CẦN** **CẦN** **NẮM**

**1.** **Đạo** **hàm** **tại** **một** **điểm**

Hàm số  liên tục trên , được gọi là có đạo hàm tại  nếu giới hạn sau tồn tại (hữu hạn):  và giá trị của giới hạn đó gọi là giá trị đạo hàm của hàm số tại điểm .Ta kí hiệu .

Vậy 

**2.** **Đạo** **hàm** **bên** **trái,** **bên** **phải**

. .

*Hệ quả :* Hàm có đạo hàm tại  và  đồng thời .

**3.** **Đạo** **hàm** **trên** **khoảng,** **trên** **đoạn**

 Hàm số  có đạo hàm (hay hàm khả vi) trên  nếu nó có đạo hàm tại mọi điểm thuộc .

 Hàm số  có đạo hàm (hay hàm khả vi) trên  nếu nó có đạo hàm tại mọi điểm thuộc  đồng thời tồn tại đạo hàm trái  và đạo hàm phải  .

**4.** **Mối** **liên** **hệ** **giữa** **đạo** **hàm** **và** **tính** **liên** **tục**

**Định** **lí**: Nếu hàm số  có đạo hàm tại  thì  liên tục tại .

**Chú** **ý:** Định lí trên chỉ là điều kiện cần, tức là một hàm có thể liên tục tại điểm  nhưng hàm đó không có đạo hàm tại .

Chẳng hạn: Xét hàm  liên tục tại  nhưng không liên tục tại điểm đó.

Vì, còn.

## **B.** **PHÂN** **LOẠI** **VÀ** **PHƯƠNG** **PHÁP** **GIẢI** **BÀI** **TẬP**

### **Dạng** **1:** **Tính** **đạo** **hàm** **và** **các** **bài** **toán** **có** **liên** **quan**

***PHẦN******1:******CÁC******VÍ******DỤ***

**Phương** **pháp:**

 

 

 

 Hàm số  có đạo hàm tại điểm 

 Hàm số  có đạo hàm tại điểm thì trước hết phải liên tục tại điểm đó.

**Các** **ví** **dụ**

**Ví** **dụ** **1.** Tính đạo hàm của các hàm số sau tại các điểm đã chỉ:

**1.** **** tại  **3.** **** tại 

**2.** **** tại

**Lời** **giải**

**1**. Ta có .

**2.** Ta có : 

.

**3**. Ta có, do đó: 

Vậy.

**Ví** **dụ** **2.** Chứng minh rằng hàm số  liên tục tại  nhưng không có đạo hàm tại điểm đó.

**Lời** **giải**

Vì hàm  xác định tại  nên nó liên tục tại đó.

Ta có: 



 không có đạo hàm tại .

**Ví** **dụ** **3.** Tìm  để hàm số  có đạo hàm tại 

**Lời** **giải**

Để hàm số có đạo hàm tại  thì trước hết  phải liên tục tại 

Hay .

Khi đó, ta có:.

Vậy  là giá trị cần tìm.

***PHẦN******2:******CÂU******HỎI******TRẮC******NGHIỆM***

**Câu** **1. [1D5-1.1-1]** Cho hàm số  liên tục tại . Đạo hàm của  tại  là:

**A.** .

**B.** .

**C.**  (nếu tồn tại giới hạn).

**D.**  (nếu tồn tại giới hạn).

**Lời** **giải**

**Chọn** **C**

Định nghĩa  hay  (nếu tồn tại giới hạn).

**Câu** **2. [1D5-1.1-1]** Số gia của hàm số  ứng với  và  bằng bao nhiêu?

**A.** **.** **B.** **.** **C.** ****. **D.** ****.

**Lời** **giải**

**Chọn** **C**

Ta có .

Với  và  thì .

**Câu** **3. [1D5-1.1-1]** Tỉ số  của hàm số theo x và là

**A.** **** **B.** ****

**C.** **** **D.** ****

**Lời** **giải**

**Chọn** **C**



**Câu** **4. [1D5-1.1-1]** Số gia của hàm số ứng với số gia của đối số x tại  là

**A.** **** **B.** **** **C.** **** **D.** ****

**Lời** **giải**

**Chọn** **A**

Với số gia của đối số x tại  Ta có



**Câu** **5. [1D5-1.1-1]** Cho hàm số , đạo hàm của hàm số ứng với số gia của đối số x tại x0 là

**A.** **** **B.** ****

**C.** **** **D.** ****

**Lời** **giải**

**Chọn** **B**

Ta có :



Nên 

Vậy 

**Câu** **6. [1D5-1.1-1]** Cho hàm số  xác định bởi  . Giá trị  bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** Không tồn tại.

**Lời** **giải**

**Chọn** **C.**

Ta có :  .

**Câu** **7. [1D5-1.1-1]** Cho hàm số  có đạo hàm tại  là . Khẳng định nào sau đây **sai?**

**A.** ****. **B.** ****.

**C.** ****. **D.** ****.

**Lời** **giải**

**Chọn** **D**

**A.** Đúng (theo định nghĩa đạo hàm tại một điểm).

**B.** Đúng. Do , 

****.

**C.** Đúng. Do đặt  

.

Vậy **D** là đáp án sai.

**Câu** **8. [1D5-1.1-2]** Cho hàm số . Với giá trị nào sau đây của  thì hàm số có đạo hàm tại ?

**A.** ****. **B.** ****. **C.** ****. **D.** ****.

**Lời** **giải**

**Chọn** **A**

Hàm số liên tục tại  nên ta có .

Hàm số có đạo hàm tại  nên giới hạn 2 bên của  bằng nhau và ta có:





Vậy .

**Câu** **9. [1D5-1.1-1]** Cho hàm số , đạo hàm của hàm số ứng với số gia  của đối số  tại  là

**A.** ****. **B.** ****.

**C.** ****. **D.** ****.

**Lời** **giải**

**Chọn** **B**

Ta có:



.

Nên 

Vậy .

**Câu** **10. [1D5-1.1-1]** Tính đạo hàm của hàm số sau tại điểm chỉ ra

 tại điểm .

**A.** **. B..**  **C.** **. D.** **.**

**Lời** **giải**

**Chọn** **C**



Vậy .

**Câu** **2010** **.** Tính đạo hàm của hàm số sau tại điểm chỉ ra

 tại .

**A.** **. B.** **. C.** **. D.** **.**

**Lời** **giải**

**Chọn** **A**

Ta có: 

Vậy .

**Câu** **11. [1D5-1.1-1]** Cho hàm số *f* xác định trên  bởi . Giá trị  bằng:

**A.**. **B.**.

**C.**. **D.**Không tồn tại.

**Lời** **giải**

**Chọn** **C**



Cho → 0 ta được .

**Câu** **12. [1D5-1.1-1]** Cho hàm số *f* xác định trên  bởi . Giá trị  bằng:

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** Không tồn tại.

**Lời** **giải**

**Chọn** **D**



Cho → 1 ta được  không tồn tại.

**Câu** **13. [1D5-1.1-1]** Cho hàm số . Khi đó là kết quả nào sau đây?

**A.** ****. **B.** ****. **C.** ****. **D.** Không tồn tại.

**Lời** **giải**

**Chọn** **B**

Ta có: 

.

**Câu** **14. [1D5-1.1-2]** Cho hàm số . Để hàm số này có đạo hàm tại  thì giá trị của *b* là

**A.** ****. **B.** ****. **C.** ****. **D.** ****.

**Lời** **giải**

**Chọn** **B**

Ta có: , , .

 có đạo hàm tại  khi và chỉ khi  liên tục tại 

.

**Câu** **15. [1D5-1.1-1]** Tính đạo hàm của hàm số sau tại điểm chỉ ra

**** tại .

**A..**  **B.** **. C.** **. D**. Đáp án khác.

**Lời** **giải**

**Chọn** **D**

Ta có 



Dẫn tới  hàm số không liên tục tại  nên hàm số không có đạo hàm tại .

**Câu** **16. [1D5-1.1-2]** Tính đạo hàm của hàm số sau tại điểm chỉ ra

**** tại 

**A.1. B.2. C.3. D.5.**

**Lời** **giải**

**Chọn** **A**

Ta có 

 nên hàm số liên tục tại 

 và



Vậy .

**Câu** **17. [1D5-1.1-2]** Tính đạo hàm của hàm số sau tại điểm chỉ ra

**** tại .

**A.2. B.0. C.3. D.**đáp án khác.

**Lời** **giải**

**Chọn** **D**

Ta có hàm số liên tục tại  và



Nên 



Do đó 

Vậy hàm số không có đạo hàm tại điểm .

**Nhận** **xét:** Hàm số  có đạo hàm tại  thì phải liên tục tại điểm đó.

**Câu** **18. [1D5-1.1-2]** Tìm  để hàm số  có đạo hàm tại .

**A. B. C. D.**

**Lời** **giải**

**Chọn** **D**

Ta có:

; 

Hàm có đạo hàm tại  thì hàm liên tục tại   (1)



 (Do)

Hàm có đạo hàm tại .

**Câu** **18. [1D5-1.1-2]** Tìm a,b để hàm số có đạo hàm trên .

**A.. B.. C.. D..**

**Lời** **giải**

**Chọn** **C**

Ta thấy với  thì  luôn có đạo hàm. Do đó hàm số có đạo hàm trên  khi và chỉ khi hàm có đạo hàm tại.

Ta có:  liên tục tại.

Khi đó: 

.

Vậy  là những giá trị cần tìm.

**Câu** **19. [1D5-1.1-2]** Tìm  để hàm số  có đạo hàm tại điểm .

**A.. B.. C.. D..**

**Lời** **giải**

**Chọn** **D**

Ta có 

Hàm số liên tục tại 

, 

Hàm số có đạo hàm tại điểm 

Vậy là giá trị cần tìm.

**Câu** **20. [1D5-1.1-1]** Cho hàm số . Hãy chọn câu **sai:**

**A.** . **B.** Hàm số có đạo hàm tại .

**C.** Hàm số liên tục tại . **D.** .

**Lời** **giải**

**Chọn** **A**

Ta có: 

 và .

Vậy hàm số liên tục tại . C đúng.

Ta có: 



Vậy hàm số có đạo hàm tại  và 

Vậy A sai.

**Câu** **21. [1D5-1.1-1]** Cho hàm số  xác định bởi  . Giá trị  bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** Không tồn tại.

**Lời** **giải**

**Chọn** **C**

Ta có :  .

**Câu** **22. [1D5-1.1-1] (THPT** **CHUYÊN** **HÙNG** **VƯƠNG** **-** **PHÚ** **THỌ** **-** **LẦN** **1** **-** **2018)** Phát biểu nào trong các phát biểu sau là đúng ?

**A.** Nếu hàm số  có đạo hàm trái tại  thì nó liên tục tại điểm đó.

**B.** Nếu hàm số  có đạo hàm phải tại  thì nó liên tục tại điểm đó.

**C.** Nếu hàm số  có đạo hàm tại  thì nó liên tục tại điểm .

**D.** Nếu hàm số  có đạo hàm tại  thì nó liên tục tại điểm đó.

**Lời** **giải**

Ta có định lí sau:

*Nếu hàm số*  *có đạo hàm tại*  *thì nó liên tục tại điểm đó*

**Câu** **23. [1D5-1.1-1]** Cho hàm số  có đạo hàm thỏa mãn . Giá trị của biểu thức  bằng

**A.** ****. **B.** ****. **C.** **** **D.** ****.

**Lời** **giải**

**Chọn** **B.**

.

**Câu** **24. [1D5-1.1-1] (THPT** **Chuyên** **Bắc** **Giang** **-** **Tháng** **11** **-** **2018)** Cho hàm số

. Khi đó là kết quả nào trong các kết quả sau:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời** **giải**

**Chọn** **B**

Ta có:



.

**Câu** **25. [1D5-1.1-1] (THPT** **Hoàng** **Mai** **-** **Nghệ** **An** **-** **lần** **1** **-** **2018)** Cho hàm số  xác định bởi . Giá trị  bằng:

**A.** ****. **B.** Không tồn tại. **C.** ****. **D.** ****.

**Lời** **giải**

**Chọn** **C**

.

**Câu** **26. [1D5-1.1-1] (CHUYÊN** **LÊ** **HỒNG** **PHONG-NAM** **ĐỊNH-** **LẦN** **2-** **2018)** Cho hàm số  . Tính

**A.** ****. **B.** ****. **C.** **** **D.** ****.

**Lời** **giải**

**Chọn** **D**

Ta có 

**Câu** **27. [1D5-1.1-2] (THPT** **Chuyên** **Phan** **Bội** **Châu-Nghệ** **An-L3-2018)** Cho hàm số  , tính .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời** **giải**

**Chọn** **A**

Ta có

    .

Vậy có.

**Câu** **29. [1D5-1.1-3] (Thi** **thử** **VTV7-2018)**Cho  với . Tính 

**A.** . **B.** . **C.**. **D.** .

**Lời** **giải**

**Chọn** **C**

Theo định nghĩa, 



**Câu** **31. [1D5-1.1-3] (THPT** **Ba** **Đinh** **-** **Thanh** **Hóa** **-** **lần** **3-** **2018)** Cho hàm số  có đạo hàm tại  (với ). Giá trị của biểu thức  bằng

**A.** ****. **B.** ****. **C.** ****. **D.** ****.

**Lời** **giải**

**Chọn** **D**

Hàm số có đạo hàm tại  thì hàm số phải liên tục tại    (1).

Ta có  và

 nên  .

Vậy .

**Câu** **32. [1D5-1.1-4] (Cụm** **Thành** **Phố** **Vũng** **Tàu** **-** **Tháng** **6** **-** **2018)** Cho hai số thực ,  làm cho hàm số  có đạo hàm tại . Giá trị của biểu thức  bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời** **giải**

**Chọn** **B**

Ta có

.

.

Hàm số liên tục tại .

Lại có

.

 .

Do hàm số có đạo hàm tại  nên . Vậy .

**Câu** **33. [1D5-1.1-4] (THPT** **Lương** **Thế** **Vinh** **-** **Hà** **Nội** **-** **Lần** **2** **-** **2018)** Cho hàm số . Biết hàm số có đạo hàm tạị  . Giá trị của bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời** **giải**

**Chọn** **A**

TXĐ 



Ta có 



Hàm số có đạo hàm tại  khi và chỉ khi . Khi đó  tồn tại hữu hạn nên .

Do đó 

.

Thay vào  ta có: .

Vậy .

**Câu** **34. [1D5-1.1-4] (THPT** **Chu** **Văn** **An** **–Hà** **Nội-L3-2018)** Cho hàm số  liên tục trên khoảng  thỏa mãn các điều kiện  và hàm số  có đạo hàm tại điểm . Giá trị của biểu thức  bằng

**A.** ****. **B.** ****. **C.** ****. **D.** ****.

**Lời** **giải**

**Chọn** **C**

- Hàm số  có đạo hàm tại điểm  khi và chỉ khi





Vậy .