|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GD&ĐT YÊN LẠC****TRƯỜNG THCS TRUNG NGUYÊN** | **ĐỀ KSCL ĐT HSG CẤP HUYỆN****MÔN: TOÁN 8****Năm học: 2022-2023****Thời gian: 120 phút** |

**Bài 1: (3,0 điểm)**

1. Cho biểu thức: . Tìm giá trị nguyên của *x* để A có giá trị nguyên
2. Cho *x*, *y*, *z* đôi một khác nhau thỏa mãn *x* + *y* + *z* = 0. Tính giá trị của biểu thức:



**Bài 2: (2,5 điểm)**

1. Giải phương trình nghiệm nguyên: 
2. Cho các số nguyên *a, b, c* thỏa mãn 2*a* + *b*, 2*b* + *c*, 2*c* + *a* đều là các số chính phương. Biết rằng một trong ba số chính phương trên chia hết cho 3.

Chứng minh rằng: chia hết cho 81.

**Bài 3: (1,0 điểm)**

Cho ba số *a*, *b*, *c* thỏa mãn  và *a* + *b* + *c* = 6.

Chứng minh rằng: $\frac{a}{a^{2}+1}+\frac{b}{b^{2}+1}+\frac{c}{c^{2}+1}\geq \frac{6}{5}$

**Bài 4: (2,5 điểm)** Cho O là trung điểm của đoạn thẳng AB. Trên cùng một nửa mặt phẳng có bờ là AB vẽ tia A*x*, B*y* cùng vuông góc với AB. Trên tia A*x* lấy điểm C (khác A), qua O kẻ đường thẳng vuông góc với OC cắt tia By tại D.

a) Chứng minh 

b) Kẻ OM vuông góc với CD tại M, từ M kẻ MH vuông góc với AB tại H. Chứng minh BC đi qua trung điểm của MH.

c) Tìm vị trí điểm C trên tia A*x* để diện tích tứ giác ABDC nhỏ nhất

**Bài 5: (1,0 điểm)** Năm vận động viên mang số 1; 2; 3; 4 và 5 được chia bằng mọi cách thành hai nhóm. Chứng tỏ rằng ở một trong hai nhóm ta luôn có hai vận động viên mà hiệu các số họ mang trùng với một trong các số mà người của nhóm đó mang.

**= = = = = = = = = = HẾT = = = = = = = = = =**

**Đáp án và thang điểm.**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Câu** | **Phần** | **Nội dung** | **Thang điểm** |
| 1 | a. | ĐK: $\left\{\begin{array}{c}x\ne 0\\x\ne 2\end{array}\right.$ | 0,25 |
| Ta có:  | 0,25 |
|   | 0,25 |
|  |   | 0,5 |
|  | Nhận *x*ét: A nguyên khi *x* + 1 chia hết cho 2*x* => 2*x* + 2 chia hết cho 2*x* => 2 chia hết cho 2*x* => 2*x* là ước của 2TH1: 2*x* = 1 => *x* = (loại)TH2: 2*x* = -1 => *x* =-(loại)TH3: 2*x* = 2=> *x* = 1 (thỏa mãn)TH4: 2*x* = -1 => *x* = -1 (thỏa mãn)KL: vậy *x* =  thì A có giá trị nguyên | 0,250,5 |
|  | Ta có *x* + y + z = 0 => *x* + y = -z Do đó: *x*y + 2z2 = *x*y + z2 – z(*x* + y) = (z – *x*) (z – y) Tương tự: => Tử số của B là: –(*x* – y)2(y – z)2(z – *x*)2 | 0,5 |
| HS chứng minh được: 2*x*y2 + 2yz2 + 2z*x*2 + 3*x*yz = (*x* – y)(y – z)(z – *x*)=> Mẫu số của B là: [(*x* – y)(y – z)(z – *x*)]2 | 0,25 |
| Vậy B = -1 | 0,25 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 2 | a. | *x*2  *xy*  2014*x*  2015 *y*  2016  0  *x*2  *xy*  *x*  2015*x*  2015 *y*  2015  1 *x*(*x*  *y* 1)  2013(*x*  *y* 1)  1  (*x*  2015)( *x*  *y* 1)  1 | 0,5 |
| $$+)\left\{\begin{array}{c}x-2015=1\\x+y+1=1\end{array}\right.⇔\left\{\begin{array}{c}x=2016\\y=-2016\end{array}\right.$$$$+)\left\{\begin{array}{c}x-2015=-1\\x+y+1=-1\end{array}\right.⇔\left\{\begin{array}{c}x=2014\\y=-2016\end{array}\right.$$Vậy phương trình có nghiệm là:$ \left\{\begin{array}{c}x=2016\\y=-2016\end{array}\right.;\left\{\begin{array}{c}x=2014\\y=-2016\end{array}\right.$ | 0,250,250,25 |
| b. | -Vì 3 số 2a+b, 2b+c, 2c+a đều là các số chính phương nên 3 số này chia 3 chỉ có thể dư 0 hoặc 1.- Chứng minh nếu *x*+y+z=0 thì *x*3+y3+z3=3*x*yz | 0,250,25 |
| Vì trong 3 số trên có 1 số chia hết cho 3 và (2a+b)+(2b+c)+(2c+a)=3(a+b+c)$\vdots $ 3 nên suy ra 3 số cùng chia hết cho 3.Mặt khác : 2a+b=3a-(a-b)  a-b$\vdots $ 3. Tương tự chứng minh được b-c, c-a đều chia hết cho 3.Suy ra: (a-b)(b-c)(c-a)$ \vdots $ 27 | 0,250,25 |
| Vì: (a-b)+(b-c)+(c-a)=0 nênP=(a-b)3+(b-c)3+(c-a)3 =3(a-b)(b-c)(c-a)$ \vdots $ 3.27$ \vdots $ 81. | 0,25 |
| 3. |  | Vì a   (3a  4)(a  2)2  0  3a3 16a2  28a 16  0 25a  16a2 16  3a3  3a 25a  (a2 1)(16  3a) (\*)Chia cả hai vế của (\*) cho 25( a2 1) ta được Tương tự ta có:  | 0,5 |
| Do đó:  | 0,25 |
| Dấu “=” *x*ảy ra  a=b=c=2. |
| Vậy  | 0,25 |



|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | a. | Chứng minh: ΔOAC∽ΔDBO(g -g)  | 0,50,250,25 |
| b. | Theo câu a ta có: ΔOAC∽ΔDBO(g-g) Mà OA = OB => +) Chứng minh: ΔOAC∽ΔDOC(c- g-c) ACOOCM+) Chứng minh: ΔOAC= ΔOMC(ch -gn) AC MC | 0,250,25 |
| Ta có ΔOAC= ΔOMCOAOM; CA CM OC là trung trực của AMOC  AM,Mặc khác OA = OM = OB ∆AMB vuông tại MOC // BM (vì cùng vuông góc AM) hay OC // BI+) *X*ét ∆ABI có OM đi qua trung điểm AB, song song BI suy ra OM đi qua trung điểm AI  IC = AC+) MH // AI theo hệ quả định lý Ta-lét ta có:  Mà IC = AC  MK = HK BC đi qua trung điểm MH (đpcm) | 0,250,25 |
| c. | Tứ giác ABDC là hình thang vuôngTa thấy AC, BD > 0, nên theo BĐT Cô-si ta cóDấu “=” *x*ảy ra <=> AB = CD = Vậy C thuộc tia A*x* và cách điểm A một đoạn bằng OA thì diện tích tứ giác ABDC nhỏ nhất. | 0,250,25 |
| 5 |  | Ta chia các số 1; 2; 3; 4; 5 thành hai nhóm sao cho trong một nhóm hiệu hai số không trùng với một số nào trong nhóm.Ta có hai số 2 và 4 không thể ở trong cùng một nhóm vì 4-2=2. Số 1cũng không thể ở trong cùng một nhóm với số 2 vì 2-1=1 | 0,5 |
| Như vậy số 1 phải ở cùng một nhóm với số 4.Số 4-1=3 phải ở cùng nhóm với số 2. Ta có hai số 1 và 4 cùng nhóm; hai số 2 và 3 cùng một nhóm còn lại.Nhưng còn lại số 5, số này không thể ở trong bất cứ nhóm nào vì 5-1=4và 5-2=3(Mâu thuẫn).Từ đó suy ra điều phải chứng minh. | 0,5 |

**= = = = = = = = = =**