

**HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT BA ẨN**

**1**

❶. Giáo viên Soạn: NGUYỄN THỊ KIM LIÊN. FB: KIM LIÊN

❷. Giáo viên phản biện: NGUYỄN THỊ HẰNG. FB: NGUYỄN HẰNG

|  |  |
| --- | --- |
| Thuật ngữ   * Hệ phương trình bậc nhất ba ẩn * Nghiệm của hệ phương trình bậc nhất * Phương pháp Gauss | Kiến thức, kĩ năng   * Nhận biết hệ phương trình bậc nhất ba ẩn. * Giải hệ phương trình bậc nhất ba ẩn bằng phương pháp Gauss. * Tìm nghiệm của hệ phương trình bậc nhất ba ẩn bằng máy tính cầm tay. |

***Tình huống mở đầu:*** Ông An đầu tư 240 triệu đồng vào ba quỹ khác nhau: một phần trong quỹ thị trường tiền tệ (là một quỹ đầu tư thị trường, tập trung vào các sản phẩm tài chính ngắn hạn như tín phiếu kho bạc, trái phiếu ngắn hạn, chứng chỉ tiền gửi,…) với tiền lãi nhận được là một năm, một phần trong trái phiếu chính phủ với tiền lãi nhận được là một năm và phần còn lại trong một ngân hàng với tiền lãi nhận được là một năm. Số tiền ông An đầu tư vào ngân hàng nhiều hơn vào trái phiếu Chính phủ là 80 triệu đồng và tổng số tiền lãi thu được sau năm đầu tiên ở cả ba quỹ là triệu đồng. Hỏi ông An đã đầu tư bao nhiêu tiền vào mỗi loại quỹ?

**1. KHÁI NIỆM HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT BA ẨN**

**HĐ1: Khái niệm hệ phương trình bậc nhất ba ẩn**

Xét hệ phương trình với ba ẩn sau:

1. Mỗi phương trình của hệ trên có bậc mấy đối với các ẩn ?



1. Thử lại rằng bộ ba số thỏa mãn cả ba phương trình của hệ.



1. Bằng cách thay trực tiếp vào hệ, hãy kiểm tra bộ ba số có thỏa mãn hệ phương trình đã cho không.

|  |
| --- |
| * Phương trình bậc nhất ba ẩn có dạng tổng quát là:   ,  trong đó là ba ẩn; là các hệ số và không đồng thời bằng 0.  Mỗi bộ ba số thoả mãn gọi là một ***nghiệm của phương trình bậc nhất ba ẩn*** đã cho.   * ***Hệ phương trình bậc nhất ba ẩn*** là hệ gồm một số phương trình bậc nhất ba ẩn. Mỗi nghiệm chung của các phương trình đó được gọi là một ***nghiệm của hệ phương trình*** đã cho. * Nói riêng, hệ ba phương trình bậc nhất ba ẩn có dạng tổng quát là     trong đó là **ba ẩn**; các chữ số còn lại là **các hệ số.** Ở đây, trong mỗi phương trình, ít nhất một trong các hệ số, , , phải khác 0. |

**Chú ý:**

Trong sách này ta chỉ xét các hệ phương trình có số phương trình bằng đúng số ẩn, nên từ nay về sau ta sẽ gọi tắt là *hệ phương trình bậc nhất ba ẩn* (hay hệ bậc nhất ba ẩn) thay cho *hệ ba phương trình bậc nhất ba ẩn*.

**Ví dụ 1.**

|  |
| --- |
| Hệ phương trình nào dưới đây là hệ phương trình bậc nhất ba ẩn? Kiểm tra bộ số có phải là một nghiệm của hệ phương trình bậc nhất ba ẩn đó không.   1. b) |

**Lời giải**

Hệ phương trình ở câu a) không phải là hệ phương trình bậc nhất vì phương trình thứ ba chứa.

Hệ phương trình ở câu b) là hệ phương trình bậc nhất ba ẩn. Thay , , vào các phương trình trong hệ ta được

Bộ ba số nghiệm đúng cả ba phương trình của hệ.

Do đó là một nghiệm của hệ.

**Luyện tập 1.**

|  |
| --- |
| Hệ phương trình nào dưới đây là hệ phương trình bậc nhất ba ẩn? Kiểm tra bộ số có phải là một nghiệm của hệ phương trình bậc nhất ba ẩn đó không.   1. b) |

**Lời giải**

Hệ phương trình ở câu a) không phải là hệ phương trình bậc nhất vì phương trình thứ ba chứa.

Hệ phương trình ở câu b) là hệ phương trình bậc nhất ba ẩn. Thay , , vào các phương trình trong hệ ta được

Bộ ba số nghiệm đúng cả ba phương trình của hệ.

Do đó là một nghiệm của hệ.

**2. GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT BA ẨN BẰNG PHƯƠNG PHÁP GAUSS**

**HĐ2: Hệ bậc nhất ba ẩn** có dạng tam giác

Cho hệ phương trình

Hệ trên có đầy đủ ba ẩn ; phương trình thứ hai có hai ẩn , khuyết ẩn ; phương trình thứ ba có một ẩn , khuyết hai ẩn . Ta nói hệ bậc nhất ba ẩn này có dạng tam giác.

****

Từ phương trình cuối hãy tính , sau đó thay vào phương trình thứ hai để tìm , cuối cùng thay và tìm được vào phương trình đầu để tìm .

Xem thêm tại Website VnTeach.Com https://www.vnteach.com

Để giải phương trình dạng tam giác, trước hết ta giải từ phương trình chứa một ẩn, sau đó thay giá trị tìm được của ẩn này vào phương trình chứa hai ẩn để tìm giá trị của ẩn thứ hai, cuối cùng thay các giá trị tìm được vào phương trình còn lại để tìm giá trị của ẩn thứ ba.

**Ví dụ 2.**

|  |
| --- |
| Giải hệ phương trình |

**Lời giải**

Từ phương trình thứ ba ta có . Thay vào phương trình thứ hai ta có hay . Với , tìm được, thay vào phương trình thứ nhất ta được hay .

Vậy nghiệm của hệ phương trình đã cho là .

**Luyện tập 2.**

|  |
| --- |
| Giải hệ phương trình |

**Lời giải**

Từ phương trình thứ nhất ta có . Thay vào phương trình thứ hai ta có hay . Với tìm được, thay vào phương trình thứ ba ta được hay .

Vậy nghiệm của hệ phương trình đã cho là .

**HĐ2: Giải hệ phương trình sau bằng phương pháp Gauss**

Cho hệ phương trình

a) Khử ẩn của phương trình thứ hai bằng cách cộng phương trình này với phương trình thứ nhất. Viết phương trình nhận được (phương trình này không còn chứa ẩn và là phương trình thứ hai của hệ mới, tương đương với hệ ban đầu).

b) Khử ẩn của phương trình thứ ba bằng cách nhân phương trình thứ nhất với và cộng với phương trình thứ ba. Viết phương trình thứ ba mới nhận được. Từ đó viết hệ mới nhận được sau hai bước trên (đã khử ẩn ở hai phương trình cuối).

c) Làm tương tự đối với hệ mới nhận được ở câu b), từ phương trình thứ hai và thứ ba khử ẩn y ở phương trình thứ ba. Viết hệ dạng tam giác nhận được.

d) Giải hệ dạng tam giác nhận được ở câu c). Từ đó suy ra nghiệm của hệ đã cho.

****

Johann Carl Friedrich Gauss (1977-1855), nhà toán học và vật lí người Đức, là một trong những nhà toán học vĩ đại nhất trong lịch sử.

Để giải một hệ phương trình bậc nhất ba ẩn, ta đưa hệ đó về một hệ đơn giản hơn (thường có dạng tam giác), bằng cách sử dụng các phép biến đổi sau đây:

* Nhân hai vế của một phương trình của hệ với một số khác ;
* Đổi vị trí hai phương trình của hệ;
* Cộng mỗi vế của một phương trình (sau khi đã nhân với một số khác ) với vế tương ứng của phương trình khác để được phương trình mới có số ẩn ít hơn.

Từ đó có thể giải hệ đã cho. Phương pháp này gọi là phương pháp Gauss.

**Ví dụ 3.**

|  |
| --- |
| Giải hệ phương trình sau bằng phương pháp Gauss |

**Lời giải**

Nhân hai vế của phương trình thứ nhất của hệ với rồi cộng với phương trình thứ hai theo từng vế tương ứng ta được hệ phương trình (đã khử ẩn ở hai phương trình thứ hai)

Nhân hai vế của phương trình thứ nhất của hệ này với rồi cộng với phương trình thứ ba theo từng vế tương ứng ta được hệ phương trình (đã khử ẩn ở phương trình cuối)

Nhân hai vế của phương trình thứ hai của hệ này với rồi cộng với phương trình thứ ba theo từng vế tương ứng ta được hệ phương trình tương đương dạng tam giác

Từ phương trình thứ ba ta có Thay vào phương trình thứ hai ta có Cuối cùng ta có

Vậy nghiệm của hệ phương trình là



**Ví dụ 4**

|  |
| --- |
| Giải hệ phương trình |

**Lời giải**

Đổi chỗ phương trình thứ nhất và phương trình thứ hai của hệ ta được hệ phương trình

Nhân hai vế của phương trình thứ nhất của hệ với rồi cộng với phương trình thứ hai theo từng vế tương ứng ta được hệ phương trình (đã khử ẩn ở hai phương trình thứ hai)

Nhân hai vế của phương trình thứ nhất của hệ với rồi cộng với phương trình thứ ba theo từng vế tương ứng ta được hệ phương trình (đã khử ẩn ở hai phương trình cuối)

Từ hai phương trình cuối, suy ra , điều này vô lí.

Vậy hệ ban đầu vô nghiệm.



**Ví dụ 5**

|  |
| --- |
| Giải hệ phương trình sau |

**Lời giải**

Trước hết ta đổi chỗ phương trình thứ nhất và phương trình thứ hai:

Nhân hai vế của phương trình thứ nhất của hệ với rồi cộng với phương trình thứ hai theo từng vế tương ứng ta được hệ phương trình (đã khử ẩn ở hai phương trình thứ hai)

Nhân hai vế của phương trình thứ nhất của hệ với rồi cộng với phương trình thứ ba theo từng vế tương ứng ta được hệ phương trình (đã khử ẩn ở hai phương trình cuối)

Nhận thấy phương trình thứ hai và phương trình thứ ba giống nhau.Như vậy ta được hệ tương đương dạng hình thang



Rút theo từ phương trình thứ hai của hệ ta được . Thế vào phương trình thứ nhất ta được hay . Vậy hệ đã cho có vô số nghiệm và tập nghiệm của hệ là

**Nhận xét.** Hệ phương trình bậc nhất ba ẩn có thể có nghiệm duy nhất, vô nghiệm hoặc có vô số nghiệm.

❶. Giáo viên Soạn: Tòng Văn Kim, FB: Tòng Văn Kim

❷. Giáo viên phản biện: Nguyễn Thị Hằng, FB: Nguyễn Hằng

|  |
| --- |
| Giải các hệ phương trình sau:  a) b) c) |

**Luyện tập 3.**

**Lời giải**

a)

Đổi chỗ phương trình thứ nhất và phương trình thứ hai ta được hệ phương trình

Nhân hai vế của phương trình thứ nhất của hệ với rồi cộng với phương trình thứ hai theo từng vế tương ứng, ta được hệ phương trình

Nhân hai vế của phương trình thứ nhất của hệ với rồi cộng với phương trình thứ ba theo từng vế tương ứng, ta được hệ phương trình

Nhân hai vế của phương trình thứ hai của hệ với rồi cộng với phương trình thứ ba theo từng vế tương ứng, ta được hệ phương trình

Từ phương trình thứ ba ta có Thế vào phương trình thứ hai ta được Cuối cùng ta có

Vậy nghiệm của hệ phương trình đã cho là

b)

Đổi chỗ phương trình thứ nhất và phương trình thứ hai ta được hệ phương trình

Nhân hai vế của phương trình thứ nhất của hệ với rồi cộng với phương trình thứ hai theo từng vế tương ứng, ta được hệ phương trình

Nhân hai vế của phương trình thứ nhất của hệ với , nhân hai vế của phương trình thứ ba của hệ với rồi cộng phương trình thứ nhất của hệ với phương trình thứ ba theo từng vế tương ứng, ta được hệ phương trình



Từ hai phương trình cuối, suy ra , điều này vô lí.

Vậy hệ ban đầu vô nghiệm.

c)

Đổi chỗ phương trình thứ nhất và phương trình thứ hai ta được hệ phương trình

Nhân hai vế của phương trình thứ hai của hệ với rồi cộng với phương trình thứ nhất theo từng vế tương ứng, ta được hệ phương trình

Nhân hai vế của phương trình thứ nhất của hệ với , rồi cộng phương trình thứ nhất của hệ với phương trình thứ ba theo từng vế tương ứng, ta được hệ phương trình

Nhân hai vế của phương trình thứ ba của hệ với , ta được hệ phương trình

Nhận thấy phương trình thứ hai và phương trình thứ ba của hệ giống nhau. Như vậy ta được hệ phương trình dạng hình thang



Hệ phương trình này có vô số nghiệm.

Rút theo từ phương trình thứ hai của hệ ta được . Thế vào phương trình thứ nhất ta được

hay . Vậy hệ đã cho có vô số nghiệm và tập nghiệm của hệ là

**Ví dụ 6.**

|  |
| --- |
| *Giải tình huống mở đầu.*  Ông An đầu tư 240 triệu đồng vào ba quỹ khác nhau: một phần trong quỹ thị trường tiền tệ (là một quỹ đầu tư thị trường, tập trung vào các sản phẩm tài chính ngắn hạn như tín phiếu kho bạc, trái phiếu ngắn hạn, chứng chỉ tiền gửi,…) với tiền lãi nhận được là một năm, một phần trong trái phiếu chính phủ với tiền lãi nhận được là một năm và phần còn lại trong một ngân hàng với tiền lãi nhận được là một năm. Số tiền ông An đầu tư vào ngân hàng nhiều hơn vào trái phiếu Chính phủ là 80 triệu đồng và tổng số tiền lãi thu được sau năm đầu tiên ở cả ba quỹ là triệu đồng. Hỏi ông An đã đầu tư bao nhiêu tiền vào mỗi loại quỹ? |

**Lời giải**

Gọi (triệu đồng) lần lượt là số tiền đầu tư của ông An vào ba quỹ: thị trường tiền tệ, trái phiếu Chính phủ và một ngân hàng. Khi đó

Vì số tiền đầu tư vào quỹ trong ngân hàng nhiều hơn quỹ trái phiếu Chính phủ là triệu đồng nên ta có

, hay

Do tổng số tiền lãi trong một năm là triệu đồng nên ta có

Từ đó, ta có hệ phương trình bậc nhất ba ẩn

Ta giải hệ bằng phương pháp Gauss.

Nhân hai vế của phương trình thứ nhất của hệ với rồi cộng với phương trình thứ ba theo từng vế tương ứng, ta được hệ phương trình

Nhân hai vế của phương trình thứ hai của hệ với rồi cộng với phương trình thứ ba theo từng vế tương ứng, ta được hệ phương trình dạng tam giác

Từ phương trình thứ ba ta có Thế vào phương trình thứ hai ta được Cuối cùng ta có

Vậy số tiền ông An đầu tư vào ba quỹ: thị trường tiền tệ, trái phiếu Chính phủ và một ngân hàng lần lượt là triệu đồng, triệu đồng, triệu đồng.

**Vận dụng 1.**

|  |
| --- |
| Hà muavăn phòng phẩm cho nhóm bạn cùng lớp gồm Hà, Lan và Minh hết tổng cộng nghìn đồng. Hà quên không lưu hóa đơn của mỗi bạn, nhưng nhớ được rằng số tiền trả cho Lan ít hơn nửa số tiền trả cho Hà là nghìn đồng, số tiền trả cho Minh nhiều hơn số tiền trả cho Lan là nghìn đồng. Hỏi mỗi bạn Lan và Minh phải trả cho Hà bao nhiêu tiền? |

**Lời giải**

Gọi lần lượt là số tiền mua văn phòng phẩm cho Hà, Lan và Minh (tính theo đơn vị nghìn đồng) .

Ta có:

.

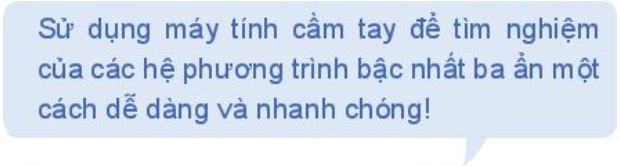
Số tiền trả cho Lan ít hơn nửa số tiền trả cho Hà là nghìn đồng, số tiền trả cho Minh nhiều hơn số tiền trả cho Lan là nghìn đồng, ta có:

Giải hệ phương trình

Vậy mỗi bạn Lan và Minh lần lượt phải trả cho Hà số tiền là nghìn đồng và nghìn đồng.

**3. TÌM NGHIỆM CỦA HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT BA ẨN BẰNG MÁY TÍNH CẦM TAY**

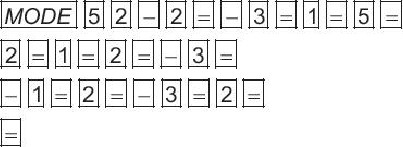
**HĐ1.** Dùng máy tính cầm tay Casio fx-570 để tìm nghiệm của hệ:

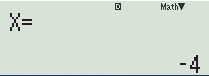




Ta có thể dùng máy tính cầm tay để tìm nghiệm của hệ.

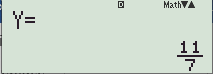
Sau khi mở máy, ta ấn liên tiếp các phím sau đây:





Tức là

Ấn tiếp phím ta thấy màn hình hiện ra như sau:



Tức là

Ấn tiếp phím ta thấy màn hình hiện ra như sau:



Tức là

Vậy nghiệm của hệ phương trình đã cho là

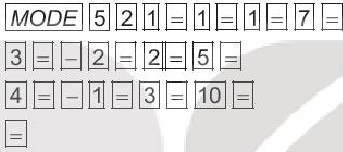
|  |
| --- |
| Ta có thể dùng máy tính cầm tay để giải hệ phương trình bậc nhất ba ẩn. Sau khi mở máy, ta lần lượt thực hiện các thao tác sau:  + Vào chương trình giải phương trình, ấn  Màn hình máy tính sẽ hiển thị như sau:  Qr codeDescription automatically generated |
| + Chọn hệ phương trình bậc nhất ba ẩn, ấn  Màn hình máy tính sẽ hiển thị như sau:  A screenshot of a computerDescription automatically generated with low confidence  + Nhập các hệ số để giải hệ phương trình. |

**Ví dụ 7.**

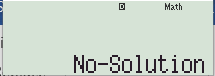
|  |
| --- |
| Dùng máy tính cầm tay tìm nghiệm của các hệ sau:  a)  b) |

**Lời giải**

a) Ta ấn liên tiếp các phím

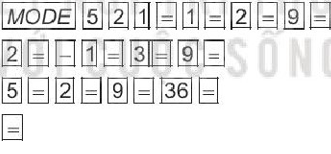


Thấy hiện ra trên màn hình dòng chữ “No-Solution” như sau:

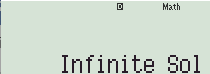


Tức là hệ phương trình đã cho vô nghiệm.

b) Ta ấn liên tiếp các phím



Thấy hiện ra trên màn hình dòng chữ “Infinite Sol” như sau:



Tức là hệ phương trình đã cho có vô số nghiệm.

**Luyện tập 4.**

|  |
| --- |
| Sử dụng máy tính cầm tay tìm nghiệm của các hệ phương trình trong Ví dụ 3,  Ví dụ 4, Ví dụ 5, và Luyện tập 3. |

**Vận dụng 2.**

|  |
| --- |
| Tại một quốc gia, có khoảng loài động vật nằm trong danh sách các loài có nguy cơ tuyệt chủng. Các nhóm động vật có vú, chim và cá chiếm các loài có nguy cơ tuyệt chủng. Nhóm chim chiếm nhiều hơn so với nhóm cá, nhóm cá chiếm nhiều hơn so với động vật có vú. Hỏi mỗi nhóm động vật có vú, chim và cá chiếm bao nhiêu phần trăm trong các loài có nguy cơ tuyệt chủng? |

**Lời giải**

Gọi lần lượt là số phần trăm của nhóm động vật có vú, chim và cá có nguy cơ tuyệt chủng.

Ta có:

Do nhóm chim chiếm nhiều hơn so với nhóm cá, nhóm cá chiếm nhiều hơn so với động vật có vú nên ta cũng có:

Giải hệ phương trình

Vậysố phần trăm của nhóm động vật có vú, chim và cá có nguy cơ tuyệt chủng lần lượt là

**BÀI TẬP**

**1.1.** Hệ nào dưới đây là hệ phương trình bậc nhất ba ẩn? Kiểm tra xem bộ số có phải là nghiệm của hệ phương trình bậc nhất ba ẩn đó không?

a)  b)

Giải

a) làhệ phương trình bậc nhất ba ẩn.

Thay bộ số vào mỗi phương trình của hệ ta đượckết quảlà

thỏa mãn nghiệm của hệ.

Vậybộ số là nghiệm của hệ phương trình bậc nhất ba ẩn đã cho.

**1.2.** Giải các hệ phương trình sau:

a)  b)

Giải

a)

Nhân hai vế của phương trình thứ hai của hệ với rồi cộng với phương trình thứ ba theo từng vế tương ứng, ta được hệ phương trình

Từ phương trình thứ hai ta có Cuối cùng ta có

Vậy nghiệm của hệ phương trình đã cho là

b. không phải là hệ phương trình bậc nhất ba ẩn vì phương trình thứ hai có .

**1.2.** Giải các hệ phương trình sau:

a)  b)

Giải

a)

Nhân hai vế của phương trình thứ hai của hệ với rồi cộng với phương trình thứ ba theo từng vế tương ứng, ta được hệ phương trình

Từ phương trình thứ hai ta có Cuối cùng ta có

Vậy nghiệm của hệ phương trình đã cho là

b)

Nhân hai vế của phương trình thứ hai của hệ với rồi cộng với phương trình thứ ba theo từng vế tương ứng, ta được hệ phương trình

Nhân hai vế của phương trình thứ ba của hệ với rồi cộng với phương trình thứ hai theo từng vế tương ứng, ta được hệ phương trình

Từ phương trình thứ hai ta có Từ phương trình thứ ba ta có Cuối cùng ta có

Vậy nghiệm của hệ phương trình đã cho là

**1.3.** Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp Gauss:

a) b) c)

d) e) f)

Giải

a)

Nhân hai vế của phương trình thứ hai của hệ với rồi cộng với phương trình thứ nhất theo từng vế tương ứng, nhân hai vế của phương trình thứ ba của hệ với rồi cộng với phương trình thứ nhất theo từng vế tương ứng ta được hệ phương trình

Nhân hai vế của phương trình thứ ba của hệ với rồi cộng với phương trình thứ hai theo từng vế tương ứng, ta được hệ phương trình

Từ phương trình thứ ba ta có . Thế vào phương trình thứ hai ta được . Cuối cùng ta có .

Vậy nghiệm của hệ phương trình đã cho là

b)

Nhân hai vế của phương trình thứ hai của hệ với rồi cộng với phương trình thứ nhất theo từng vế tương ứng, nhân hai vế của phương trình thứ ba của hệ với rồi cộng với phương trình thứ nhất theo từng vế tương ứng ta được hệ phương trình

Nhân hai vế của phương trình thứ hai của hệ với , nhân hai vế của phương trình thứ ba của hệ với rồi cộng với phương trình thứ ba theo từng vế tương ứng ta được hệ phương trình

Từ phương trình thứ ba ta có . Thế vào phương trình thứ hai ta được . Cuối cùng ta có .

Vậy nghiệm của hệ phương trình đã cho là

c)

Nhân hai vế của phương trình thứ nhất của hệ với rồi cộng với phương trình thứ hai theo từng vế tương ứng, nhân hai vế của phương trình thứ nhất của hệ với rồi cộng với phương trình thứ ba theo từng vế tương ứng ta được hệ phương trình

Nhận thấy phương trình thứ hai và phương trình thứ ba của hệ giống nhau. Như vậy ta được hệ phương trình dạng hình thang



Hệ phương trình này có vô số nghiệm.

Rút theo từ phương trình thứ hai của hệ ta được . Thế vào phương trình thứ nhất ta được

hay . Vậy hệ đã cho có vô số nghiệm và tập nghiệm của hệ là

d)

Nhân hai vế của phương trình thứ nhất của hệ với rồi cộng với phương trình thứ hai theo từng vế tương ứng, nhân hai vế của phương trình thứ nhất của hệ với rồi cộng với phương trình thứ ba theo từng vế tương ứng ta được hệ phương trình



Từ hai phương trình cuối, suy ra , điều này vô lí.

Vậy hệ ban đầu vô nghiệm.

e)

Nhân hai vế của phương trình thứ nhất của hệ với , nhân hai vế của phương trình thứ hai của hệ với rồi cộng phương trình thứ nhất với phương trình thứ hai theo từng vế tương ứng; nhân hai vế của phương trình thứ nhất của hệ với , nhân hai vế của phương trình thứ ba với rồi cộng phương trình thứ nhất với phương trình thứ ba theo từng vế tương ứng ta được hệ phương trình

Nhân hai vế của phương trình thứ hai của hệ với rồi cộng với phương trình thứ ba theo từng vế tương ứng, ta được hệ phương trình

Từ phương trình thứ ba ta có . Thế vào phương trình thứ hai ta được . Cuối cùng ta có .

Vậy nghiệm của hệ phương trình đã cho là

f)

Nhân hai vế của phương trình thứ nhất của hệ với , nhân hai vế của phương trình thứ hai của hệ với rồi cộng phương trình thứ nhất với phương trình thứ hai theo từng vế tương ứng; nhân hai vế của phương trình thứ nhất của hệ với , nhân hai vế của phương trình thứ ba của hệ với rồi cộng phương trình thứ nhất rồi cộng với phương trình thứ ba theo từng vế tương ứng ta được hệ phương trình

Nhận thấy phương trình thứ hai và phương trình thứ ba của hệ giống nhau. Như vậy ta được hệ phương trình dạng hình thang



Hệ phương trình này có vô số nghiệm.

Rút theo từ phương trình thứ hai của hệ ta được . Thế vào phương trình thứ nhất ta được

hay . Vậy hệ đã cho có vô số nghiệm và tập nghiệm của hệ là

Kiểm tra lại kết quả tìm được bằng cách sử dụng máy tính cầm tay.

**1.4.** Ba người cùng làm việc cho một công ty với vị trí lần lượt là quản lí kho, quản lí văn phòng và tài xế xe tải. Tổng tiền lương hằng năm của người quản lí kho và người quản lí văn phòng là triệu đồng, còn của người quản lí kho và tài xế xe tải là triệu đồng. Mỗi năm, người quản lí kho lĩnh lương nhiều hơn tài xế xe tải là triệu đồng. Hỏi lương hằng năm của mỗi người là bao nhiêu?

**Giải**

Gọi lần lượt là số tiền lương (theo đơn vị triệu đồng) hằng năm của quản lí kho, quản lí văn phòng và tài xế xe tải.

Tổng tiền lương hằng năm của người quản lí kho và người quản lí văn phòng là triệu đồng, còn của người quản lí kho và tài xế xe tải là triệu đồng. Ta có:

Mỗi năm, người quản lí kho lĩnh lương nhiều hơn tài xế xe tải là triệu đồng. Ta có:

Giải hệ phương trình

Vậy lương hằng năm của quản lí kho, quản lí văn phòng và tài xế xe tải lần lượt là triệu đồng, triệu đồng và triệu đồng.

**1.5.** Năm ngoái, người ta có thể mua ba mẫu xe ôtô của ba hãng với tổng số tiền là tỉ đồng. Năm nay, do lạm phát, để mua ba chiếc xe đó cần tỉ đồng. Giá xe ôtô của hãng tăng , của hãng tăng và của hãng tăng Nếu trong năm ngoái giá chiếc xe của hãng thấp hơn triệu đồng so với giá chiếc xe của hãng thì giá của mỗi chiếc xe trong năm ngoái là bao nhiêu?

**Giải**

Gọi lần lượt là giá năm ngoái của mỗi chiếc ôtô của ba hãng (theo đơn vị tỉ đồng).

Năm ngoái, người ta có thể mua ba mẫu xe ôtô của ba hãng với tổng số tiền là tỉ đồng. Ta có

**.**

Năm nay, do lạm phát, để mua ba chiếc xe đó cần tỉ đồng. Giá xe ôtô của hãng tăng , của hãng tăng và của hãng tăng Ta có:

**.**

Năm ngoái giá chiếc xe của hãng thấp hơn triệu đồng so với giá chiếc xe của hãng nên ta có**.**

Giải hệ phương trình

Vậy giá của mỗi chiếc xe trong năm ngoái của ba hãng lần lượt là là tỉ đồng, tỉ đồng và tỉ đồng.

**1.6.** Cho hệ ba phương trình bậc nhất ba ẩn sau

a) Giả sử và là hai nghiệm phân biệt của hệ phương trình trên.

Chứng minh rằng cũng là nghiệm của hệ.

b) Sử dụng kết quả của câu a) chứng minh rằng, nếu hệ phương trình bậc nhất ba ẩn có hai nghiệm phân biệt thì có vô số nghiệm.

Giải

a) Giả sử và là hai nghiệm phân biệt của hệ phương trình

Ta có: và

Cộng vế tương ứng của phương trình thứ nhất với phương trình thứ nhất, của phương trình thứ hai với phương trình thứ hai và của phương trình thứ ba với phương trình thứ ba ta được

Vậy bộ số cũng là nghiệm của hệ phương trình đã cho.

b) Sử dụng kết quả của câu a) chứng minh rằng, nếu hệ phương trình bậc nhất ba ẩn có hai nghiệm phân biệt thì có vô số nghiệm.

Giả sử , là hai nghiệm phân biệt của hệ phương trình đã cho.

đặt Tương tự cách chứng minh ở phần a), ta cũng chứng minh được cũng là nghiệm của hệ.

Giải sử hệ phương trình bậc nhất ba ẩn có nghiệm phân biệt với

Ta phải chứng minh hệ phương trình bậc nhất ba ẩn có nghiệm thứ , tức là cũng là nghiệm của hệ phương trình bậc nhất ba ẩn.

Thật vậy, , suy ra

Do là nghiệm của hệ

suy ra (\*) đúng

Vậy nếu hệ phương trình bậc nhất ba ẩn có hai nghiệm phân biệt thì có vô số nghiệm.

**GVPB làm:**

+ Giả sử , là hai nghiệm phân biệt của hệ phương trình đã cho.

Theo phần a) ta có cũng là nghiệm của hệ phương trình.

+ Đặt .

Theo phần a) ta lại có và là hai nghiệm của hệ phương trình.

+ Đặt và .

Ta lại có:

là các nghiệm của hệ phương trình đã cho.

Cứ tiếp tục như thế, hệ phương trình đã cho có vô số nghiệm.