

ĐỀ THAM KHẢO

(Đề gồm có ... trang)

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

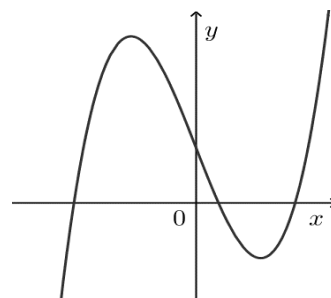
Câu 1. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = x^3 - 3x + 1$

B. $y = -x^3 + 3x + 1$

C. $y = x^2 - x^2 + 1$

D. $y = -x^2 + x - 1$



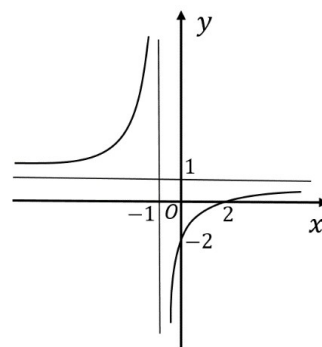
Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục hoành là

A. $(0; -2)$

B. $(2; 0)$

C. $(-2; 0)$

D. $(0; 2)$



Câu 3. Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(x^2 + x + 1)$ là:

A. $y' = \frac{(2x+1)\ln 3}{x^2 + x + 1}$

B. $y' = \frac{2x+1}{(x^2 + x + 1)\ln 3}$

C. $y' = \frac{2x+1}{x^2 + x + 1}$

D. $y' = \frac{1}{(x^2 + x + 1)\ln 3}$

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z - 2 = 0$. Tính tọa độ tâm I và bán kính R của (S) .

A. Tâm $I(-1; 2; -3)$ và bán kính $R = 4$.

B. Tâm $I(1; -2; 3)$ và bán kính $R = 4$.

C. Tâm $I(-1; 2; 3)$ và bán kính $R = 4$.

D. Tâm $I(1; -2; 3)$ và bán kính $R = 16$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - z + 2 = 0$. Vector nào dưới đây là một

vector pháp tuyến của (P) ?

A. $n = (-1; 0; -1)$

B. $n = (3; -1; 2)$

C. $n = (3; -1; 0)$

D. $n = (3; 0; -1)$

$$d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + t \\ z = t \end{cases}$$

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d . Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của d ?

A. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z+3}{-1}$

B. $\frac{x+2}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{1}$

C. $x-2 = y = z+3$

D. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$

Câu 7. Một động cơ có hai van bảo hiểm cùng hoạt động. Xác suất hoạt động tốt của van I là 0,9, của van II là 0,72. Xác suất hoạt động tốt của van I, biết van II hoạt động tốt là 0,96. Giả sử van I hoạt động tốt, xác suất hoạt động tốt của van II là

A. 0,675.

B. 0,768.

C. 0,66.

D. 0,78.

Câu 8. Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu 2; 4; 5; 6; 6; 7; 3; 4 là:

A. 3.

B. 3,5.

C. 4.

D. 4,5.

Câu 9. Cô Hà thống kê lại đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 6 năm tuổi được trồng ở một lâm trường ở bảng sau.

Đường kính (cm)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)
Tần số	5	20	18	7	3

Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

A. 25.

B. 30.

C. 6.

D. 69,8.

Câu 10. Các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai.

A. $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx, (k \in \mathbf{R})$

B. $\int f(x).g(x)dx = \int f(x)dx. \int g(x)dx.$

C. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx.$

D. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx.$

Câu 11. Dũng là học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại khối rubik khác nhau. Trong một lần tập luyện giải khối rubik 3×3 , bạn Dũng đã tự thống kê lại thời gian giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau:

Thời gian giải rubik (giây)	[8; 10)	[10; 12)	[12; 14)	[14; 16)	[16; 18)
Số lần	4	6	8	4	3

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 10,75.

B. 1,75.

C. 3,63.

D. 14,38.

Câu 12. Một người thả một lá bèo vào một chậu nước. Sau 12 giờ, bèo sinh sôi phủ kín mặt nước trong chậu. Biết rằng sau mỗi giờ lượng bèo tăng gấp 10 lần lượng bèo trước đó và tốc độ tăng không đổi. Hỏi sau mấy giờ thì bèo phủ kín $\frac{1}{5}$ mặt nước trong chậu (kết quả làm tròn đến 1 chữ số phân thập phân).

- A. 9,1 giờ. B. 9,7 giờ. C. 10,9 giờ. D. 11,3 giờ.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2024}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2025}{-2}$ và mặt phẳng $(P): 2x+2y-z+1=0$. Xét các vector $u=(2;1;-2), n=(2;2;-1)$

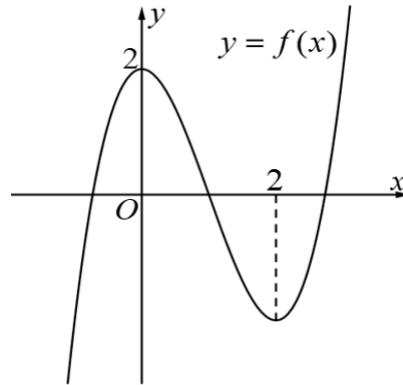
a) u là một vector chỉ phương của đường thẳng Δ .

b) n là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P).

c) $\cos(\Delta, (P)) = \frac{8}{9}$.

d) Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) bằng khoảng 63° (làm tròn đến hàng đơn vị của độ).

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ có đồ thị như Hình 2.



Hình 2

a) Hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị là $x=0$ và $x=2$.

b) Giá trị lớn nhất của hàm số trên $\mathbb{R}$ là 2

c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$

d) $c=2$

Câu 3. Trong 200 gam dung dịch muối nồng độ 15% giả sử thêm vào dung dịch x (gam) muối tinh khiết và được dung dịch có nồng độ $f(x)\%$.

a) Hàm số $f(x) = \frac{100(x+200)}{x+30}$.

b) Đạo hàm của hàm số luôn nhận giá trị âm trên khoảng $(0; +\infty)$.

c) Thêm càng nhiều gam muối tinh khiết thì nồng độ phần trăm càng tăng và không vượt quá 100%.

d) Giới hạn của $f(x)$ khi x dần đến dương vô cực bằng 100.

Câu 4. Khi kiểm tra sức khỏe tổng quát của bệnh nhân ở một bệnh viện, người ta được kết quả như sau:

- Có 40% bệnh nhân bị đau dạ dày.
- Có 30% bệnh nhân thường xuyên bị stress.
- Trong số các bệnh nhân thường xuyên bị stress có 80% bệnh nhân bị đau dạ dày.

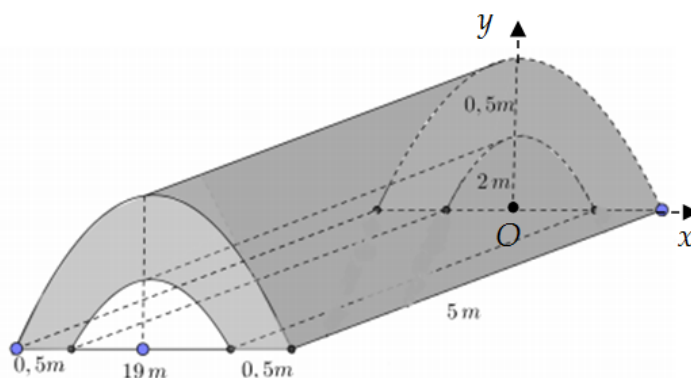
Chọn ngẫu nhiên 1 bệnh nhân.

- a) Xác suất chọn được bệnh nhân thường xuyên bị stress là 0,3.
- b) Xác suất chọn được bệnh nhân bị đau dạ dày, biết bệnh nhân đó thường xuyên bị stress là 0,8.
- c) Xác suất chọn được bệnh nhân vừa thường xuyên bị stress vừa bị đau dạ dày là 0,24.
- d) Xác suất chọn được bệnh nhân thường xuyên bị stress, biết bệnh nhân đó bị đau dạ dày là 0,6.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Trường THPT Trần Đại Nghĩa muốn làm một cái cửa nhà hình parabol có chiều cao từ mặt đất đến đỉnh là $2,25$ mét, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là 3 mét. Giá thuê mỗi mét vuông là 1500 nghìn đồng. Vậy số tiền nhà trường phải trả là bao nhiêu tiền (tính theo nghìn đồng) ?

Câu 2. Trong chương trình nông thôn mới của tỉnh Bến Tre, tại xã An Thới có xây một cây cầu bằng bê tông như hình vẽ (đường cong trong hình vẽ là các đường Parabol). Biết 1 m^3 khối bê tông để đổ cây cầu có giá 5 triệu đồng. Số tiền mà tỉnh Bến Tre cần bỏ ra để xây cây cầu trên là bao nhiêu tiền (tính theo triệu đồng) ?



Câu 3. Hai chiếc máy bay không người lái cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Đông $60(km)$ và về phía Nam $40(km)$, đồng thời cách mặt đất $2(km)$. Chiếc máy bay thứ hai cách điểm xuất phát về phía Bắc $80(km)$ và về phía Tây $50(km)$, đồng thời cách mặt đất $4(km)$.



Xác định khoảng cách giữa chiếc máy bay thứ nhất và chiếc máy bay thứ hai theo đơn vị km

Câu 4. Một bình đựng 50 viên bi kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 30 viên bi xanh và 20 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất và một viên bi trắng ở lần thứ hai ? (kết quả làm tròn đến số thập phân thứ hai)

Câu 5. Một công ty kinh doanh bất động sản có 20 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2 triệu đồng/1 tháng thì tất cả các căn hộ đều có người thuê. Nhưng cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ thêm 200 nghìn đồng/1 tháng thì có thêm một căn hộ bị bỏ trống. Hỏi công ty nên cho thuê mỗi căn hộ bao nhiêu tiền (triệu đồng) một tháng để tổng số tiền thu được là lớn nhất?

Câu 6. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+1}{2}$ và $\Delta_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{1}$. Tính diện tích mặt cầu có bán kính nhỏ nhất, đồng thời tiếp xúc với cả hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 . (kết quả làm tròn đến số thập phân thứ hai)

ĐÁP ÁN

PHẦN I (Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	A	B	B	A	D	D	B	B	A	B	C	D

PHẦN II

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) Đ	a) S	a) Đ

b) Đ	b) S	b) S	b) Đ
c) S	c) S	c) Đ	c) Đ
d) Đ	d) Đ	d) Đ	d) Đ

PHẦN III. (Mỗi câu trả lời Đúng thí sinh Được $0,5$ Điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	6750	200	166,4	0.41	3	0.24

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Câu 1. Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2024}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2025}{-2}$ và mặt phẳng $(P): 2x+2y-z+1=0$. Xét các vector $u=(2;1;-2), n=(2;2;-1)$.

a) u là một vector chỉ phương của đường thẳng Δ .

b) n là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P).

c) $\cos(\Delta, (P)) = \frac{8}{9}$.

d) Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) bằng khoảng 63° (làm tròn đến hàng đơn vị của độ).

Lời giải:

a) **Đ**

b) **Đ**

c) $\sin(\Delta, (P)) = \frac{8}{9}$

d) $\sin(\Delta, (P)) = \frac{8}{9}$ nên góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) bằng khoảng 63°

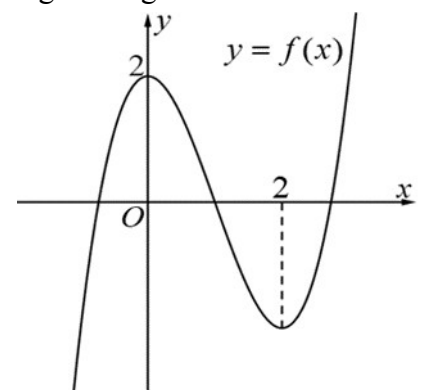
Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ có đồ thị như Hình 2.

a) Hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị là $x=0$ và $x=2$.

b) Giá trị lớn nhất của hàm số trên $\mathbb{R}$ là 2

c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$

d) $c=2$



Hình 2

Lời giải:

- a) Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị là $x = 0$ và $x = 2$.
b) Giá trị lớn nhất của hàm số trên $\mathbb{R}$ không tồn tại.
c) Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$
d) Dựa vào đồ thị ta có $f(0) = 2 \Rightarrow c = 2$

Câu 3. Trong 200 gam dung dịch muối nồng độ 15% giả sử thêm vào dung dịch x (gam) muối tinh khiết và được dung dịch có nồng độ $f(x)\%$.

- a) Hàm số $f(x) = \frac{100(x+200)}{x+30}$.
b) Đạo hàm của hàm số luôn nhận giá trị âm trên khoảng $(0; +\infty)$.
c) Thêm càng nhiều gam muối tinh khiết thì nồng độ phần trăm càng tăng và không vượt quá 100%.
d) Giới hạn của $f(x)$ khi x dần đến dương vô cực bằng 100.

Lời giải:

Trong 200 gam dung dịch muối nồng độ 15% nên ta có $200 \cdot \frac{15}{100} = 30$ (gam) muối tinh khiết. Khi thêm x (gam) muối tinh khiết vào 200 gam dung dịch muối nồng độ 15% thì có $(x+30)$ (gam) muối tinh khiết. Khi đó, ta có hàm số là $f(x) = \frac{100(x+30)}{x+200}$ và $f'(x) = \frac{17000}{(x+200)^2} > 0, \forall x \in (0; +\infty)$.

Khi thêm càng nhiều gam muối tinh khiết thì dung dịch có nồng độ phần trăm càng tăng và không vượt quá 100%. Khi đó,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{100(x+30)}{x+200} = 100.$$

Đáp án: a) S, b) S, c) Đ, d) Đ.

Câu 4. Khi kiểm tra sức khỏe tổng quát của bệnh nhân ở một bệnh viện, người ta được kết quả như sau:

- Có 40% bệnh nhân bị đau dạ dày.
- Có 30% bệnh nhân thường xuyên bị stress.
- Trong số các bệnh nhân thường xuyên bị stress có 80% bệnh nhân bị đau dạ dày.

Chọn ngẫu nhiên 1 bệnh nhân.

- a) Xác suất chọn được bệnh nhân thường xuyên bị stress là 0,3.
b) Xác suất chọn được bệnh nhân bị đau dạ dày, biết bệnh nhân đó thường xuyên bị stress là 0,8.

c) Xác suất chọn được bệnh nhân vừa thường xuyên bị stress vừa bị đau dạ dày là $0,24$.

d) Xác suất chọn được bệnh nhân thường xuyên bị stress, biết bệnh nhân đó bị đau dạ dày là $0,6$.

Lời giải:

Xét các biến cố A: “Chọn được bệnh nhân thường xuyên bị stress”;

B: “Chọn được bệnh nhân bị đau dạ dày”.

Khi đó, $P(A)=0,3; P(B)=0,4; P(B|A)=0,8$.

Suy ra, xác suất chọn được bệnh nhân vừa thường xuyên bị stress vừa bị đau dạ dày là:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0,3 \cdot 0,8 = 0,24.$$

Xác suất chọn được bệnh nhân thường xuyên bị stress, biết bệnh nhân đó bị đau dạ dày, là

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,24}{0,4} = 0,6.$$

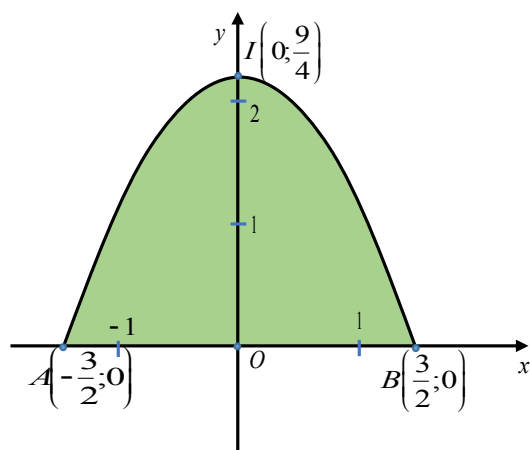
Đáp án: a) **D**, b) **D**, c) **D**, d) **D**.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Trường THPT Trần Đại Nghĩa muốn làm một cái cửa nhà hình parabol có chiều cao từ mặt đất đến đỉnh là $2,25$ mét, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là 3 mét. Giá thuê mỗi mét vuông là 1500 nghìn đồng. Vậy số tiền nhà trường phải trả là bao nhiêu tiền (tính theo nghìn đồng) ?

Lời giải

Gọi phương trình parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$. Do tính đối xứng của parabol nên ta có thể chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho (P) có đỉnh $I \in Oy$ (như hình vẽ).



$$\begin{cases} \frac{9}{4} = c, (I \in (P)) \\ \frac{9}{4}a - \frac{3}{2}b + c = 0 (A \in (P)) \\ \frac{9}{4}a + \frac{3}{2}b + c = 0 (B \in (P)) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = \frac{9}{4} \\ a = -1 \\ b = 0 \end{cases}$$

Ta có hệ phương trình:

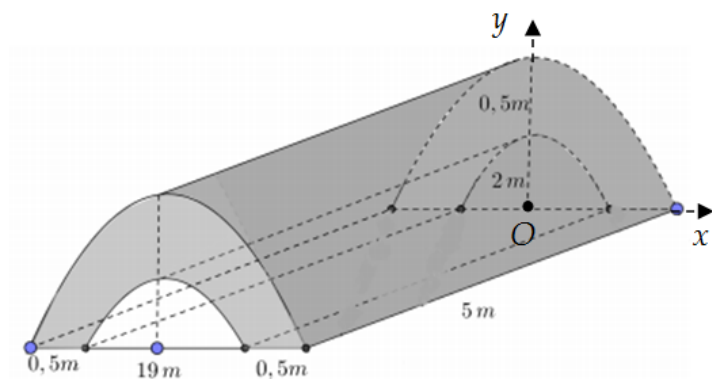
Vậy $(P): y = -x^2 + \frac{9}{4}$

Dựa vào đồ thị, diện tích của parabol là:

$$S = \int_{-\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} \left(-x^2 + \frac{9}{4} \right) dx = 2 \int_0^{\frac{3}{2}} \left(-x^2 + \frac{9}{4} \right) dx = 2 \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{9}{4}x \right) \Big|_0^{\frac{3}{2}} = \frac{9}{2} \text{ m}^2$$

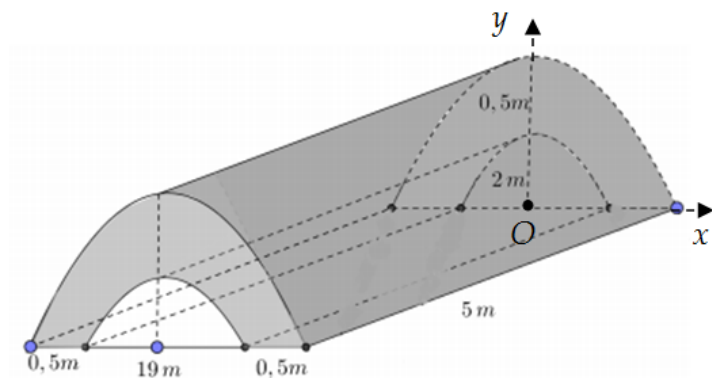
Số tiền phải trả là: $\frac{9}{2} \cdot 1500000 = 6750$ nghìn đồng.

Câu 2. Trong chương trình nông thôn mới của tỉnh Bến Tre, tại xã An Thới có xây một cây cầu bằng bê tông như hình vẽ (đường cong trong hình vẽ là các đường Parabol). Biết 1 m^3 khối bê tông để đổ cây cầu có giá 5 triệu đồng. Số tiền mà tỉnh Bến Tre cần bỏ ra để xây cây cầu trên là bao nhiêu tiền (tính theo triệu đồng) ?



Lời giải

Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ.



Gọi $(P_1): y = a_1x^2 + b_1$ là Parabol đi qua hai điểm $A\left(\frac{19}{2}; 0\right), B(0; 2)$

Nên ta có hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} 0 = a_1 \left(\frac{19}{2}\right)^2 + 2 \\ 2 = b_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = -\frac{8}{361} \\ b_1 = 2 \end{cases} \Rightarrow (P_1): y = -\frac{8}{361}x^2 + 2$$

Gọi $(P_2): y = a_2x^2 + b_2$ là Parabol đi qua hai điểm $C(10; 0), D\left(0; \frac{5}{2}\right)$

Nên ta có hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} 0 = a_2 \cdot (10)^2 + \frac{5}{2} \\ \frac{5}{2} = b_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_2 = -\frac{1}{40} \\ b_2 = \frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow (P_2): y = -\frac{1}{40}x^2 + \frac{5}{2}$$

Ta có thể tích của bê tông là:
$$V = 5.2 \left[\int_0^{10} \left(-\frac{1}{40}x^2 + \frac{5}{2}\right) dx - \int_0^{\frac{19}{2}} \left(-\frac{8}{361}x^2 + 2\right) dx \right] = 40 \text{ m}^3$$

Số tiền mà tỉnh Bến Tre cần bỏ ra để xây cây cầu là: $5.40 = 200$ triệu đồng

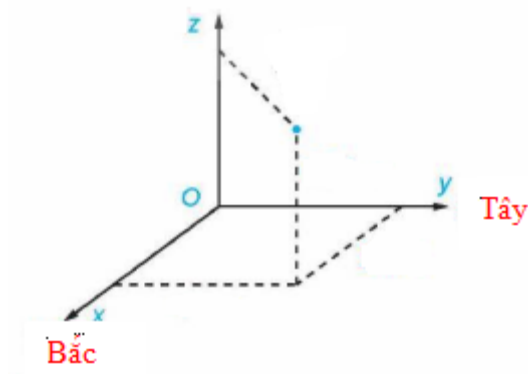
Câu 3. Ba chiếc máy bay không người lái cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Đông $60(km)$ và về phía Nam $40(km)$, đồng thời cách mặt đất $2(km)$. Chiếc máy bay thứ hai cách điểm xuất phát về phía Bắc $80(km)$ và về phía Tây $50(km)$, đồng thời cách mặt đất $4(km)$. Chiếc máy bay thứ ba nằm chính giữa của chiếc máy bay thứ nhất và thứ hai, đồng thời ba chiếc máy bay này thẳng hàng.



Xác định khoảng cách giữa chiếc máy bay thứ nhất và chiếc máy bay thứ hai theo đơn vị km

Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ O_{xyz} , với gốc đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc máy bay, mặt phẳng (O_{xy}) trùng với mặt đất, trục O_x hướng về phía Bắc, trục O_y hướng về phía Tây, trục O_z hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilômét (xem hình vẽ).



Chiếc máy bay thứ nhất có tọa độ $(-60; -40; 2)$

Chiếc máy bay thứ hai có tọa độ $(80; 50; 4)$

Do chiếc máy bay thứ ba nằm chính giữa của chiếc máy bay thứ nhất và thứ hai, đồng thời ba chiếc máy bay này thẳng hàng nên ở vị trí trung điểm, suy ra chiếc máy bay thứ ba có tọa độ

$$\left(\frac{-60+80}{2}; \frac{-40+50}{2}; \frac{2+4}{2} \right) = (10; 5; 3)$$

Khoảng cách giữa chiếc máy bay thứ nhất và chiếc máy bay thứ hai:

$$\sqrt{(-60-80)^2 + (-40-50)^2 + (2-4)^2} \approx 166,4 (km)$$

Câu 4. Một bình đựng 50 viên bi kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 30 viên bi xanh và 20 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất và một viên bi trắng ở lần thứ hai ? (kết quả làm tròn đến số thập phân thứ hai)

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất”,

Gọi B là biến cố: “Lấy được một viên bi trắng ở lần thứ hai”.

ta cần tính xác suất $P(A \cap B)$

Theo công thức nhân xác suất $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$

Vì có 30 viên bi xanh trong tổng số 50 viên bi nên $P(A) = \frac{30}{50} = \frac{3}{5}$

Nếu A đã xảy ra, tức là một viên bi xanh đã được lấy ra ở lần thứ nhất, thì còn lại trong bình 49 viên bi trong

đó số viên bi trắng là 20, do đó $P(B|A) = \frac{20}{49}$

Vậy xác suất cần tìm là $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{3}{5} \cdot \frac{20}{49} = \frac{12}{29} \approx 0.41$

Câu 5. Một công ty kinh doanh bất động sản có 20 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2 triệu đồng/1 tháng thì tất cả các căn hộ đều có người thuê. Nhưng cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ thêm 200 nghìn đồng/1 tháng thì có thêm một căn hộ bị bỏ trống. Hỏi công ty nên cho thuê mỗi căn hộ bao nhiêu tiền (triệu đồng) một tháng để tổng số tiền thu được là lớn nhất?

Lời giải

Đáp án: công ty nên cho thuê mỗi căn hộ 3 triệu đồng/1 tháng thì tổng số tiền thu được là lớn nhất.

Cứ tăng thêm 200 nghìn đồng vào giá thuê một căn hộ trên một tháng thì có một căn hộ bị bỏ trống.

Gọi số lần tăng 200 nghìn đồng vào giá thuê một căn hộ trên một tháng là $x (x \in \mathbb{N}^*)$.

Khi đó x cũng là số căn hộ bị bỏ trống.

Tổng số tiền công ty thu được lúc này là

$$T(x) = (2000 + 200x)(20 - x) = -200x^2 + 2000x + 40000 \quad (\text{nghìn đồng}).$$

Xét hàm số $T(x) = -200x^2 + 2000x + 40000$ với $x \in \mathbb{N}^*$

$$\Rightarrow T'(x) = -400x + 2000$$

$$\Rightarrow T'(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow -400x + 2000 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 5 (\text{nhanh})$$

Bảng biến thiên của hàm số $T(x)$ như sau:

x	0	5	$+\infty$
$T'(x)$	+	0	-
$T(x)$	40 000	45 000	$-\infty$

Căn cứ vào bảng biến thiên trên, ta thấy hàm số $T(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 45 000 khi $x = 5$.

Khi đó, số tiền tăng lên khi cho thuê một căn hộ là $200 \cdot 5 = 1\,000$ nghìn đồng = 1 triệu đồng.

Vậy công ty nên cho thuê mỗi căn hộ 3 triệu đồng/1 tháng thì tổng số tiền thu được là lớn nhất.

Câu 6. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+1}{2}$ và $\Delta_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{1}$. Tính diện tích mặt cầu có bán kính nhỏ nhất, đồng thời tiếp xúc với cả hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 . (kết quả làm tròn đến số thập phân thứ hai)

Lời giải

Gọi $A; B$ là hai điểm thuộc lần lượt Δ_1 và Δ_2 sao cho AB là đoạn thẳng vuông góc chung giữa 2 đường. Gọi

M là trung điểm AB . Để có mặt cầu tâm M bán kính $R = \frac{AB}{2}$ tiếp xúc với hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 là mặt cầu có bán kính bé nhất.

Ta có tọa độ theo tham số của $A; B$ lần lượt là:

$$A(2t_1 - 1; t_1 - 1; 2t_1 - 1) \text{ và } B(2t_2 + 1; 2t_2 + 1; t_2 + 1) \Rightarrow \overrightarrow{AB}(2t_2 - 2t_1 + 2; 2t_2 - t_1 + 2; t_2 - 2t_1 + 2).$$

Có $\overrightarrow{u_1}(2; 1; 2)$ và $\overrightarrow{u_2}(2; 2; 1)$ lần lượt là 2 vector chỉ phương của Δ_1 và Δ_2 nên $\begin{cases} \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{u_1} \\ \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{u_2} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (2t_2 - 2t_1 + 2) \cdot 2 + (2t_2 - t_1 + 2) \cdot 1 + (t_2 - 2t_1 + 2) \cdot 2 = 0 \\ (2t_2 - 2t_1 + 2) \cdot 2 + (2t_2 - t_1 + 2) \cdot 2 + (t_2 - 2t_1 + 2) \cdot 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 8t_2 - 9t_1 + 10 = 0 \\ 9t_2 - 8t_1 + 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{10}{17} \\ t_2 = \frac{-10}{17} \end{cases} \Rightarrow A(\frac{3}{17}; \frac{-7}{17}; \frac{3}{17}); B(\frac{-3}{17}; \frac{-3}{17}; \frac{7}{17}) \Rightarrow \overrightarrow{AB}(\frac{-6}{17}; \frac{4}{17}; \frac{4}{17})$$

$$R = \frac{AB}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{(-6)^2 + 4^2 + 4^2}}{17} = \frac{\sqrt{17}}{17}$$

Bán kính mặt cầu cần tính là $R = \frac{\sqrt{17}}{17} \approx 0.24$