|  |  |
| --- | --- |
| **UBND HUYỆN THƯỜNG XUÂN**  **PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO** | **ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN**  LỚP 8  **NĂM HỌC: 2022-2023**  **Thời gian làm bài: 150 phút** |

**Câu 1: (4,0 điểm)**

Cho biểu thức 

**1.** Rút gọn biểu thức .

**2.** Tìm  để  có giá trị nguyên.

**3.** Tìm  để .

**Câu 2: (4,0 điểm)**

**1.** Giải phương trình .

**2.** Cho ba số  khác  và thoả mãn: .

Tính giá trị biểu thức 

**Bài 3: (4,0 điểm)**

**1.** Tìm nghiệm nguyên của phương trình: 

**2.** Cho đa thức  thoả mãn điều kiện với số nguyên  bất kì thì  là số chính phương. Chứng minh  là các số nguyên và  là số chẵn.

**Bài 4: (6,0 điểm)** Cho hình vuông  có  cắt  tại là điểm bất kì thuộc cạnh  ( khác ). Tia cắt đường thẳng  tại . Trên cạnh  lấy điểm  sao cho .

**1.** Chứng minh:  vuông cân.

**2.** Chứng minh: .

**3.** Từ  kẻ  . Chứng minh rằng ba điểm  thẳng hàng .

**Bài 5: (2,0 điểm)** Cho là ba cạnh của một tam giác. Chứng minh rằng:



**= = = = = = = = = = HẾT = = = = = = = = = =**

**HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**

**Câu 1: (4,0 điểm)**

Cho biểu thức 

**1.** Rút gọn biểu thức .

**2.** Tìm  để  có giá trị nguyên.

**3.** Tìm  để .

**Lời giải**

**1.** 





.

**2.** Với để  thì 





.

Kết hợp với điều kiện ta có: .

Vậy  thì .

**3.** Để  thì 

.

Vì  nên để  thì 

Vậy  thì .

**Câu 2: (4,0 điểm)**

**1.** Giải phương trình .

**2.** Cho ba số  khác  và thoả mãn: .

Tính giá trị biểu thức 

**Lời giải**

**1.** Đkxđ: 

Ta có  không là nhiệm của phương trình.

Do đó . Chia cả tử và mẫu cho  ta được: .

Đặt .

Khi đó  trở thành 



.

Với 

.

Với 

.

Vậy tập nghiệm của phương trình là .

**2.** Ta có:





Mà  nên .

Suy ra 









.

**Bài 3: (4,0 điểm)**

**1.** Tìm nghiệm nguyên của phương trình: .

**2.** Cho đa thức  thoả mãn điều kiện với số nguyên  bất kì thì  là số chính phương. Chứng minh  là các số nguyên và  là số chẵn.

**Lời giải**

**1.** 









Vì  và  là số nguyên tố nên ta có 4 trường hợp:

TH1: .

TH2: .

TH3: .

TH4: .

Vậy các nghiệm nguyên của phương trình là: .

**2.** Ta có: 

Vì  là số chính phương nên . Đặt .

Ta có: .

Suy ra 

. Đặt .

Ta có 

Lại có .

Nếu  không cùng tính chẵn lẻ thì  (vô lí vì )

Do đó  cùng tính chẵn lẻ 

 (vì )

Lại có .

Đặt .

Ta có .

Nếu  không cùng tính chẵn lẻ thì (vô lí)

Nếu  cùng tính chẵn lẻ .

Vậy  là các số nguyên và  là số chẵn

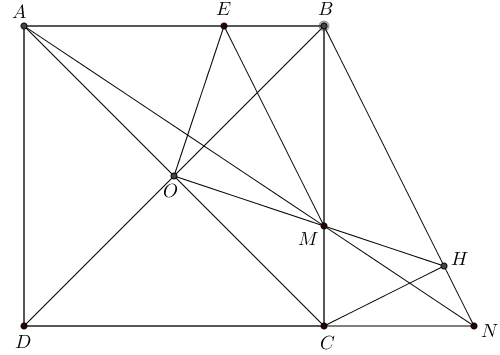
**Bài 4: (6,0 điểm)** Cho hình vuông  có  cắt  tại là điểm bất kì thuộc cạnh  ( khác ). Tia cắt đường thẳng  tại . Trên cạnh  lấy điểm  sao cho .

**1.** Chứng minh:  vuông cân.

**2.** Chứng minh: .

**3.** Từ  kẻ  . Chứng minh rằng ba điểm  thẳng hàng .

**Lời giải**



**1.** Vì  nên .

Xét  và có:







Do đó 

 và 

Mà 

Do đó 

Từ  suy ra vuông cân tại .

**2.** Vì  nên 

Mà  nên  (Định lí Ta-let)

Suy ra  (Định lí Ta-let đảo)

**3.** Gọi là giao điểm của  và .

Vì  nên 

Xét  và có:





Do đó 

.

Xét  và có:





Do đó 



Ta có 

Mà 

Suy ra trùng 

Vậy ba điểm  thẳng hàng.

**Bài 5: (2,0 điểm)** Cho là ba cạnh của một tam giác. Chứng minh rằng:



**Lời giải**







(Vì )

Dấu  xảy ra khi .

Vậy .

Cách 2:

Không mất tính tổng quát giả sử 

Do  là ba cạnh của một tam giác nên ta có: 

Tương tự ta có .

Ta có: 







Ta chứng minh 

Thật vậy 





 đúng 

Chứng minh tương tự ta có 



Từ  ta có 

Dấu  xảy ra khi .

Vậy .

**= = = = = = = = = = HẾT = = = = = = = = = =**