

PHÒNG GD HẢI LĂNG
ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI CHỌN HSG HUYỆN LỚP 8
NĂM HỌC :2016-2017
Môn thi: **Toán**

Câu 1. (2 điểm)

Cho $a > b > 0$ thỏa mãn $3a^2 + 3b^2 = 10ab$. Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{a - b}{a + b}$

Câu 2. (1,5 điểm)

Rút gọn biểu thức: $A = 1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + + 999^2 - 1000^2$

Câu 3. (1,5 điểm)

Cho hai số nguyên, số thứ nhất chia cho 5 dư 1, số thứ hai chia cho 5 dư 2. Hỏi tổng bình phương của chúng có chia hết cho 5 không ?

Câu 4. (1,5 điểm)

Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n thì phân số $\frac{21n + 4}{14n + 3}$ là phân số tối giản

Câu 5. (1,5 điểm)

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức : $P = |x - 2006| + |x - 2007| + 2006$

Câu 6. (2 điểm)

Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$) có $AB < CD$. Qua A và B kẻ các đường thẳng song song với BC và AD lần lượt cắt CD ở K và I . Gọi E là giao điểm của AK và BD , F là giao điểm của BI và AC . Chứng minh rằng:

a) $EF \parallel AB$

b) $AB^2 = CD \cdot EF$

ĐÁP ÁN

Câu 1.

$$\text{Xét } P^2 = \frac{(a-b)^2}{(a+b)^2} = \frac{a^2 - 2ab + b^2}{a^2 + 2ab + b^2} = \frac{3a^2 + 3b^2 - 6ab}{3a^2 + 3b^2 + 6ab} = \frac{4ab}{16ab} = \frac{1}{4}$$

$$\text{Vì } a > b > 0 \Rightarrow P > 0 \Rightarrow P = \frac{1}{2}$$

Câu 2.

Ta có:

$$\begin{aligned} A &= (1^2 - 2^2) + (3^2 - 4^2) + \dots + (999^2 - 1000^2) \\ &= (1-2)(1+2) + (3-4)(3+4) + \dots + (999-1000)(999+1000) \\ &= -(1+2+3+4+\dots+999+1000) \\ &= -500.1001 = -500500 \end{aligned}$$

Câu 3.

Vì số thứ nhất chia cho 5 dư 1 nên có dạng $5a+1$, số thứ hai chia cho 5 dư 2 nên có dạng $5b+2$ ($a, b \in \mathbb{Z}$)

Ta có tổng bình phương hai số đó là:

$$(5a+1)^2 + (5b+1)^2 = 25a^2 + 10a + 1 + 25b^2 + 10b + 1 = 5(5a^2 + 5b^2 + 2a + 2b + 1); 5$$

Vậy tổng bình phương của hai số chia hết cho 5

Câu 4.

Gọi $d = \text{UCLN}(21n+4; 14n+3)$ với $d \in \mathbb{N}, d \geq 1$

Ta có: $21n+4 \vdots d$ và $14n+3 \vdots d$

Khi đó $2(21n+4) \vdots d$ và $3(14n+3) \vdots d$

Hay $42n + 8 : d$ và $42n + 9 : d$

$$\Rightarrow (42n + 9 - 42n - 8) : d \text{ hay } 1 : d \Rightarrow d = 1$$

Vậy phân số $\frac{21n + 4}{14n + 3}$ là phân số tối giản với mọi số tự nhiên n

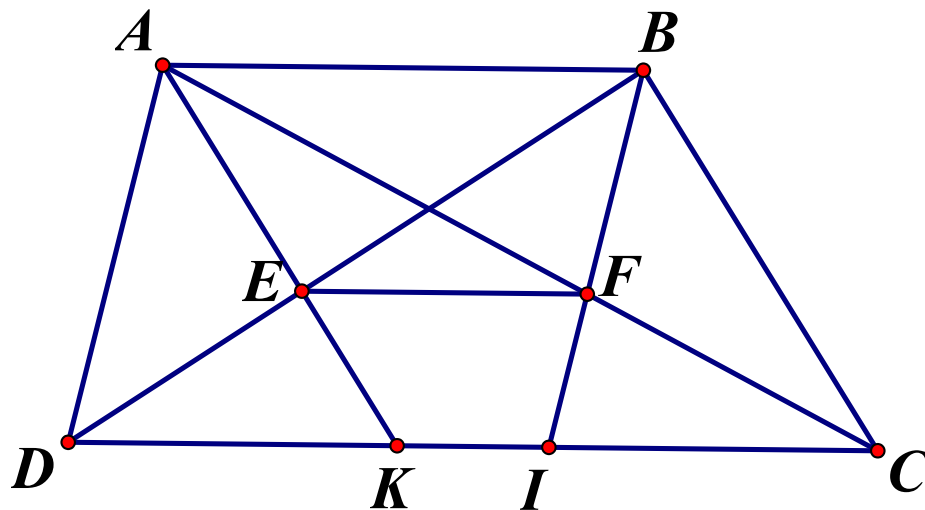
Câu 5.

Ta có :

$$\begin{aligned} P &= |x - 2006| + |x - 2007| + 2006 \\ &= |x - 2006| + |2007 - x| + 2006 \geq |(x - 2006) + (2007 - x)| + 2006 = 2007 \end{aligned}$$

Vậy $\min P = 2007 \Leftrightarrow 2006 \leq x \leq 2007$

Câu 6.



a) Ta có: $AB \parallel CD$ nên theo hệ quả Ta let ta có:

$$\frac{AF}{FC} = \frac{AB}{IC} \quad (1) \qquad \frac{AE}{EK} = \frac{AB}{DK} \quad (2)$$

Mặt khác ta có:

Tứ giác ABCK là hình bình hành (do $AB \parallel CD, BC \parallel AK$) nên $AB = CK$ (3)

Tứ giác ABID là hình bình hành (do $AB \parallel CD, BI \parallel AD$) nên $AB = DI$ (4)

Từ (3) (4) suy ra $CK = DI \Rightarrow IC = DK$ (5)

Từ (1) (2) (5) suy ra $\frac{AF}{FC} = \frac{AE}{EK} \Rightarrow EF \parallel DC \Rightarrow EF \parallel AB$

b) Ta có: $AB \parallel CD$

$\Rightarrow \frac{AB}{CI} = \frac{AF}{CF}$ (*) (Do $AB = DI$ nên $AB + CI = DI + CI = CD$)

Mặt khác $\triangle AEF \sim \triangle AKC$ ($EF \parallel KC$)

$\Rightarrow \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{KC}$ mà $KC = AB \Rightarrow \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{AB}$ (**)

Từ (*) và (**) suy ra $\frac{AB}{CD} = \frac{EF}{AB}$ hay $AB^2 = EF \cdot CD$ (đpcm).