

MỤC LỤC

Nội dung	Trang
Phần I. Phần mở đầu	2
1. Lý do chọn đề tài	2
2. Mục đích nghiên cứu	3
3. Đối tượng nghiên cứu	3
4. Phương pháp nghiên cứu	3
Phần II. Nội dung của đề tài	4
1. Cơ sở lý luận	4
2. Thực trạng của vấn đề trước khi áp dụng SKKN	5
3. Các bài toán đặc trưng	5
Dạng 1. Các bài toán khai thác các tính chất liên quan tới các điểm và các đường đặc biệt trong tam giác.	5
Dạng 2. Các bài toán khai thác các mối liên hệ giữa các yếu tố hình học nhờ vào giả thiết của bài toán.	13
4. Hiệu quả áp dụng	20
Phần III: Kết luận và kiến nghị	21
Tài liệu tham khảo	23

PHẦN I: MỞ ĐẦU

1. LÝ DO CHỌN ĐỀ TÀI:

Toán học là một trong những môn học quan trọng để rèn luyện tư duy, rèn luyện kỹ năng vận dụng để giải quyết một số vấn đề xảy ra trong thực tế. Vì vậy việc dạy học môn Toán là dạy cho học sinh có năng lực trí tuệ, năng lực từ đó giúp học sinh học tập và tiếp thu các kiến thức khoa học và biết cách vận dụng nó vào cuộc sống. Dạy học môn Toán người thầy không chỉ dạy cho học sinh kiến thức toán học (những công thức, những định lý, định đề, tiên đề...) mà người thầy còn phải dạy cho học sinh có năng lực, trí tuệ để giải quyết vấn đề được nêu ra trong học tập và sau này.

Trong những năm gần đây khoa học càng ngày càng phát triển, con người cần phải nắm bắt kiến thức hiện đại. Do đó việc đổi mới phương pháp dạy học là vấn đề cấp thiết để học sinh nắm bắt được các kiến thức khoa học và có khả năng vận dụng vào thực tiễn góp phần vào việc xây dựng và bảo vệ tổ quốc. Với phương pháp dạy học hiện đại như hiện nay ngoài việc truyền thụ, cung cấp kiến thức, kỹ năng cơ bản cần thiết cho học sinh, thầy giáo cần phải quan tâm đến việc rèn luyện kỹ năng suy luận logic, biết tổng hợp, khái quát hóa các kiến thức đã học một cách hệ thống để học sinh có khả năng vận dụng các kiến thức đã học để tự giải quyết vấn đề một cách năng động sáng tạo.

Trong trường trình toán học sơ cấp THPT thì phương pháp tọa độ trong mặt phẳng là một trong những dạng toán quen thuộc và gần gũi với mọi đối tượng học sinh. Rất nhiều các bài toán khác từ những bài toán cổ trong thực tế đến những bài toán phức tạp trong các bộ môn học khác đôi khi cũng cần áp dụng những tính chất của bài toán tọa độ. Đặc biệt trong các kỳ thi tuyển sinh ĐHCĐ trước đây (nay là thi THPT Quốc gia), các kỳ thi HSG tỉnh cũng như HSG quốc gia thì các bài tập về phương pháp tọa độ trong mặt phẳng luôn là một chủ đề hay và khiến đại bộ phận học sinh cảm thấy bế tắc trong quá trình định hướng đi tìm lời giải.

Trên thực tế hiện nay đã có rất nhiều các tài liệu tham khảo cũng như các bài giảng về phương pháp tọa độ của các nhà toán học lớn, của các chuyên gia. Tuy nhiên các quyển sách trên cùng với các phương pháp chứng minh độc đáo của các tác giả gần như còn xa lạ với rất nhiều học sinh đặc biệt là các học sinh ở vùng nông thôn điều kiện tiếp xúc với tài liệu còn khó khăn thì việc nắm bắt được các nội dung trình bày trong các tài liệu đó dường như hoàn toàn bế tắc. Các lời giải về các bài toán tọa độ trong mặt phẳng trong các tài liệu nêu ra đối với đại bộ phận học sinh còn mang tính gượng ép và thiếu tự nhiên về mặt suy luận. Nhiều tính chất phức tạp của hình học phẳng cũng được đưa vào áp dụng trong lời giải khiến bài giải càng thiếu đi tính tự nhiên và khó hiểu với đại bộ phận học sinh. Trong khi đó qua nghiên cứu về dạng toán này trong mấy năm gần đây ở các kỳ thi tuyển sinh tôi nhận thấy các kiến thức hình học cần sử dụng để giải quyết những bài toán này khá đơn giản. Phần lớn giả thiết của các bài toán đều gợi ý cho ta về mối liên hệ của các tính chất nào đó của hình vẽ trong

bài toán. Trên cơ sở đó việc giải quyết các bài toán này trở nên tương đối nhẹ nhàng với đại bộ phận học sinh.

Trong quá trình giảng dạy ở trường THPT cũng như giảng dạy ở một số lớp ôn thi đại học, ôn thi THPT Quốc gia và bồi dưỡng học sinh giỏi tôi nhận thấy nhiều học sinh chưa có phương pháp giải quyết lớp bài toán này, hoặc còn lúng túng nhầm lẫn trong quá trình làm bài. Học sinh không biết vận dụng kiến thức đã học để giải quyết vấn đề này vì những lý do sau: quên kiến thức đã học, chưa hiểu đúng yêu cầu của bài toán, ít rèn luyện nên dẫn đến khả năng phân tích, tổng hợp các dạng bài còn yếu, không nhận dạng được loại bài toán.

2. MỤC ĐÍCH NGHIÊN CỨU:

Với những lý do nêu trên tôi chọn đề tài: ***“Định hướng tư duy và phân tích bài toán thông qua một số bài tập hình học tọa độ trong mặt phẳng, nhằm nâng cao hiệu quả học tập chuyên đề phương pháp tọa độ trong mặt phẳng cho học sinh lớp 10 – Trường THPT Quảng Xương 4”*** với mong muốn dần hình thành cho học sinh những tư duy và thuật toán cơ bản trong quá trình tìm lời giải cho các bài toán về hình giải tích trong mặt phẳng, để học sinh tham khảo và vận dụng trong quá trình học tập. Bên cạnh đó thông qua những ví dụ và việc phân tích lời giải các bài tập nêu ra trong đề tài nhằm giúp học sinh hình thành những tư duy và thuật toán cơ bản trong quá trình tiếp cận với các bài toán về các dạng bài tập về hình giải tích trong mặt phẳng và các mối liên hệ giữa hình học và các yếu tố giải tích có liên quan.

3. ĐỐI TƯỢNG NGHIÊN CỨU:

Đề tài này chỉ tập trung nghiên cứu về các dạng bài tập liên quan đến phương trình đường thẳng và đường tròn trong hệ trục tọa độ Oxy. Các bài toán có sử dụng các kiến thức hình học ở bậc THCS của một số dạng hình có tính chất đặc biệt mà học sinh đã quen biết.

4. PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU: Trong quá trình nghiên cứu để hình thành đề tài, tôi chủ yếu sử dụng các phương pháp sau đây

Nghiên cứu lý thuyết và thực nghiệm trong giảng dạy.

Thực hành thông qua các tiết dạy ôn thi đại học cũng như ôn tập học sinh giỏi môn Toán của nhà trường.

PHẦN II: NỘI DUNG ĐỀ TÀI

1. CƠ SỞ LÝ LUẬN:

Đề tài được nghiên cứu thành nhiều mảng nhỏ, đề cập đến các bài toán thuộc các chủ đề khác nhau thuộc phân môn Hình học. Vì đặc thù của sáng kiến tập trung đi vào nghiên cứu các phương pháp xử lý bài toán về tọa độ trong mặt phẳng nên các vấn đề lý thuyết tổng quát trong đề tài này chỉ nêu ra ở dạng sơ lược nhất.

1.1. Một số kiến thức và công thức sử dụng trong SKKN:

a. Phương trình đường thẳng:

+ Đường thẳng d đi qua $M_0(x_0; y_0)$ có vtcp $u(a; b): (d): \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases} (t \in \mathbb{R})$

+ Đường thẳng d đi qua $M_0(x_0; y_0)$ có vtpt $n(A; B):$
 $(d): A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$

b. Phương trình đường tròn:

+ Đường tròn tâm $I(a; b)$ bán kính $R: (x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$

c. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng:

Cho $d: Ax + By + C = 0$ và $M_0(x_0; y_0): d(M_0; d) = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

d. Góc giữa hai đường thẳng:

Cho $d: Ax + By + C = 0; d': A'x + B'y + C' = 0: \cos(\angle d, d') = \frac{|AA' + BB'|}{\sqrt{A^2 + B^2} \sqrt{A'^2 + B'^2}}$

1.2. Các chú ý thường gặp:

- + Điều kiện để hai đường thẳng song song và vuông góc.
- + Các công thức về trung điểm, trọng tâm.
- + Dạng tọa độ của một điểm thuộc đường thẳng.
- + Một số kiến thức hình học THCS có liên quan.

1.3. Một số nguyên tắc cơ bản trong các bài toán:

a. Các hướng nhận định ban đầu:

- + Bài toán liên quan đến tọa độ của những điểm nào.
- + Từ giả thiết có thể lập phương trình của đường thẳng nào, xác định được tọa độ của điểm nào liên quan.
- + Có thể sử dụng tính chất hình học nào.

b. Vận dụng nhận định tìm lời giải:

- + Xác định tọa độ các điểm, viết phương trình các đường có thể từ giả thiết.
- + Lấy điểm thuộc đường thẳng đưa bài toán về khai thác các yếu tố giải tích.
- + Phát hiện các tính chất hình học có liên quan trong bài toán.

c. Nguyên tắc thực hiện:

- + Vẽ hình chính xác nhằm phát hiện ra các mối liên hệ trong bài toán: Các đường thẳng song song, vuông góc, các đoạn thẳng bằng nhau, tỉ lệ.

+ Gán điểm theo dạng tọa độ đưa bài toán về dạng giải tích.

2. THỰC TRẠNG CỦA VẤN ĐỀ TRƯỚC KHI ÁP DỤNG SKKN:

Hiện nay rất nhiều học sinh còn lúng túng trong việc giải các bài toán về phương pháp tọa độ trong mặt phẳng, đặc biệt là các bài toán cần khai thác tính chất hình học và đòi hỏi sự tư duy linh hoạt. Thực trạng này có nhiều lý do nhưng có một mâu thuẫn xảy ra là phần kiến thức và bài tập về các dạng bài tập này hầu như không có trong sách giáo khoa nhưng thường xuyên xuất hiện trong các kỳ thi điển hình như đề thi đại học của tất cả các năm. Theo thống kê thì hơn 70% học sinh của trường THPT Quảng Xương 4 khi tham gia kỳ thi THPT Quốc gia năm 2015 và các kỳ thi thử do các nhà trường tổ chức không giải quyết được dạng toán này. Bên cạnh đó với những dạng bài tập này đòi hỏi học sinh phải tư duy, phân tích, nhìn nhận bài toán dưới nhiều góc độ khác nhau, biết vận dụng nhiều kiến thức liên quan. Do vậy nếu học sinh nắm được các kiến thức được trình bày dưới đây hy vọng rằng học sinh sẽ giải quyết được các một lớp bài toán về nhỏ về các bài toán về tọa độ trong mặt phẳng.

3. CÁC DẠNG TOÁN ĐẶC TRƯNG NHẪM PHÁT TRIỂN KHẢ NĂNG ĐỊNH HƯỚNG TƯ DUY VÀ PHÂN TÍCH CHO HỌC SINH:

Dạng 1. Các bài toán khai thác các tính chất liên quan đến các điểm và các đường đặc biệt trong tam giác

Trong nội dung phần này chúng ta cùng nhau đi phân tích và tìm đường hướng cho một lớp các bài toán thể hiện các mối quan hệ hình học giữa các yếu tố trong một tam giác. Đó là các mối quan hệ về điểm, cạnh, góc trong tam giác, của các điểm đặc biệt, các đường đặc biệt trong tam giác.

Trên cơ sở giả thiết của bài toán, xác định được mối liên quan giữa các yếu tố từ đó vận dụng một cách thích hợp các tính chất hình học tìm ra yêu cầu của bài toán.

Trước khi đi vào các dạng toán cụ thể chúng ta cùng nhau đi phân tích cách nhìn nhận vấn đề và cách thức tư duy qua hai bài toán cơ bản. Trên cơ sở phân tích cách nhìn nhận bài toán và con đường suy luận để đi đến lời giải thích hợp, nhằm giúp bạn đọc hình dung ra phương pháp chung để tiếp cận các dạng bài toán về hình học tọa độ trong mặt phẳng. Chúng ta cùng đi xét bài toán đơn giản sau:

Bài toán 1.1: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy. Tìm tọa độ các đỉnh B, C của tam giác ABC, biết $A(1; 3)$ và hai đường trung tuyến có phương trình là $d_1: x - 2y + 1 = 0; d_2: y - 1 = 0$.

Phân tích bài toán:

+ Trên cơ sở của giả thiết ta có thể xác định được tọa độ trọng tâm của tam giác ABC.

+ Khi đó xảy ra các tình huống:

- Dùng công thức trọng tâm?
- Xác định được tọa độ các điểm có liên quan.

- Dựa vào hình vẽ và tính chất liên quan đến đường trung tuyến có thể tìm được tọa độ một số điểm có liên quan, lập được phương trình một số đường liên quan từ đó xác định yêu cầu của bài toán.

+ Sử dụng các tính chất hình học tìm ra các mối liên hệ giữa các đại lượng trong bài toán: **Điểm nào có thể tìm được? Đường thẳng nào có thể xác định phương trình? Mối liên quan giữa các điểm và các đường thẳng đó với yêu cầu bài toán?**

Với các cách tiếp cận như trên ta đi đến một số cách giải như sau:

Cách 1: (Phương pháp giải tích hóa).

+ Thấy $A \notin d_1$, $A \notin d_2$. Giả sử d_1 qua B, d_2 qua C.

Tính được tọa độ trọng tâm G là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} x - 2y + 1 = 0 \\ y - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow G(1, 1).$$

+ Vì $B \in d_1$ nên $B(2b-1; b)$, Vì $C \in d_2$ nên $C(c; 1)$

+ Từ giả thiết G là trọng tâm tam giác ABC suy ra
$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases}$$

Tính được $b = -1$, $c = 5$. Suy ra $B(-3, -1)$; $C(5, 1)$.

Nhận xét:

+ Đây là cách làm đơn giản nhất đối với học sinh và mang ý nghĩa về mặt giải tích.

+ Từ dữ kiện của bài toán cho biết được dạng tọa độ các điểm thuộc đường thẳng. Sử dụng mối liên hệ của giả thiết (G là trọng tâm tam giác) ta giải quyết được yêu cầu.

+ Chú ý: Một điểm trong mặt phẳng Oxy được xác định bởi hai tọa độ. Cần tìm điểm là cần đi xác định được hai hệ thức liên quan đến hai tọa độ tương ứng của điểm đó.

Cách 2: (Sử dụng các mối quan hệ hình học).

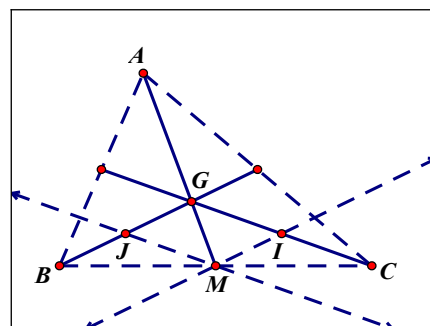
Cách 2.1:

+ Ta tìm được điểm $G(1;1)$

+ Gọi M là trung điểm BC. Từ đẳng thức:

$$AM = \frac{3}{2} AG \text{ ta có } M(1;0).$$

+ Lập phương trình đường thẳng qua M và song song với d_1 là $\Delta_1: x - 2y - 1 = 0$.



Từ đó tìm được tọa độ $I = d_2 \cap \Delta_1: \begin{cases} x - 2y - 1 = 0 \\ y - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow I(3;1)$

Do I là trung điểm GC nên có $C(5;1)$.

+ Lập phương trình đường thẳng qua M và song song với d_2 là $\Delta_2: y = 0$.

$$\text{Từ đó tìm được tọa độ } J = d_1 \cap \Delta_2 : \begin{cases} x - 2y + 1 = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow I(-1; 0)$$

Do J là trung điểm BG nên có $B(-3; -1)$.

Bên cạnh cách dựng hình như trên ta còn một số cách làm như sau:

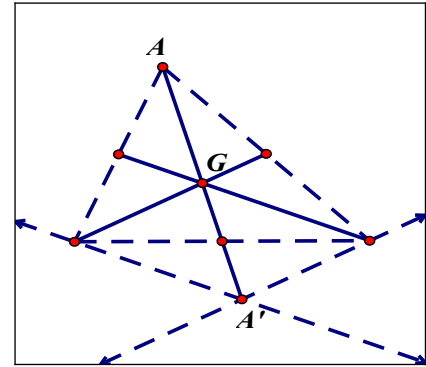
Cách 2.1:

+ Tìm được tọa độ điểm G.

+ Xác định được tọa độ điểm A' đối xứng với A qua G.

+ Lập phương trình các đường thẳng $\Delta_1; \Delta_2$ cùng qua A' và lần lượt song song với $d_1; d_2$.

+ Do tứ giác BGCA' là hình bình hành nên tìm được $B = d_1 \cap \Delta_2; C = d_2 \cap \Delta_1$



Cách 2.2:

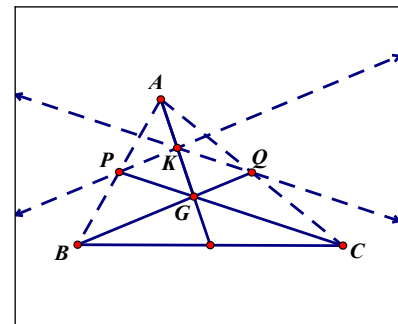
+ Tìm được tọa độ điểm G từ đó tính được tọa độ trung điểm K của AG.

+ Lập phương trình các đường thẳng $\Delta_1; \Delta_2$ cùng qua K và lần lượt song song với $d_1; d_2$.

+ Dễ dàng chứng minh được $\Delta_1; \Delta_2$ đi qua trung điểm của các cạnh AB và AC.

+ Tìm được $P = d_2 \cap \Delta_1; Q = d_1 \cap \Delta_2$

+ Dùng công thức trung điểm tìm được tọa độ các điểm B, C.



Nhận xét:

+ Ba cách giải nhờ vào việc áp dụng ý nghĩa hình học nêu trên thực chất đều có bản chất giống nhau:

+ Trên cơ sở việc xác định được tọa độ điểm G ta có thể tìm được tọa độ các điểm đặc biệt có liên quan: Điểm M là trung điểm BC, điểm A' đối xứng với A qua G và điểm K là trung điểm AG.

+ Sau khi xác định được tọa độ 1 trong 3 điểm nêu trên ta có thể lập được các đường thẳng liên quan qua điểm đó đồng thời song song hoặc vuông góc với các đường thẳng đã cho trong đề bài.

+ Kết hợp với việc vẽ hình chính xác ta có thể dễ dàng phán đoán và tìm ra được các tính chất có liên quan để sử dụng phép toán nào thích hợp.

Bài toán 1.2: Trong hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(4;3)$. Các đường tròn nội tiếp và ngoại tiếp tam giác ABC có tâm lần lượt là $I(3;2)$, $K\left(2;\frac{3}{2}\right)$. Viết

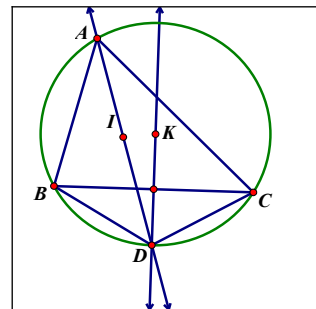
phương trình đường thẳng BC.

Phân tích bài toán:

+ Bài toán cho ta biết tọa độ một đỉnh cùng với các tâm đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp.

+ Trên cơ sở của đề bài ta có thể phân tích được một số các đặc điểm sau:

- Có thể so sánh được khoảng cách từ K đến BC và khoảng cách từ I đến BC.



- Có thể dùng hệ thức Ô le để xác định bán kính tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC. Có thể sử dụng hình học để lập phương trình cạnh BC thông qua sự tương giao của hai đường tròn xác định.

Trên cơ sở các nhận định trên ta có các phương pháp giải quyết bài toán này:

Cách 1: (Sử dụng mối liên hệ giữa tính chất đường phân giác và hình chiếu, định lý hàm sin)

+ Vì I là tâm đường tròn nội tiếp nên AI là phân giác trong của góc BAC. Gọi AI cắt đường tròn tại D thì $KD \perp BC$.

+ Phương trình của AD là $-x + y + 1 = 0$

+ Phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác là $(x - 2)^2 + (y - \frac{3}{2})^2 = \frac{25}{4}$

+ Tọa độ của D là nghiệm hệ

$$\begin{cases} -x + y + 1 = 0 \\ (x - 2)^2 + (y - \frac{3}{2})^2 = \frac{25}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \Leftrightarrow D(4; 3) \text{ (loại)} \\ x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow D(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}) \end{cases}$$

+ Đường thẳng BC có VTPT là $\overrightarrow{DK}(\frac{3}{2}; 2)$ nên có phương trình là

$$3x + 4y + c = 0$$

+ Gọi E, F là hình chiếu của I trên AB và BC và gọi $\angle BAD = a \Rightarrow \angle BKD = 2a$

+ Ta có $d = d(I; BC) = IE = IF = AI \sin a \Rightarrow d^2 = AI^2 \sin^2 a = 1 - \cos 2a$ (1)

Và $d(K; BC) = BK \cos 2a = AK \cos 2a \Rightarrow \cos 2a = \frac{2}{5} d(K; BC)$ thay vào (1) ta được

$$d^2 = 1 - \frac{2}{5} d(K; BC) \Leftrightarrow \left(\frac{|17 + c|}{5} \right)^2 = 1 - \frac{2}{5} \frac{|12 + c|}{5} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -12 \\ c = -20 \\ c = -24 \end{cases}$$

(Trường hợp $C = -20$ và $C = -24$ loại do A, D nằm cùng phía với BC).

Với $c = -12$ thì phương trình BC là $3x + 4y - 12 = 0$.

Cách 2: (Sử dụng hệ thức Ô le trong tam giác)

Hệ thức Ô le: $IK^2 = R^2 - 2Rr$ trong đó R, r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp của tam giác.

Trong bài toán ta nhận thấy độ dài IK và R là các đại lượng có thể xác định được. Do đó ta có thể tính được r.

Dựa vào tính chất $r = d(I, BC)$ từ đó ta có thể xác định được phương trình của cạnh BC.

Về bản chất cách làm này tương tự như cách làm trong ví dụ 1 nhưng trên cơ sở biết được tính chất hình học liên quan đến đường tròn nội tiếp và đường tròn ngoại tiếp ta có thể dễ dàng tìm ra hướng đi của bài toán.

Với lời giải này cách trình bày sẽ cho ta kết quả tương tự cách 1.

Cách 3: (Sử dụng các yếu tố phát hiện từ việc quan sát đặc điểm của giả thiết bài toán). Nhờ những phân tích trên ta nhận thấy bài toán liên quan đến những điểm đặc biệt đã nêu ở trên. Bên cạnh đó ta nhận thấy $DB=DC=DI$. Do đó B, C thuộc đường tròn tâm D và bán kính DI. Vậy đường thẳng BC là giao của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và đường tròn bán kính DI.

Do đó ta có lời giải:

Ta thấy từ giả thiết cho ta các mối liên hệ:

+ Lập được đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC: $(x-2)^2 + (y-\frac{3}{2})^2 = \frac{25}{4}$

+ Phương trình của AD là $-x + y + 1 = 0$

+ Tìm được điểm D là giao của phân giác trong góc A và đường tròn

$$\text{ngoại tiếp: } \begin{cases} -x + y + 1 = 0 \\ (x-2)^2 + (y-\frac{3}{2})^2 = \frac{25}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \Leftrightarrow D(4;3) \text{ (loại)} \\ x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow D(\frac{1}{2}; \frac{-1}{2}) \end{cases}$$

+ Phương trình đường tròn tâm D bán kính DI : $(x-\frac{1}{2})^2 + (y+\frac{1}{2})^2 = \frac{25}{2}$

+ Phương trình đường thẳng qua BC :

$$\begin{cases} (x-2)^2 + (y-\frac{3}{2})^2 = \frac{25}{4} \\ (x-\frac{1}{2})^2 + (y+\frac{1}{2})^2 = \frac{25}{2} \end{cases} \Rightarrow 3x + 4y - 12 = 0$$

Bài toán 1.3: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho tam giác ABC có trực tâm H thuộc đường thẳng (d): $3x - y - 4 = 0$. Biết đường tròn ngoại tiếp tam giác HBC có phương trình: $x^2 + y^2 - x - 5y + 4 = 0$, trung điểm của BC là $M(3;2)$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC.

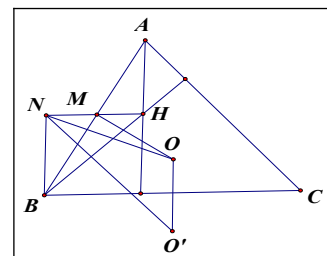
Phân tích bài toán:

+ Xác định được tọa độ trực tâm H.

+ Trên cơ sở tính chất hình học liên quan đến các đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC đối xứng với các đường tròn ngoại tiếp các tam giác HBC, HCA, HAB qua các cạnh BC, CA, AB (Cùng bán kính, tâm đối xứng nhau qua trung điểm BC).

+ Bài toán cho biết trung điểm M của AB do đó có thể liên quan đến đường tròn ngoại tiếp tam giác HAB.

+ Vì H nằm trên đường tròn ngoại tiếp tam giác HBC do đó điểm N đối xứng với H qua M sẽ nằm trên đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Do đó ta có: $NB=AH=OO'$. Cùng với giả thiết OM vuông góc với AB ta tìm được lời giải cho bài toán.



Lời giải:

+ Phương trình đường tròn (HBC) viết lại là: $(x - \frac{1}{2})^2 + (y - \frac{5}{2})^2 = \frac{5}{2}$

Toạ độ điểm H(2;2).

+ Lấy B(x,y) thuộc (HBC). Gọi N là điểm đối xứng của H qua M, khi đó có N(2;4).

+ Gọi O, O' lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và HBC.

Để dàng chứng minh được $\overline{NB} = \overline{OO'}$ nên có: $O(\frac{5}{2} - x; \frac{13}{2} - y)$

+ Do OM vuông góc với BM nên:

$$\overline{OM} \cdot \overline{BM} = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - \frac{5}{2}x - \frac{13}{2}y + \frac{23}{2} = 0 \quad (1)$$

+ Lại có B thuộc đường tròn tâm O' nên: $x^2 + y^2 - x - 5y + 4 = 0 \quad (2)$

+ Giải hệ (1) và (2) ta có: $\begin{cases} x=1; y=4 \\ x=2; y=3 \end{cases}$. Với x=2; y=3 ta có B trùng M.

Vậy tam giác ABC có các đỉnh có toạ độ là: A(3;2), B(1;4); C(1;1)

Bài toán 1.4: Trong mp chứa hệ trục tọa độ Oxy cho tam giác ABC, hai đường cao BH và CK lần lượt có phương trình $x - y + 1 = 0$ và $2x + y - 4 = 0$; biết đỉnh A nằm trên tia Ox và tam giác ABC có diện tích bằng 12; tìm toạ độ các đỉnh A, B, C.

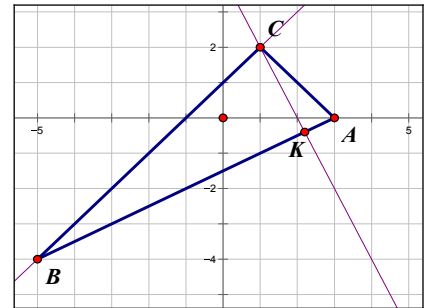
Phân tích bài toán:

+ Từ dữ kiện điểm A thuộc tia Ox cho phép ta có thể gán toạ độ điểm A(a;0) với điều kiện a>0.

+ Trên cơ sở về mối quan hệ vuông góc ta có thể lập được phương trình các đường thẳng AB và AC (Các đường thẳng này phụ thuộc vào toạ độ điểm A).

+ Từ đó ta có thể tìm được toạ độ các điểm B, C theo biến a.

+ Áp dụng công thức diện tích ta có thể xác định được a từ đó suy ra được các điểm B, C.

**Lời giải :**

+ Vì A thuộc tia Ox $\Rightarrow A(a; 0), a > 0$.

+ Đường thẳng AB qua A, vuông góc với CK nên có pt: $x - 2y - a = 0$

+ Đường thẳng AC qua A, vuông góc với BH nên có pt: $x + y - a = 0$.

+ Tọa độ B là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x - 2y - a = 0 \\ x - y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -a - 2 \\ y = -a - 1 \end{cases} \Rightarrow$

$$B(-a - 2; -a - 1).$$

+ Tọa độ C là nghiệm của hệ: $\begin{cases} 2x + y - 4 = 0 \\ x + y - a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -a + 4 \\ y = 2a - 4 \end{cases} \Rightarrow$

$$C(-a + 4; 2a - 4)$$

$$+ \text{Do đó } S_{\Delta ABC} = 12 \Leftrightarrow \frac{1}{2} AC \cdot d(B, AC) = 12$$

$$\Leftrightarrow 9(a^2 - a - 2)^2 = 144 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - a - 2 = -4 \\ a^2 - a - 2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \text{ (loại)} \\ a = 3 \end{cases}$$

+ Vậy $A(3; 0)$, $B(-5; -4)$, $C(1; 2)$.

Bài toán 1.5: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy cho tam giác ABC có đỉnh $A(2; 6)$, chân đường phân giác trong kẻ từ đỉnh A là điểm $D\left(2; -\frac{3}{2}\right)$ và tâm

đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là điểm $I\left(-\frac{1}{2}; 1\right)$. Viết phương trình đường thẳng chứa cạnh BC.

Phân tích bài toán:

+ Từ dữ kiện của bài toán ta có thể lập được phương trình đường thẳng AD và đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

+ Trên cơ sở hình vẽ kết hợp với giả thiết bài toán ta thấy rằng có thể tìm thêm được giao điểm E của AD và đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

+ Do đó cần phải tìm mối liên hệ giữa các điểm I, A, E. Theo tính chất phân giác có E là trung điểm cung BC nên $IE \perp BC$. Vậy bài toán được giải quyết.

Lời giải :

+ Gọi E là giao điểm thứ hai của AD với đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Ta có phương trình đường thẳng AD: $x - 2 = 0$.

+ Do E thuộc đường thẳng AD nên $E(2; t)$. Mặt khác do I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC nên:

$$IA = IE \Leftrightarrow \sqrt{(t-1)^2 + \left(-2 - \frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(2 + \frac{1}{2}\right)^2 + 5^2} \Leftrightarrow (t-1)^2 = 5^2 \Leftrightarrow t = 6; t = -4$$

Do đó ta được $E(2; -4)$

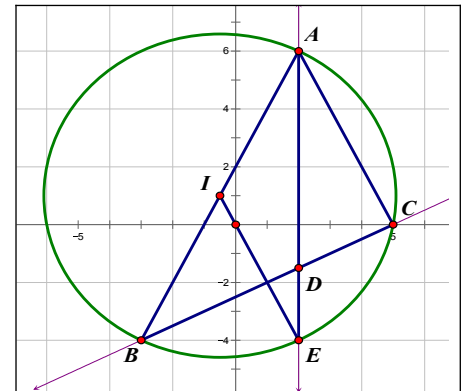
+ Do AD là phân giác nên E là điểm chính giữa cung BC suy ra IE vuông góc với BC hay BC nhận $\vec{EI} = -\frac{5}{2}(1; -2)$ là vector pháp tuyến.

$$+ \text{Do đó pt của BC là: } BC: 1 \cdot (x - 2) - 2 \cdot \left(y + \frac{3}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow x - 2y - 5 = 0.$$

+ Vậy $BC: x - 2y - 5 = 0$.

Bài toán 1.6: Cho tam giác ABC có các đỉnh $A(1; 1)$, $C(7; 1)$ nội tiếp đường tròn tâm $I(4; 2)$. Xác định tọa độ điểm B, biết trực tâm H của tam giác ABC thuộc đường thẳng $d: x - y = 0$.

Phân tích bài toán:



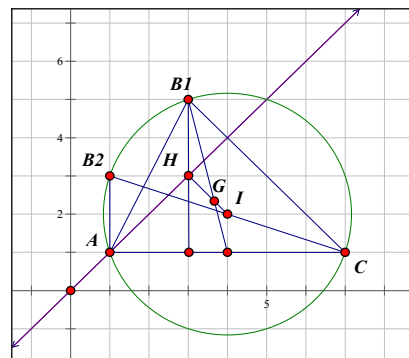
+ Bài toán cho ta biết tâm đường tròn ngoại tiếp tọa, dạng độ trục tâm và tọa độ hai đỉnh A,C.

+ Do đặc thù bài toán ta có thể nghĩ ngay đến hệ thức Ô le về mối liên hệ giữa ba điểm I, G, H: $\overline{HG} = 2\overline{GI}$

+ Dựa vào công thức trọng tâm ta có thể tìm được tọa độ điểm B theo tọa độ H.

+ Vì I là tâm đường tròn ngoại tiếp ta tìm được mối liên hệ: $IA=IB$.

+ Từ 2 có sở này cho phép ta xác định được tọa độ điểm B.



Lời giải :

+ Theo hệ thức về đường thẳng Ôle có: $\overline{HG} = 2\overline{GI}$

+ Vì điểm H thuộc đường thẳng $y=x$ nên ta có $H(t;t)$ do đó $G(\frac{8+t}{3}; \frac{4+t}{3})$

+ Do G là trọng tâm tam giác ABC nên có $B(t;t+2)$.

+ Mặt khác $IB=IA \Leftrightarrow IB^2=IA^2 \Leftrightarrow (t-4)^2+t^2=10 \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=3 \end{cases}$

+ Do đó B(1;3) hoặc B(3;5).

BÀI TẬP ÁP DỤNG:

Bài 1: Trong hệ tọa độ Oxy cho tam giác ABC có M(2;3) là trung điểm AB; biết H(1;5); K(5;9) lần lượt là chân đường cao kẻ từ C và B của tam giác. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác biết điểm B có hoành độ dương.

Bài 2: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, hãy viết phương trình các cạnh của tam giác ABC biết trục tâm H(1;0), chân đường cao hạ từ đỉnh B là K(0;2), trung điểm cạnh AB là M(3;1).

Bài 3: Trong hệ Oxy cho tam giác ABC. Biết $D(4;\frac{7}{2}); E(\frac{11}{5}; \frac{19}{10})$ là chân các đường cao kẻ từ A và B của tam giác. Biết N(3;3) là trung điểm cạnh AB và trung điểm M của BC thuộc đường thẳng $d: x-3y-1=0$, hoành độ điểm M lớn hơn 2. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC.

Bài 4: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho tam giác ABC, C(-3;0), đường thẳng đi qua chân đường cao kẻ từ B và A của tam giác có phương trình là $7x+y+5=0$. Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, biết M(4;1) thuộc đường tròn đó.

Bài 5: Cho $\triangle ABC$ có trọng tâm G(1;1), đỉnh $A \in d: 2x-y+1=0$, đỉnh B và C cùng thuộc đường thẳng $x+2y-1=0$. Tìm A,B,C, biết $S_{\triangle ABC}=6$.

Dạng 2. Các bài toán khai thác mối liên hệ giữa các yếu tố hình học nhờ vào giả thiết của bài toán

Trong các kỳ thi tuyển sinh vào Đại học và cao đẳng trong những năm gần đây các bài toán Hình giải tích trong mặt phẳng là đề tài được quan tâm

nhieu nhất. Một phần vì các bài toán thuộc dạng này rất đa dạng về phương pháp, phong phú về cách làm. Điều đó khiến cho rất nhiều học sinh lúng túng khi gặp phải các bài toán dạng này. Mấu chốt của vấn đề đặt ra khi đứng trước các bài toán thuộc dạng này là học sinh phải xác định đúng được **điểm thắt** của bài toán. Trên cơ sở giả thiết cần phân tích và tìm được các tính chất có liên quan để tìm được hướng đi thích hợp.

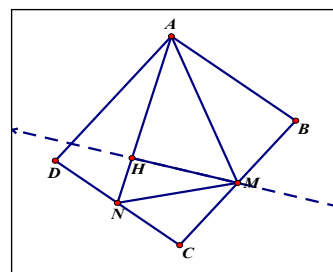
Vậy đứng trước một bài toán dạng này chúng ta cần phải làm gì? phải sử dụng những kiến thức nào? Thông qua một số ví dụ dưới đây hi vọng các em sẽ dần tìm ra được hướng đi đúng cho các bài toán dạng này.

Bài toán 2.1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật ABCD có diện tích bằng $2\sqrt{2}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, CD. Biết tam giác AMN vuông tại M(0;1), AN có phương trình: $2\sqrt{2}x + y - 4 = 0$. Tìm tọa độ các điểm A, B, C, D biết A có hoành độ lớn hơn 1.

Phân tích bài toán:

+ Các dữ kiện có liên quan trong bài:
Biết diện tích hình chữ nhật, tọa độ điểm M và phương trình đường thẳng AN.

+ Từ dữ kiện bài toán ta nhận thấy: Có thể xác định được khoảng cách từ M đến AN.



+ Bên cạnh đó đề bài cho giả thiết điểm A có hoành độ lớn hơn 1. Dữ kiện này cho phép ta nghĩ tới việc tham số hóa tọa độ điểm A với $A(a; 4 - 2\sqrt{2}a)$.

+ Mặt khác bài toán cho ta biết diện tích hình chữ nhật trên cơ sở đó ta có thể tính được diện tích các tam giác AND, CMN, ABM. Từ đó có thể dễ dàng tính được diện tích tam giác AMN.

+ Với dữ kiện tam giác AMN vuông, độ dài đường cao hạ từ M của tam giác AMN đã biết đã biết ta có thể tính được độ dài AN hoặc AM, từ đó xác định được tọa độ điểm A. Bài toán đã được giải quyết.

Lời giải 1:

+ Khoảng cách từ M đến AN: $MH = 1$

$$+ \text{ Lại có: } S_{AMN} = S_{ABCD} - S_{AMB} - S_{ADN} - S_{MNC} = \frac{3}{8}S_{ABCD} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$$

+ Do đó nếu lấy $A(a; 4 - 2\sqrt{2}a); N(n; 4 - 2\sqrt{2}n)$ ta có các yếu tố liên quan

$$\text{là: } \begin{cases} AN = \frac{3\sqrt{2}}{2} \\ \vec{AM} \cdot \vec{MN} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (n - a)^2 = \frac{9}{2} \\ 3an - 2\sqrt{2}(a + n) + 3 = 0 \end{cases}$$

Giải hệ hai ẩn a, n với lưu ý: $a > 1$ ta tìm được tọa độ A, N. Từ đó bài toán được giải quyết.

Tuy nhiên trong lời giải này ta nhận thấy khó khăn khi phải đi xác định tọa độ A, N dưới dạng 2 tham số. Ta sẽ cùng nhau đi phân tích bài toán dưới dạng phát hiện thêm các tính chất hình học liên quan.

Nhận thấy nếu đặt $MA^2 = x; MN^2 = y (x, y > 0)$ ta sẽ thiết lập được mối liên hệ dựa vào các tính chất của tam giác vuông AMN: Định lý Pitago và công thức

đường cao:
$$\begin{cases} AM^2 + MN^2 = AN^2 \\ \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{MN^2} = \frac{1}{MH^2} \end{cases}$$
. Từ đó tính được độ dài AM và tìm được tọa

độ điểm A. Cách làm này cho phép ta chỉ sử dụng giả thiết liên quan đến điểm A.

Lời giải 2:

+ Dễ dàng tính được: $MH = 1; AN = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

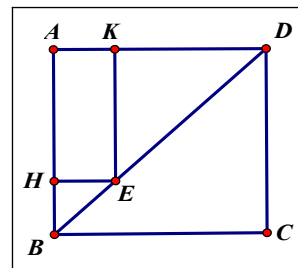
+ Đặt $MA^2 = x; MN^2 = y (x, y > 0)$ khi đó có hệ:
$$\begin{cases} x + y = \frac{9}{2} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Từ việc tìm được x ta có thể dễ dàng xác định được tọa độ điểm A. Bài toán được giải quyết.

Bài toán 2.2: Cho hình vuông ABCD. Điểm $E(2;3)$ thuộc đoạn thẳng BD. Các điểm $H(-2;3)$ và $K(2;4)$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm E trên AB, AD. Xác định tọa độ các đỉnh của hình vuông biết điểm D có hoành độ lớn hơn 1.

Phân tích bài toán:

+ Từ giả thiết bài toán ta có thể dễ dàng lập được phương trình các đường thẳng chứa AB và AD, từ đó xác định được tọa độ điểm A. Vấn đề còn lại cần phải xác định được độ dài cạnh hình vuông hoặc một tính chất nào đó liên quan đến các điểm E, H, K.



+ Nhận thấy giả thiết bài toán liên quan đến hoành độ điểm D mà điểm D thuộc đường thẳng AD. Qua tính chất của hình vuông ta thấy tam giác KDE vuông cân mà độ dài KE xác định. Do đó từ đẳng thức $KE = KD$ ta có thể dễ dàng tìm được tọa độ điểm D. Bài toán được giải quyết.

Lời giải :

+ Phương trình đường thẳng AB: $x + 2 = 0$; AD: $y - 4 = 0$

+ Vây $A(-2;4)$. Lấy D thuộc AD nên $D(d;4)$.

+ Lại có tam giác KED vuông cân đỉnh K nên $KD = KE$.

Do đó có:
$$\Rightarrow (d - 2)^2 = 1 \begin{cases} d = 3 \\ d = 1(L) \end{cases}$$

+ Với $d = 3$ nên $D(3;4)$. Do đó phương trình BD: $x - y + 1 = 0$

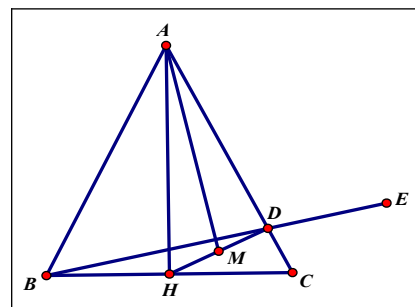
Vậy $B = BD \cap AB \Rightarrow B(-2; -1); C(3; -1)$.

Bài toán 2.3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC cân tại A. Đường thẳng AC có phương trình là: $3x - y - 5 = 0$. Gọi H là trung điểm của BC, D là hình chiếu vuông góc của H trên AC và M là trung điểm của HD. Đường thẳng BD đi qua điểm $E(8; -5)$ và phương trình đường thẳng AM là: $11x - 7y - 5 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh tam giác ABC.

Phân tích bài toán:

+ Từ giả thiết bài ta có thể xác định được tọa độ điểm A. Vấn đề đặt ra cần tìm mối liên hệ xung quanh đường thẳng BD vì BD chứa điểm E có tọa độ xác định theo giả thiết bài toán.

+ Phán đoán theo hình vẽ ta có thể nhận thấy AM và BD vuông góc với nhau. Sử dụng các công cụ hình phẳng ta có thể chứng minh được điều này. Trên cơ sở đó ta có thể giải quyết được bài toán.



Lời giải :

+ Ta có tọa độ của A thỏa:
$$\begin{cases} 3x - y - 5 = 0 \\ 11x - 7y - 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow A(3; 4)$$

+ Lại có :

$$\begin{aligned} 2\vec{AM} \cdot \vec{BD} &= (\vec{AH} + \vec{AD})(\vec{BH} + \vec{HD}) = \vec{AH} \cdot \vec{BH} + \vec{AD} \cdot \vec{HD} + \vec{AH} \cdot \vec{HD} + \vec{AD} \cdot \vec{HC} \\ &= \vec{HD}(\vec{AD} - \vec{HD}) + \vec{AD}(\vec{HD} + \vec{DC}) = \vec{DC} \cdot \vec{DA} - \vec{HD}^2 = 0 \end{aligned}$$

(Bài toán này hoàn toàn có thể chứng minh bằng hình học phẳng thuần túy nhờ việc lấy thêm trung điểm N của DC. Khi đó M là trực tâm tam giác AHN, do đó AM vuông góc với HN hay AM vuông góc với BD).

+ Do đó $AM \perp BD$. Vậy phương trình BD: $7x + 11y - 1 = 0$ nên $D\left(\frac{7}{5}; -\frac{4}{5}\right)$

+ Đường thẳng HD có phương trình: $x + 3y + 1 = 0$ nên $M\left(\frac{1}{5}; -\frac{2}{5}\right) \Rightarrow H(-1; 0)$.

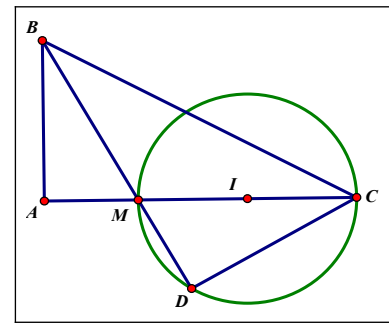
Từ đó ta có phương trình đường thẳng BC: $x + y + 1 = 0$. Vậy $B(-3; 2); C(1; -2)$

Bài toán 2.4: Trong hệ tọa độ Oxy cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi M là một điểm thuộc cạnh AC sao cho $AB = 3AM$. Đường tròn tâm $I(1; -1)$ đường kính CM cắt BM tại D. Biết đường thẳng BC đi qua điểm $N\left(\frac{4}{3}; 0\right)$, phương trình đường thẳng CD là $x - 3y - 6 = 0$ và điểm C có hoành độ dương. Xác định tọa độ các đỉnh của tam giác ABC.

Phân tích bài toán:

+ Ta thấy từ giả thiết góc ABM hoàn toàn xác định. Lại có giả thiết bài toán cho dạng và đặc điểm của tọa độ điểm C nên ta tìm mối liên quan đến đại lượng có chứa C .

+ Từ giả thiết bài toán thấy được tứ giác nội tiếp $ABCD$ nên tìm được mối quan hệ giữa các góc bằng nhau.



+ Sử dụng công thức góc ta có thể xác định được tọa độ điểm C . Vấn đề còn lại tương đối đơn giản.

Lời giải :

+ Tứ giác $ABCD$ nội tiếp nên

$$\angle ABM = \angle ACD \Rightarrow \cos \angle ABM = \cos \angle ACD = \frac{AB}{BM} = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

+ Gọi $C(3c + 6; c)$ khi đó có:

$$\frac{|10c + 16|}{\sqrt{10c^2 + 32c + 26}} = 3 \Leftrightarrow 5c^2 + 16c + 11 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} c = -1 \\ c = -\frac{11}{5} \end{cases} (L)$$

+ Với $c = -1 \Rightarrow C(3; -1)$

+ Phương trình đường thẳng BC : $3x + 5y - 4 = 0$

+ Điểm $M(-1; -1)$ nên có BM : $3x + y + 4 = 0$. Vậy $B(-2; 2)$.

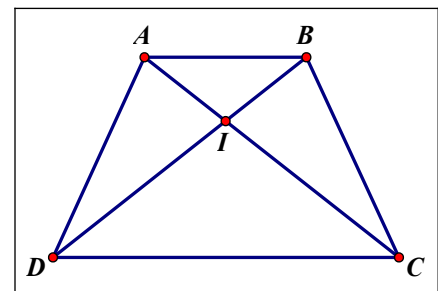
+ Lại có: $(AC): y + 1; (AB): x + 2 = 0$ nên $A(-2; -1)$.

Bài toán 2.5: Trong mặt phẳng Oxy , cho hình thang cân $ABCD$ có diện tích bằng $\frac{45}{2}$, đáy lớn CD nằm trên đường thẳng $x - 3y - 3 = 0$. Biết hai đường chéo AC, BD vuông góc với nhau tại $I(2; 3)$. Viết phương trình đường thẳng chứa cạnh BC , biết điểm C có hoành độ dương.

Phân tích bài toán:

+ Giả thiết cho hình thang cân và biết diện tích cùng cạnh đáy CD . Giao điểm hai đường chéo có tọa độ và có tính chất vuông góc.

+ Bài toán cho ta tọa độ điểm I và phương trình đường thẳng CD , từ đó ta có thể xác định được phương trình đường thẳng qua I và vuông góc với CD . Dễ nhận thấy rằng đường thẳng đó đi qua trung điểm M, N của AB và CD .



+ Từ đó có thể tìm ra tọa độ điểm M . Do đó thấy có tam giác IBC nội tiếp đường tròn bán kính IM có phương trình có thể xác định. Từ đó ta có thể tìm được tọa độ C, D là giao điểm của DC và đường tròn trên. Khai thác công thức diện tích từ đó có thể tìm được tọa độ điểm C và lập được phương trình BC .

Lời giải :

+ Gọi M, N lần lượt là trung điểm CD và AB. Do hai đường chéo vuông góc tại I nên có: $IN = IA = IB; IM = IC = ID$.

+ Lại có $IM \perp CD$ nên $IM = d(I; CD) = \sqrt{10} \Rightarrow CD = 2\sqrt{10}$

+ Phương trình đường thẳng MN qua I và vuông góc CD: $3x + y - 9 = 0$.

+ Tọa độ M thỏa: $\begin{cases} x - 3y - 3 = 0 \\ 3x + y - 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow M(3; 0)$.

+ Hai điểm C, D thuộc đường tròn tâm M bán kính MI: $(x - 3)^2 + y^2 = 10$

+ Tọa độ điểm C, D thỏa: $\begin{cases} x - 3y - 3 = 0 \\ (x - 3)^2 + y^2 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 1 \\ x = 0 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow C(6; 1); D(0; -1)$

+ Diện tích hình thang: $S = \frac{MN(AB + CD)}{2} = \frac{(IN + \sqrt{10})^2}{2} = \frac{45}{2}$ nên

$$IN = \frac{\sqrt{10}}{2}.$$

+ $\frac{ID}{IB} = \frac{IM}{IN} = 2 \Rightarrow DI = 2IB \Rightarrow B(3; 5) \Rightarrow BC = (3; -4)$ do đó đường thẳng BC

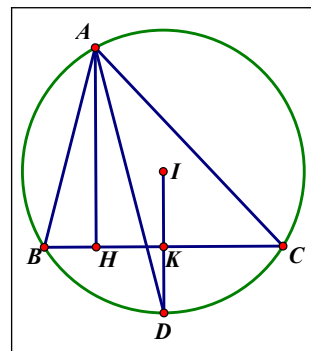
có phương trình: $4x + 3y - 27 = 0$.

Bài toán 2.6: Cho tam giác ABC có $A(2; 3)$, phân giác trong góc A là (d): $x - y + 1 = 0$. Tâm đường tròn ngoại tiếp $I(6; 6)$. Diện tích tam giác ABC gấp 3 lần diện tích tam giác IBC. Viết phương trình đường thẳng BC.

Phân tích bài toán:

+ Từ dữ kiện của giả thiết bài toán cho ta xác định được phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

+ Biết phương trình đường phân giác và đường tròn ngoại tiếp tam giác ta có thể tìm được tọa độ điểm D. Nhận thấy điểm D là điểm chính giữa cung BC do đó ta nhận thấy ngay ID vuông góc với BC.



+ Vấn đề còn lại liên quan đến tỷ số diện tích giữa tam giác ABC và tam giác IBC. Nhận thấy rằng hai tam giác ABC và tam giác IBC chung đáy BC do đó tỷ số diện tích giữa hai tam giác chính là tỷ số giữa hai đường cao hay chính là tỷ số khoảng cách giữa hai điểm A và I so với BC. Đây chính là mấu chốt của bài toán.

Lời giải:

+ Phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC:

$$(C): (x - 6)^2 + (y - 6)^2 = 25$$

+ Tọa độ điểm D là nghiệm hệ: $\begin{cases} (x - 6)^2 + (y - 6)^2 = 25 \\ x - y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2; y = 3(L) \\ x = 9; y = 10 \end{cases}$

+ Phương trình đường thẳng BC dạng: $3x + 4y + c = 0$.

+ Lại có $S(ABC) = 3S(IBC) \Leftrightarrow \frac{d(A;BC)}{d(I,BC)} = 3$

+ Có: $d(I,BC) = \frac{|42+c|}{5}$; $d(A;BC) = \frac{|c+18|}{5}$ do đó có:

$$\frac{|c+18|}{5} = \frac{|42+c|}{5} \Leftrightarrow c = 30$$

Vậy phương trình đường thẳng BC là: $3x + 4y + 30 = 0$.

BÀI TẬP ÁP DỤNG:

Loại 1: Các bài toán về hình bình hành:

Bài 1: Cho hình bình hành ABCD có $D(-6;-6)$. Đường trung trực của DC có phương trình $d_1: 2x + 3y + 17 = 0$ và phân giác góc BAC có phương trình $5x + y - 3 = 0$. Xác định tọa độ các đỉnh còn lại của hình bình hành ABCD.

Bài 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình bình hành ABCD có tam giác ABD vuông cân nội tiếp trong đường tròn (C): $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 9$. Biết hình chiếu vuông góc của B, D xuống đường chéo AC lần lượt là $H\left(\frac{22}{5}; \frac{14}{5}\right), K\left(\frac{13}{5}; \frac{11}{5}\right)$. Hãy tìm tọa độ các đỉnh A, B, C, D của hình bình hành ABCD biết B, D có tung độ dương và $AD = 3\sqrt{2}$.

Bài 3: Trong mặt phẳng Oxy, cho hình bình hành ABCD có $A(2;1)$, đường chéo BD có phương trình $x + 2y + 1 = 0$. Điểm M nằm trên đường thẳng AD sao cho $AM = AC$. Đường thẳng MC có phương trình $x + y - 1 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của hình bình hành ABCD.

Bài 4: Cho hình bình hành ABCD có diện tích bằng 4. Biết $A(1;0), B(2;0)$ và giao điểm I của hai đường chéo nằm trên đường thẳng $y = x$. Tìm tọa độ C, D.

Bài 5: Cho hai đường thẳng $(d_1): x + y - 1 = 0, (d_2): 3x - y + 5 = 0$. Lập phương trình các cạnh còn lại của hình bình hành ABCD có 2 cạnh nằm trên hai đường thẳng trên và có tâm $I(3;3)$. Lấy $M \in AD$ sao cho $AD = 3AM$. Xác định tọa độ điểm $N \in BC$ sao cho MN chia hình bình hành thành hai phần có tỉ số diện tích là 2:3.

Loại 2: Các bài toán về hình chữ nhật:

Bài 1: Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) cho hình chữ nhật ABCD có đường thẳng AD có phương trình: $x - y + 1 = 0$, Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên BD, M là trung điểm BH. Giả sử $M\left(\frac{16}{5}; \frac{2}{5}\right)$ và trung điểm P của DC có tọa độ $(6;5)$. Tìm tọa độ A.

Bài 2: Trong mặt phẳng Oxy cho hình chữ nhật ABCD, biết phân giác của góc ABC đi qua trung điểm M của AD, đường thẳng BM có phương trình: $x - y + 2 = 0$, điểm D thuộc đường thẳng $(d): x + y - 9 = 0$, điểm $E(-1;2)$ thuộc cạnh AB và điểm B có hoành độ âm. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật đó.

Bài 3: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật ABCD có phương trình đường chéo $AC: x+y-3=0$ và $BD: x+7y-9=0$. Biết đường thẳng BC đi qua điểm $M(-7;-2)$. Tìm tọa độ các đỉnh hình chữ nhật.

Bài 4: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho hình chữ nhật ABCD, biết phân giác trong của góc ABC đi qua trung điểm M của cạnh AD, đường thẳng BM có phương trình $x-y+2=0$, điểm D thuộc $d: x+y-9=0$, điểm $E(-1;2)$ thuộc cạnh AB và điểm B có hoành độ âm. Tìm tọa độ các đỉnh hình chữ nhật ABCD.

Bài 5: Trong mặt phẳng Oxy, tìm tọa độ tâm I của hình chữ nhật ABCD biết phương trình các đường thẳng $AD: x+y+2=0$; $AC: x-3y+6=0$ và BD đi qua điểm $E(-6;-12)$.

Loại 3: Các bài toán về hình vuông:

Bài 1: Cho 3 điểm $I(\frac{3}{2}; \frac{1}{2})$; $M(-4; -1)$; $N(-2; -4)$. Tìm tọa độ các đỉnh hình vuông tâm I đồng thời M thuộc AB, N thuộc CD và đỉnh B có hoành độ âm.

Bài 2: Cho hình vuông ABCD có tâm $I(\frac{5}{2}; \frac{5}{2})$, hai điểm A, B lần lượt nằm trên các đường thẳng $d_1: x+y-3=0$; $d_2: x+y-4=0$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình vuông.

Bài 3: Cho hình vuông ABCD biết $A \in d_1: x-3y=0$, $C \in d_2: 2x+y-5=0$, $B, D \in d_3: x-y=0$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình vuông.

Bài 4: Cho hình vuông ABCD tâm I, biết $A(1;3)$. Trọng tâm các tam giác ADC và IDC lần lượt là $G_1(\frac{1}{3}; 5)$; $G_2(\frac{1}{3}; \frac{17}{3})$. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của hình vuông.

Bài 5: Cho hình vuông ABCD có $AB: 4x-3y-8=0$; $BC: 3x-4y+19=0$. Điểm $M(1;-7)$ thuộc đường chéo AC. Tìm tọa độ các đỉnh của hình vuông.

Loại 4: Các bài toán về hình thoi:

Bài 1: Cho hình thoi ABCD với $A(2, 4)$; $B(2 - \frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{5}{2})$ có tâm $I(2, \frac{5}{2})$. Trên cạnh BC lấy điểm M, trên cạnh BC lấy điểm N sao cho $\angle MAN = 30^\circ$. Gọi E là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN. Viết phương trình đường thẳng AE, biết điểm M có tung độ bằng 1.

Bài 2: Cho hình thoi ABCD. Cạnh AB có phương trình $2x-3y+2=0$ và cạnh CD có phương trình $2x-3y-10=0$. Điểm $M(5;0)$ thuộc BC, $N(2;6)$ thuộc AD. Viết phương trình 2 cạnh AD và BC.

Bài 3: Trong hệ Oxy cho hình thoi ABCD có đỉnh $B(3;-3)$ đường chéo AC nằm trên đường thẳng $\Delta: y=2x+1$. Điểm $M(-2;3)$ nằm trên đường thẳng AD. Tính diện tích hình thoi ABCD.

Bài 4: Cho hình thoi ABCD. Cạnh AB có phương trình $2x-3y+2=0$ và cạnh CD có phương trình $2x-3y-10=0$. Điểm $M(5;0)$ thuộc BC, $N(2;6)$ thuộc AD. Viết phương trình 2 cạnh AD và BC.

Bài 5: Trong hệ Oxy cho hình thoi ABCD có đỉnh B(3;-3) đường chéo AC nằm trên đường thẳng $\Delta: y=2x+1$. Điểm M(-2;3) nằm trên đường thẳng AD. Tính diện tích hình thoi ABCD.

Loại 5: Các bài toán về hình thang:

Bài 1: Trong mp Oxy cho hình thang ABCD vuông tại A,D có $AB=AD < CD$ B(1;2), đường thẳng BD có pt: $y=2$. Biết rằng đt (d): $7x-y-25=0$ lần lượt cắt AD CD tại M và N sao cho BM vuông góc với BC và BN là tia phân giác của góc MBC. Tìm tọa độ D biết D có hoành độ dương.

Bài 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hình thang vuông tại A,B có $AD=2AB$, đường thẳng AD có phương trình $x - \sqrt{2}y = 0$, trung điểm cạnh BC là M(1;0). Tìm tọa độ đỉnh A.

Bài 3: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ vuông góc Oxy cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$). Biết hai đỉnh B(3;3) và C(5;-3). Giao điểm I của hai đường chéo nằm trên đường thẳng $\Delta: 2x+y-3=0$. Xác định tọa độ các đỉnh còn lại của hình thang ABCD biết $CI=2BI$, tam giác ACB có diện tích bằng 12, điểm I có hoành độ dương và điểm A có hoành độ âm.

Bài 4: Cho hình thang ABCD, vuông tại A và D. Phương trình AD: $x - y\sqrt{2} = 0$. Trung điểm M của BC có tọa độ M(1,0). Biết $BC=CD=2AB$. Tìm tọa độ của điểm A.

Bài 5: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình thang cân ABCD có diện tích bằng 18; đáy lớn CD nằm trên đường thẳng có phương trình: $x-y+2=0$. Biết hai đường chéo AC, BD vuông góc với nhau và cắt nhau tại điểm I(3;1). Hãy viết phương trình đường thẳng BC, biết điểm C có hoành độ âm.

4. HIỆU QUẢ ÁP DỤNG:

Trong quá trình giảng dạy tôi đã hướng dẫn cho học sinh nắm được các ý tưởng cơ bản, các thuật toán thường dùng trong việc giải quyết các bài toán liên quan về tọa độ trong mặt phẳng đặc biệt là với các dạng bài toán mà hình thức có thể cho ta nghĩ đến hướng giải quyết bằng con đường hình học. Việc vẽ hình chính xác cùng với vận dụng khai thác các tính chất cho từ giả thiết để tìm ra đường đi đúng cho lời giải của bài toán là hết sức quan trọng. Thông qua việc phân tích hướng tìm tòi suy nghĩ khác nhau cho cùng một đề toán nhằm rèn luyện cho các em học sinh khả năng tư duy thông qua cách tiếp cận và phát hiện mối liên hệ giữa các đại lượng, phát hiện ra các tính chất hình học ẩn chứa trong đề bài.

Khi tiếp cận với phương pháp này một số em học sinh khá giỏi cảm thấy rất thích thú, ham mê tìm tòi phát hiện và đôi khi đưa đến những cách giải sáng tạo và linh hoạt hơn nhiều.

Thông qua các tiết dạy trên lớp, các tiết ôn tập khi triển khai nội dung của đề tài hầu hết các học sinh đều nhiệt tình tham gia. Đặc biệt là quá trình xây dựng và hình thành nên lời giải của bài toán, các em đều rất chủ động và sáng

tạo. Điều này cho thấy việc áp dụng đề tài trong quá trình giảng dạy đã góp một phần vào việc đổi mới phương pháp giảng dạy hiện nay.

Tuy nhiên đối tượng áp dụng của đề tài là học sinh thuộc khu vực miền núi, trình độ còn hạn chế. Bên cạnh đó với thời lượng trên lớp có hạn, trình độ nhận thức của đại bộ phận học sinh còn hạn chế thì việc áp dụng các phương pháp trên vẫn còn nhiều nhược điểm và chưa mang lại hiệu quả cao như mong muốn.

PHẦN III: KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ

1. Kết luận : Trên đây là một số bài toán về phương pháp tọa độ trong mặt phẳng mà tôi đã học hỏi đúc rút được trong quá trình giảng dạy tại trường THPT Quảng Xương 4 .

Đề tài của tôi chỉ là một mảng áp dụng các phương pháp trong bài toán hình học giải tích trong mặt phẳng. Ngoài những phương pháp cơ bản nêu ở trên còn có nhiều phương pháp khác để tiếp cận một bài toán hình học tọa độ như : Phương pháp véc tơ, phương pháp hình học hóa. Đó đều là những công cụ mạnh và dễ áp dụng trong các bài toán hình học giải tích đặc biệt là các bài toán trong các kỳ thi tuyển sinh đại học và cao đẳng.

Đề tài của tôi đã được áp dụng trong các năm học giảng dạy lớp 12, được học sinh đồng tình và đạt được một số kết quả, đặc biệt là các bài toán có vận dụng các tính chất liên quan được khai thác trực tiếp từ giả thiết. Các em hứng thú học tập hơn, ở những lớp có hướng dẫn kỹ các em học sinh với mức học trung bình cũng trở lên đã có kỹ năng giải các bài tập. Học sinh biết áp dụng tăng rõ rệt. Cụ thể ở các lớp khối 12 sau khi áp dụng sáng kiến này vào giảng dạy thì số học sinh hiểu và có kỹ năng giải được cơ bản các dạng toán nói trên.

Như vậy tôi thấy các phương pháp có hiệu quả tương đối. Theo tôi khi dạy phần toán tọa độ trong mặt phẳng giáo viên cần hướng đến cho học sinh nhiều hướng tiếp cận khác nhau, đồng thời phân tích cho học sinh thấy rõ những khó khăn và hạn chế trong từng cách tiếp cận. Thông qua đó dần dần hình thành cho học sinh những năng lực phát hiện vấn đề thông qua dữ kiện của bài toán.

Mặc dù cố gắng tìm tòi, nghiên cứu song chắc chắn còn có nhiều thiếu sót và hạn chế. Tôi rất mong được sự quan tâm của tất cả các đồng nghiệp bổ sung và góp ý cho tôi. Tôi xin chân thành cảm ơn.

2. Kiến nghị và đề xuất: - Đề nghị các cấp lãnh đạo tạo điều kiện giúp đỡ học sinh và giáo viên có nhiều hoạt động trao đổi chuyên môn dưới dạng các hoạt động theo chuyên đề, nhằm từng bước nâng cao kiến thức chuyên môn nghiệp vụ cho thầy cô giáo và trình độ nhận thức cho các em học sinh .

- Nhà trường cần tổ chức các bồi trao đổi phương pháp giảng dạy. Có tủ sách lưu lại các tài liệu chuyên đề bồi dưỡng ôn tập của giáo viên hàng năm để làm cơ sở nghiên cứu phát triển chuyên đề.

- Học sinh cần tăng cường học tập trao đổi, học nhóm nâng cao chất lượng học tập.

**XÁC NHẬN
CỦA THỦ TRƯỞNG ĐƠN VỊ**

Thanh Hóa, ngày 20 tháng 05 năm 2016
Tôi xin cam đoan đây là SKKN của mình viết,
không sao chép nội dung của người khác

Lê Duy Lực

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Sách giáo khoa hình học 10 - *Nhà xuất bản giáo dục*

2. Sách hướng dẫn giảng dạy - *Nhà xuất bản giáo dục*
3. Tài liệu tập huấn sách giáo khoa - *Nhà xuất bản Giáo dục*
4. Toán nâng cao Hình học 10 - *Nhà xuất bản Giáo dục*
4. Báo Toán học tuổi trẻ- *Nhà xuất bản giáo dục*
5. Các trang Webside về toán: *mathscope.org ; boxmath.vn ; math.vn.*