

PHƯƠNG PHÁP CASIO - VINACAL

BÀI 11. TÌM SỐ NGHIỆM PHƯƠNG TRÌNH MŨ - LOGARIT (P2).

1) PHƯƠNG PHÁP SỬ DỤNG SHIFT SOLVE

Bài toán đặt ra : Tìm số nghiệm của phương trình $\sqrt{x} + \sqrt{2x+1} = x^2 - 3x + 1$?

Xây dựng phương pháp :

- Chuyển bài toán về dạng Vế trái = 0 khi đó $\sqrt{x} + \sqrt{2x+1} - x^2 + 3x - 1 = 0$ và đặt $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{2x+1} - x^2 + 3x - 1$

- Nhập vế trái vào màn hình máy tính Casio

$\sqrt{\square}$ [ALPHA] [)] [➡] [+] $\sqrt{\square}$ [2] [ALPHA] [)] [➡] [+] $\square$ [1] [➡] [-] [ALPHA] [)] [x^2] [+] $\square$ [3] [ALPHA] [)] [-]

Sử dụng chức năng dò nghiệm SHIFT SOLVE với nghiệm gần giá trị 3

[SHIFT] [CALC] [3] [=]

Máy tính báo có nghiệm $x = 4$

- Để tìm nghiệm tiếp theo ta tiếp tục sử dụng chức năng SHIFT SOLVE, **tuy nhiên câu hỏi được đặt ra là làm thế nào máy tính không lặp lại giá trị nghiệm $x = 4$ vừa tìm được ?**

+) Để trả lời câu hỏi này ta phải triệt tiêu nghiệm $x = 4$ ở phương trình $f(x) = 0$ đi bằng

cách thực hiện 1 phép chia $\frac{f(x)}{x-4}$

+) Sau đó tiếp tục SHIFT SOLVE với biểu thức $\frac{f(x)}{x-4}$ để tìm nghiệm tiếp theo.

+) Quá trình này liên tục đến khi nào máy tính báo hết nghiệm thì thôi.

Tổng hợp phương pháp

Bước 1: Chuyển PT về dạng Vế trái = 0

Bước 2: Sử dụng chức năng SHIFT SOLVE dò nghiệm

Bước 3: Khử nghiệm đã tìm được và tiếp tục sử dụng SHIFT SOLVE để dò nghiệm

2) VÍ DỤ MINH HỌA

VD1-[THPT Phạm Hồng Thái – Hà Nội 2017]

Số nghiệm của phương trình $6.4^x - 12.6^x + 6.9^x = 0$ là ;

A. 3

B. 1

C. 2

D. 0

GIẢI

- ❖ **Cách 1 : CASIO**

- Nhập vế trái của phương trình $6.4^x - 12.6^x + 6.9^x = 0$ vào máy tính Casio :

[6] [X] [4] [$x^{\square}$] [ALPHA] [)] [➡] [-] [1] [2] [X] [6] [$x^{\square}$] [ALPHA] [)] [➡] [+]
[6] [X] [9] [$x^{\square}$] [ALPHA] [)]

$6 \times 4^x - 12 \times 6^x + 6 \times 9^x$

- Sử dụng chức năng SHIFT SOLVE để tìm được nghiệm thứ nhất :

[SHIFT] [CALC] [2] [=]

$6 \times 4^x - 12 \times 6^x + 6 \times 9^x$
X = 0
L-R = 0

TÓM TẮT KỸ THUẬT SỬ DỤNG CASIO - VINACAL HỖ TRỢ GIẢI ĐỀ THI MÔN TOÁN 2017.

Ta thu được nghiệm thứ nhất $x = 0$

- Để nghiệm $x = 0$ không xuất hiện ở lần dò nghiệm SHIFT SOLVE tiếp theo ta chia phương trình $F(X)$ cho nhân tử x



$$(12 \times 6^x + 6 \times 9^x) \div x$$

Tiếp tục SHIFT SOLVE lần thứ hai :



$$(6 \times 4^x - 12 \times 6^x + 6 \times 9^x) \div x$$

$$X = 1 \times 10^{-50}$$

$$L-R = 0$$

10^{-50} ta hiểu là 0 (do cách làm tròn của máy tính Casio) Có nghĩa là máy tính không thấy nghiệm nào ngoài nghiệm $x = 0$ nữa $\Rightarrow$ Phương trình chỉ có nghiệm duy nhất.

$\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **B**

VD2: Số nghiệm của bất phương trình $2^{x^2-2x} = \frac{3}{2}$ (1) là :

A. 3

B. 2

C. 0

D. 4

GIẢI

❖ **Cách 1 : CASIO**

- Chuyển bất phương trình (1) về dạng : $2^{x^2-2x} - \frac{3}{2} = 0$

- Nhập vế trái của phương trình $2^{x^2-2x} - \frac{3}{2} = 0$ vào máy tính Casio rồi nhấn  để lưu vế trái vào máy tính . Dò nghiệm lần thứ nhất với x gần -1




$$2^{x^2-2x} - \frac{3}{2}$$

$$X = -0.258952938$$

$$L-R = 0$$

Ta được nghiệm $x = -0.2589...$

- Tiếp theo ta sẽ khử nghiệm $x = -0.2589...$ nhưng nghiệm này lại rất lẻ, vì vậy ta sẽ lưu vào biến A



Sau đó gọi lại phương trình và thực hiện phép chia nhân tử $x - A$ để khử nghiệm A



$$(2^{x^2-2x} - \frac{3}{2}) \div (X-A)$$

- Tiếp tục SHIFT SOLVE với x gần 1 . Ta được nghiệm thứ hai và lưu vào B



$$(2^{x^2-2x} - \frac{3}{2}) \div (X-A)$$

$$X = 2.258952938$$

$$L-R = 0$$

Gọi lại phương trình ban đầu rồi thực hiện phép chia cho nhân tử $x - B$ để khử nghiệm B

TÓM TẮT KỸ THUẬT SỬ DỤNG CASIO - VINACAL HỖ TRỢ GIẢI ĐỀ THI MÔN TOÁN 2017.

$$\left(\frac{3}{2}\right) \div (X-A) \div (X-B)$$

Rồi dò nghiệm với x gần 0

$$\text{Can't Solve}$$

[AC] : Cancel
[←][→]: Goto

Máy tính nhấn Can't Solve tức là không thể dò được nữa (Hết nghiệm)

- **Kết luận :** Phương trình (1) có 2 nghiệm $\Rightarrow$ Chọn đáp án **B**

VD3 : Số nghiệm của bất phương trình $(2 + \sqrt{3})^{x^2-2x+1} + (2 - \sqrt{3})^{x^2-2x-1} = \frac{4}{2-\sqrt{3}}$ (1) là :

- A. 0 B. 2 C. 3 D. 5

GIẢI

- ❖ **Cách 1 : CASIO**

- Nhập về trái phương trình $(2 + \sqrt{3})^{x^2-2x+1} + (2 - \sqrt{3})^{x^2-2x-1} - \frac{4}{2-\sqrt{3}} = 0$ vào máy tính Casio ,

nhấn nút $\boxed{=}$ để lưu phương trình lại và dò nghiệm thứ nhất.

$$\left(\frac{3}{2}\right) \div (X-A) \div (X-B)$$

$$X=1$$

- Khử nghiệm $x=1$ rồi dò nghiệm thứ hai.

$$X=2.414213562$$

Lưu biến thứ hai này vào A

$$\text{Ans} \rightarrow A$$

$$2.414213562$$

- Khử nghiệm $x=1$; $x=A$ rồi dò nghiệm thứ ba. Lưu nghiệm này vào B

$$X=-0.414213562$$

- Khử nghiệm $x=1$; $x=A$; $x=B$ rồi dò nghiệm thứ tư.

TÓM TẮT KỸ THUẬT SỬ DỤNG CASIO - VINACAL HỖ TRỢ GIẢI ĐỀ THI MÔN TOÁN 2017.

$\left(\blacktriangle \blacktriangleright \left(\blacktriangleleft \blacktriangleleft \right) \right) \div \text{[ALPHA]} \left(\right) \text{[SHIFT]} \text{[CALC]} \text{[-]} \text{[1]} \text{[0]} \text{[=]} \text{[SHIFT]} \text{[RCL]} \text{[(-)}$
 $\left((\sqrt{3} + \sqrt{2})^{-1} - (\sqrt{3})^{-1} \right) \text{Ans} \rightarrow \text{A}$
 $X = -2$
 $L-R = 0$

- Khử hai nghiệm $x = 0$; $x = A$ rồi dò nghiệm thứ ba.

$\left(\blacktriangle \blacktriangleright \left(\blacktriangleleft \blacktriangleleft \right) \right) \div \text{[ALPHA]} \left(\right) \div \left(\left(\text{[ALPHA]} \left(\right) \text{[+]} \text{[2]} \right) \text{[SHIFT]} \text{[CALC]} \text{[-]} \text{[1]} \text{[0]} \right) \text{[=]}$
 $\left((\sqrt{3} + \sqrt{2})^{-1} - (\sqrt{3})^{-1} \right) \text{Ans} \rightarrow \text{A}$
 $X = 1 \times 10^{-50}$
 $L-R = 0$

Ta hiểu $10^{-50} = 0$ tức là máy tính không dò thêm được nghiệm nào khác 0

$\Rightarrow$ Phương trình chỉ có 1 nghiệm âm $x = -2$ (nghiệm $x = 0$ không thỏa) $\Rightarrow$ Ta chọn đáp án C

VD6-[THPT Yên Thế - Bắc Giang 2017] Số nghiệm của phương trình

$(3 - \sqrt{5})^x + 7(3 + \sqrt{5})^x = 2^{x+3}$ là :

A. 2

B. 0

C. 3

D. 1

GIẢI

- ❖ **Cách 1 : CASIO**

- Nhập vế trái phương trình : $(3 - \sqrt{5})^x + 7(3 + \sqrt{5})^x - 2^{x+3} = 0$ vào máy tính Casio, lưu phương trình, dò nghiệm thứ nhất . Ta thu được nghiệm $x = 0$

$\left(\left(\text{[3]} \text{[-]} \text{[sqrt]} \text{[5]} \right) \text{[x^y]} \text{[ALPHA]} \left(\right) \text{[+]} \text{[7]} \left(\left(\text{[3]} \text{[+]} \text{[sqrt]} \text{[5]} \right) \text{[x^y]} \right) \text{[ALPHA]} \left(\right) \text{[-]} \text{[2]} \text{[x^y]} \text{[ALPHA]} \left(\right) \text{[+]} \text{[3]} \text{[=]} \text{[SHIFT]} \text{[CALC]} \text{[1]} \text{[=]}$
 $\left((3 - \sqrt{5})^x + 7(3 + \sqrt{5})^x - 2^{x+3} \right) \text{Ans} \rightarrow \text{A}$
 $X = 0$
 $L-R = 0$

- Khử nghiệm $x = 0$ rồi tiếp tục dò nghiệm thứ hai. Lưu nghiệm thứ hai vào A

$\left(\blacktriangleright \left(\blacktriangleleft \blacktriangleleft \right) \right) \div \text{[ALPHA]} \left(\right) \text{[SHIFT]} \text{[CALC]} \text{[1]} \text{[=]} \text{[SHIFT]} \text{[RCL]} \text{[(-)}$
 $\left((3 - \sqrt{5})^x + 7(3 + \sqrt{5})^x - 2^{x+3} \right) \text{Ans} \rightarrow \text{A}$
 $X = -2.021885215$
 $L-R = 0$

- Gọi lại phương trình, khử nghiệm $x = 0$; $x = A$ rồi dò nghiệm thứ ba.

$\left(\blacktriangle \blacktriangleright \left(\blacktriangleleft \blacktriangleleft \right) \right) \div \text{[ALPHA]} \left(\right) \div \left(\left(\text{[ALPHA]} \left(\right) \text{[-]} \text{[ALPHA]} \text{[(-)} \right) \text{[SHIFT]} \text{[CALC]} \right) \text{[=]} \text{[-]} \text{[2]} \text{[=]}$
 $\left((3 - \sqrt{5})^x + 7(3 + \sqrt{5})^x - 2^{x+3} \right) \text{Ans} \rightarrow \text{A}$
 $X = 1 \times 10^{-50}$
 $L-R = 0$

Không có nghiệm thứ ba $\Rightarrow$ Ta chọn đáp án A

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1-[Chuyên Khoa Học Tự Nhiên 2017] Số nghiệm của phương trình $\log(x-1)^2 = \sqrt{2}$ là :

A. 2

B. 1

C. 0

D. Một số khác

Bài 2-[THPT Lục Ngạn - Bắc Giang 2017]

Số nghiệm của phương trình $(x-2)\left[\log_{0.5}(x^2-5x+6)+1\right]=0$ là :

- A. 1 B. 3 C. 0 D. 2

Bài 3-[THPT Lục Ngạn - Bắc Giang 2017] Phương trình $3^{x^2-2x-3} + 3^{x^2-3x+2} = 3^{2x^2-5x-1} + 1$

- A. Có ba nghiệm thực phân biệt B. Vô nghiệm
C. Có hai nghiệm thực phân biệt D. Có bốn nghiệm thực phân biệt

Bài 4-[THPT HN Amsterdam 2017] Tìm số nghiệm của phương trình $2^{\frac{1}{x}} + 2^{\sqrt{x}} = 3$:

- A. 1 B. 2 C. Vô số D. Không có nghiệm

Bài 5-[THPT Nhân Chính – Hà Nội 2017]

Cho phương trình $2\log_2 x + \log_{\frac{1}{3}}(1-\sqrt{x}) = \frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}(x-2\sqrt{x}+2)$. Số nghiệm của phương trình là ;

- A. 2 nghiệm B. Vô số nghiệm C. 1 nghiệm D. Vô nghiệm

Bài 6-[Thi HK1 chuyên Nguyễn Du – Đắc Lắc năm 2017]

Tìm số nghiệm của phương trình $\log(x-2)^2 = 2\log x + \log_{\sqrt{10}}(x+4)$

- A. 3 B. 2 C. 0 D. 1

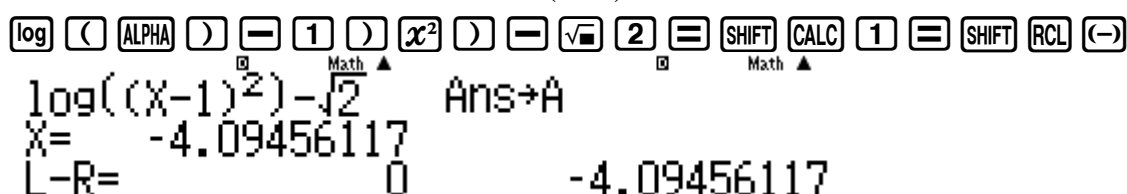
BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1-[Chuyên Khoa Học Tự Nhiên 2017] Số nghiệm của phương trình $\log(x-1)^2 = \sqrt{2}$ là :

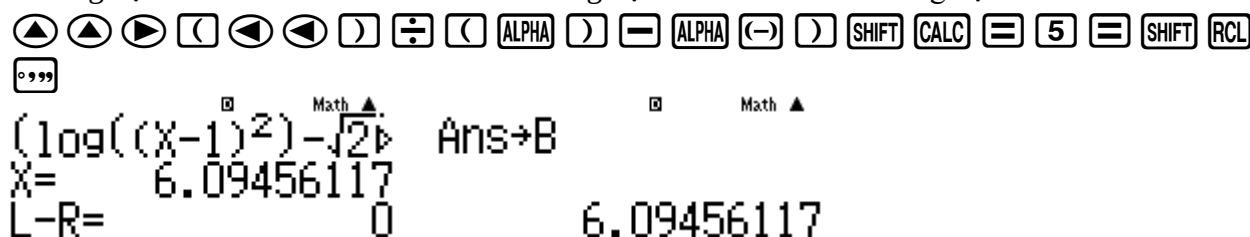
- A. 2 B. 1 C. 0 D. Một số khác

GIẢI

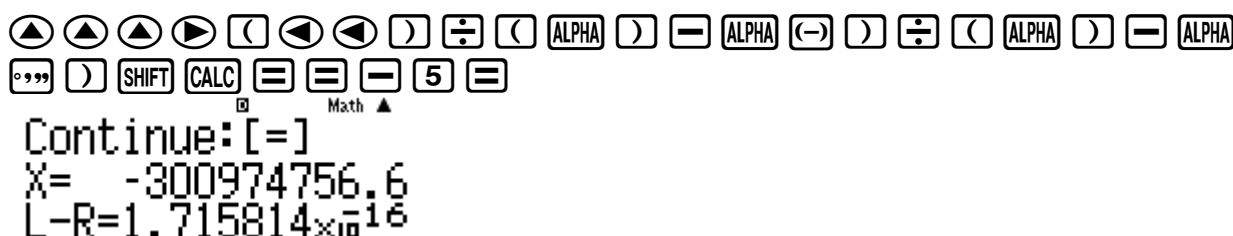
- Dò nghiệm thứ nhất của phương trình $\log(x-1)^2 - \sqrt{2} = 0$ rồi lưu vào biến A



- Khử nghiệm thứ nhất $x=A$ rồi dò nghiệm thứ hai. Lưu nghiệm thứ hai vào B



- Khử nghiệm $x=A$; $x=B$ rồi dò nghiệm thứ ba.



Không có nghiệm thứ 3 $\Rightarrow$ A là đáp án chính xác

Bài 2-[THPT Lục Ngạn - Bắc Giang 2017]

Số nghiệm của phương trình $(x-2)\left[\log_{0.5}(x^2-5x+6)+1\right]=0$ là :

- A. 1 B. 3 C. 0 D. 2

GIẢI

TÓM TẮT KỸ THUẬT SỬ DỤNG CASIO - VINACAL HỖ TRỢ GIẢI ĐỀ THI MÔN TOÁN 2017.

Dò nghiệm thứ nhất của phương trình $(x-2)\left[\log_{0.5}(x^2-5x+6)+1\right]=0$.

($\square$ ALPHA $\square$) = 2 $\square$ ($\square$ log $\square$ 0 $\square$ $\cdot$ 5 $\square$ $\rightarrow$ ALPHA $\square$) x^2 = 5 ALPHA $\square$ + 6 $\square$ $\rightarrow$
 + 1 $\square$ = SHIFT CALC 2 $\square$ $\cdot$ 5 =
 (X-2)(log_{0.5}(X²-5X+6))+1
 X= 1
 L-R= 0

Ta được nghiệm thứ nhất $x=1$. Khử nghiệm này và tiến hành dò nghiệm thứ hai.

$\rightarrow$ ($\square$ $\leftarrow$ $\square$ $\leftarrow$ $\square$) $\div$ ($\square$ ALPHA $\square$) = 1 $\square$ SHIFT CALC 5 =
 (X-2)(log_{0.5}(X²-5X+6))+1
 X= 4
 L-R= 0

Ta được thêm nghiệm thứ hai $x=4$. Khử hai nghiệm $x=1; x=4$ và tiến hành dò nghiệm thứ ba.

$\leftarrow$ $\div$ ($\square$ ALPHA $\square$) = 4 $\square$ SHIFT CALC = 1 =
 Continue: [=]
 X= -9.52466 $\times 10^{13}$
 L-R= 9.645845 $\times 10^{13}$

Không có nghiệm thứ ba $\Rightarrow$ Đáp số chính xác là D

Bài 3-[THPT Lục Ngạn - Bắc Giang 2017] Phương trình $3^{x^2-2x-3} + 3^{x^2-3x+2} = 3^{2x^2-5x-1} + 1$

A. Có ba nghiệm thực phân biệt

B. Vô nghiệm

C. Có hai nghiệm thực phân biệt

D. Có bốn nghiệm thực phân biệt

GIẢI

- Dò nghiệm thứ nhất của phương trình $3^{x^2-2x-3} + 3^{x^2-3x+2} - 3^{2x^2-5x-1} - 1 = 0$

3 x^2 ALPHA $\square$ x^2 = 2 ALPHA $\square$ = 3 $\rightarrow$ + 3 x^2 ALPHA $\square$ x^2 = 3 ALPHA $\square$
 + 2 $\rightarrow$ = 3 x^2 2 ALPHA $\square$ x^2 = 5 ALPHA $\square$ = 1 $\rightarrow$ = 1 = SHIFT CALC 1 =
 =
 3^{X²-2X-3}+3^{X²-3X+2}-3^{2X²-5X-1}-1
 X= 1
 L-R= 0

Ta thấy có 1 nghiệm $x=1$

- Khử nghiệm $x=1$ rồi tiếp tục dò nghiệm thứ hai

$\rightarrow$ ($\square$ $\leftarrow$ $\square$ $\leftarrow$ $\square$) $\div$ ($\square$ ALPHA $\square$) = 1 $\square$ SHIFT CALC 5 =
 (3^{X²-2X-3}+3^{X²-3X+2}-3^{2X²-5X-1}-1)
 X= 3
 L-R= 0

- Ta thu được nghiệm $x=3$. Khử hai nghiệm trên rồi tiếp tục dò nghiệm thứ ba

$\leftarrow$ $\div$ ($\square$ ALPHA $\square$) = 3 $\square$ SHIFT CALC 5 =
 (3^{X²-2X-3}+3^{X²-3X+2}-3^{2X²-5X-1}-1)
 X= 2
 L-R= 0

- Ta thu được nghiệm $x=2$. Khử ba nghiệm trên rồi tiếp tục dò nghiệm thứ tư

$\leftarrow$ $\div$ ($\square$ ALPHA $\square$) = 2 $\square$ SHIFT CALC = 1 =

TÓM TẮT KỸ THUẬT SỬ DỤNG CASIO – VINACAL HỖ TRỢ GIẢI ĐỀ THI MÔN TOÁN 2017.

$$3^x - 2x - 3 + 3^x = -1$$

- Ta thu được nghiệm $x = -1$. Khử bốn nghiệm trên rồi tiếp tục dò nghiệm thứ năm

Can't Solve

```
[AC] : Cancel
[◀][▶]: Goto
```

Không có nghiệm thứ năm $\Rightarrow$ Đáp án chính xác là **D**

Bài 4-[THPT HN Amsterdam 2017] Tìm số nghiệm của phương trình $2^{\frac{1}{x}} + 2^{\sqrt{x}} = 3$:

A. 1 **B. 2** **C. Vô số** **D. Không có**

- Dò nghiệm thứ nhất của phương trình $\Leftrightarrow 2^{\frac{1}{x}} + 2^{\sqrt{x}} - 3 = 0$ (điều kiện $x \geq 0$).

Can't Solve Math

```
[AC] : Cancel
[4][5]: Goto
```

Thấy ngay phương trình vô nghiệm $\Rightarrow$ Đáp án chính xác là **D**

Bài 5-[THPT Nhân Chính – Hà Nội 2017]

Cho phương trình $2\log_2 x + \log_{\frac{1}{3}}(1 - \sqrt{x}) = \frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}(x - 2\sqrt{x} + 2)$. Số nghiệm của phương trình là ;

A. 2 nghiệm B. Vô số nghiệm C. 1 nghiệm D. Vô nghiệm

- Dò nghiệm thứ nhất của phương trình $\Leftrightarrow 2\log_2 x + \log_{\frac{1}{3}}(1-\sqrt{x}) - \frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}(x-2\sqrt{x}+2) = 0$ ($x > 0$). Lưu nghiệm thứ nhất vào A

2 [log] 2 [>] [ALPHA] [)] [>] [+] [log] [M] 1 [v] 3 [>] [>] 1 [-] [√] [ALPHA] [)] [>] [>] [-] [M] 1 [v] 2 [>] [log] [√] 2 [>] [>] [ALPHA] [)] [-] 2 [√] [ALPHA] [)] [>] [+] 2 [=]

SHIFT [CALC] 1 [=] SHIFT [RCL] [←]

$X = 0.6243584652$
 $L-R = 0$

- Khử nghiêm $x = A$ rồi dò nghiêm thứ hai

Can't Solve

```
[AC] : Cancel
[4][▶]: Goto
```

Không có nghiệm thứ hai $\Rightarrow$ Đáp án chính xác là **C**

Bài 6-[Thi HK1 chuyên Nguyễn Du – Đắc Lắc năm 2017]

TÓM TẮT KỸ THUẬT SỬ DỤNG CASIO - VINACAL HỖ TRỢ GIẢI ĐỀ THI MÔN TOÁN 2017.

Tìm số nghiệm của phương trình $\log(x-2)^2 = 2\log x + \log_{\sqrt{10}}(x+4)$

A. 3

B. 2

C. 0

D. 1

GIẢI

- Dò nghiệm thứ nhất của phương trình $\log(x-2)^2 - 2\log x - \log_{\sqrt{10}}(x+4) = 0$ ($x > 0$). Lưu nghiệm này vào A

$\log$ $($ ALPHA $)$ $=$ 2 $)$ x^2 $)$ $=$ 2 $\log$ ALPHA $)$ $)$ $=$ $\log_{\sqrt{}}$ $\sqrt{}$ 1 0 $\rightarrow$ $\rightarrow$
 ALPHA $)$ $+$ 4 $=$ SHIFT CALC 2 $=$ SHIFT RCL $(\rightarrow)$
 $109((X-2)^2)-210P$ $\text{Ans} \rightarrow A$
 $X= 0.3722813233$
 $L-R= 0 \quad 0.3722813233$

- Khử nghiệm $x = A$ và tiếp tục dò nghiệm thứ hai :

$\rightarrow$ $\rightarrow$ $\rightarrow$ $\rightarrow$ $($ $\leftarrow$ $\leftarrow$ $)$ $\div$ $($ ALPHA $)$ $=$ ALPHA $(\rightarrow)$ $)$ SHIFT CALC $=$ 5 $=$
 $\text{Continue:} [=]$
 $X= 2.894762 \times 10^{13}$
 $L-R= -9.30066 \times 10^{13}$

Không có nghiệm thứ hai $\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **D**

PHƯƠNG PHÁP CASIO - VINACAL

BÀI 12. GIẢI NHANH BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ - LOGARIT (P1).

1) PHƯƠNG PHÁP 1: CALC THEO CHIỀU THUẬN

Bước 1: Chuyển bài toán bất phương trình về bài toán xét dấu bằng cách chuyển hết các số hạng về vế trái. Khi đó bất phương trình sẽ có dạng Vế trái ≥ 0 hoặc Vế trái ≤ 0

Bước 2: Sử dụng chức năng CALC của máy tính Casio để xét dấu các khoảng nghiệm từ đó rút ra đáp số đúng nhất của bài toán.

CALC THUẬN có nội dung: Nếu bất phương trình có nghiệm tập nghiệm là khoảng $(a;b)$ thì bất phương trình đúng với mọi giá trị thuộc khoảng $(a;b)$

***Chú ý:** Nếu khoảng $(a;b)$ và $(c;d)$ cùng thỏa mãn mà $(a;b) \subset (c;d)$ thì $(c;d)$ là đáp án chính xác

Ví dụ minh họa

VD1-[Chuyên Khoa học tự nhiên 2017] Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} \left(\log_3 \frac{2x+1}{x-1} \right) > 0$ có tập nghiệm là

- A. $(-\infty; -2)$ B. $(4; +\infty)$ C. $(-2; 1) \cup (1; 4)$ D. $(-\infty; -2) \cup (4; +\infty)$

GIẢI

❖ **Cách 1 : CASIO**

➤ Nhập vế trái vào máy tính Casio

$$\log_{\frac{1}{2}} \left(\log_3 \left(\frac{2x+1}{x-1} \right) \right)$$

➤ Kiểm tra tính Đúng Sai của đáp án A

+) CALC với giá trị cận trên $X = -2 - 0.1$ ta được

$$\log_{\frac{1}{2}} \left(\log_3 \left(\frac{-2-0.1+1}{-2-0.1-1} \right) \right) = 5.112841081$$

Đây là 1 giá trị dương vậy cận trên thỏa

+) CALC với giá trị cận dưới $X = -10^5$

$$\log_{\frac{1}{2}} \left(\log_3 \left(\frac{-10^5+1}{-10^5-1} \right) \right) = 0.6644799282$$

Đây là 1 giá trị dương vậy cận dưới thỏa

Tới đây ta kết luận đáp án A đúng

- Tương tự như vậy ta kiểm tra tính Đúng Sai của đáp án B thì ta thấy B cũng đúng
➤ A đúng B đúng vậy $A \cup B$ là đúng nhất và D là đáp án chính xác

❖ **Cách tham khảo : Tự luận**

- Bất phương trình $\Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}} \left(\log_3 \frac{2x+1}{x-1} \right) > \log_{\frac{1}{2}} 1$ (1)

TÓM TẮT KỸ THUẬT SỬ DỤNG CASIO - VINACAL HỖ TRỢ GIẢI ĐỀ THI MÔN TOÁN 2017.

- Vì cơ số $\frac{1}{2}$ thuộc $(0;1)$ nên $(1) \Leftrightarrow \log_3 \frac{2x+1}{x-1} < 1 \Leftrightarrow \log_3 \frac{2x+1}{x-1} < \log_3 3 \quad (2)$
- Vì cơ số $3 > 1$ nên $(2) \Leftrightarrow \frac{2x+1}{x-1} < 3 \Leftrightarrow 3 - \frac{2x+1}{x-1} > 0 \Leftrightarrow \frac{x-4}{x-1} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ x < 1 \end{cases}$
- Xét điều kiện tồn tại

$$\begin{cases} \frac{2x+1}{x-1} > 0 \\ \log_3 \frac{2x+1}{x-1} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{2x+1}{x-1} > 0 \\ \log_3 \frac{2x+1}{x-1} > \log_3 1 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2x+1}{x-1} > 1 \Leftrightarrow \frac{x+2}{x-1} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < -2 \end{cases}$$
- Kết hợp đáp số $\begin{cases} x > 4 \\ x < 1 \end{cases}$ và điều kiện $\begin{cases} x > 1 \\ x < -2 \end{cases}$ ta được $\begin{cases} x > 4 \\ x < -2 \end{cases}$

❖ Bình luận :

- Ngay ví dụ 1 đã cho chúng ta thấy sức mạnh của Casio đối với dạng bài bất phương trình. Nếu tự luận làm nhanh mất 2 phút thì làm Casio chỉ mất 30 giây
- Trong tự luận nhiều bạn thường hay sai lầm ở chỗ là làm ra đáp số $\begin{cases} x > 4 \\ x < 1 \end{cases}$ là dừng lại mà quên mất việc phải kết hợp điều kiện $\begin{cases} x > 1 \\ x < -2 \end{cases}$
- Cách Casio thì các bạn chú ý Đáp án **A** đúng , đáp án **B** đúng thì đáp án hợp của chúng là đáp án **D** mới là đáp án chính xác của bài toán.

VD2-[Chuyên Thái Bình 2017] Giải bất phương trình $2^{x^2-4} \geq 5^{x-2}$:

- A. $x \in (-\infty; -2) \cup (\log_2 5; +\infty)$ B. $x \in (-\infty; -2] \cup (\log_2 5; +\infty)$
 C. $x \in (-\infty; \log_2 5 - 2) \cup (2; +\infty)$ D. $x \in (-\infty; \log_2 5 - 2] \cup [2; +\infty)$

GIẢI

❖ Cách 1 : CASIO

- Chuyển bất phương trình về bài toán xét dấu $2^{x^2-4} - 5^{x-2} \geq 0$
- Vì bất phương trình có dấu $=$ nên chúng ta chỉ chọn đáp án chứa dấu $=$ do đó **A** và **C** loại
- Nhập về trái vào máy tính Casio

$$\boxed{2} \boxed{x^{\wedge}} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{x^2} \boxed{-} \boxed{4} \boxed{\text{Math}} \boxed{)} \boxed{-} \boxed{5} \boxed{x^{\wedge}} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{-} \boxed{2} \boxed{=}$$

- Kiểm tra tính Đúng Sai của đáp án **B** và **D**
 +)CALC với giá trị cận trên $X = -2$ ta được

$$\boxed{\text{CALC}} \boxed{-} \boxed{2} \boxed{=}$$

$$2^{x^2-4} - 5^{x-2}$$

$$\frac{624}{625}$$

- +)CALC với giá trị cận dưới $X = -10^5$

$$\boxed{\text{CALC}} \boxed{-} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{x^{\wedge}} \boxed{5} \boxed{)} \boxed{=}$$

Math ERROR

[AC] : Cancel
[←][→]: Goto

Số -10^5 là số quá nhỏ để máy tính Casio làm việc được vậy ta chọn lại cận dưới $X = -10$

◀ [CALC] [−] [1] [0] [=]

$2^{x^2-4} - 5^{x-2}$

$7.922816251 \times 10^{28}$

Đây cũng là một giá trị dương vậy đáp án nửa khoảng $(-\infty; -2]$ nhận

- Đi kiểm tra xem khoảng tương ứng $(-\infty; \log_2 5 - 2]$ ở đáp án D xem có đúng không, nếu sai thì chỉ có B là đúng

+) CALC với giá trị cận dưới $X = \log_2 5 - 2$

[CALC] [ln] [5] [)] [÷] [ln] [2] [)] [=]

$2^{x^2-4} - 5^{x-2}$

0.9443665781

+) CALC với cận trên $X = 10$

[CALC] [−] [1] [0] [=]

$2^{x^2-4} - 5^{x-2}$

$7.922816251 \times 10^{28}$

Đây cũng là 2 giá trị dương vậy nửa khoảng $(-\infty; \log_2 5 - 2]$ nhận

- Vì nửa khoảng $(-\infty; \log_2 5 - 2]$ chứa nửa khoảng $(-\infty; -2]$ vậy đáp án D là đáp án đúng nhất

❖ **Cách tham khảo : Tự luận**

- Logarit hóa 2 vế theo cơ số 2 ta được $\log_2(2^{x^2-4}) \geq \log_2(5^{x-2}) \Leftrightarrow x^2 - 4 \geq (x-2)\log_2 5$

$$\Leftrightarrow (x-2)(x+2-\log_2 5) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq \log_2 5 - 2 \end{cases}$$

- Vậy ta chọn đáp án **D**

❖ **Bình luận :**

- Bài toán này lại thể hiện nhược điểm của Casio là bấm máy sẽ mất tầm 1.5 phút so với 30 giây của tự luận. Các e tham khảo và rút cho mình kinh nghiệm khi nào thì làm tự luận khi nào thì làm theo cách Casio
- Các tự luận tác giả dùng phương pháp **Logarit hóa 2 vế** vì trong bài toán xuất hiện đặc điểm “ có 2 cơ số khác nhau và số mũ có nhân tử chung” các bạn lưu ý điều này

VD3-[Thi HSG tỉnh Ninh Bình 2017]

Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $2 \cdot 2^x + 3 \cdot 3^x - 6^x + 1 > 0$:

A. $S = (2; +\infty)$

B. $S = (0; 2)$

C. $S = \mathbb{R}$

D. $(-\infty; 2)$

GIẢI

❖ **Cách 1 : CASIO**

TÓM TẮT KỸ THUẬT SỬ DỤNG CASIO - VINACAL HỖ TRỢ GIẢI ĐỀ THI MÔN TOÁN 2017.

➤ Nhập về trái vào máy tính Casio

$\boxed{2} \boxed{\times} \boxed{2} \boxed{x^\square} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{\blacktriangleright} \boxed{+} \boxed{3} \boxed{\times} \boxed{3} \boxed{x^\square} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{\blacktriangleright} \boxed{-} \boxed{6} \boxed{x^\square} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{\blacktriangleright}$
 $\boxed{+} \boxed{1}$

$$2 \times 2^x + 3 \times 3^x - 6^x + 1$$

➤ Kiểm tra tính Đúng Sai của đáp án A

+) CALC với giá trị cận trên $X = 10$ ta được

$\boxed{\text{CALC}} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{=}$

$$2 \times 2^x + 3 \times 3^x - 6^x + 1$$

$$-60286980$$

Đây là 1 giá trị âm vậy đáp án A loại dẫn đến C sai

➤ Tương tự như vậy ta kiểm tra tính Đúng Sai của đáp án B

+) CALC với giá trị cận trên $X = 2 - 0.1$

$\boxed{\text{CALC}} \boxed{2} \boxed{-} \boxed{0} \boxed{\cdot} \boxed{1} \boxed{=}$

$$2 \times 2^x + 3 \times 3^x - 6^x + 1$$

$$2.560625473$$

+) CALC với giá trị cận dưới $X = 0 + 0.1$

$\boxed{\text{CALC}} \boxed{0} \boxed{+} \boxed{0} \boxed{\cdot} \boxed{1} \boxed{=}$

$$2 \times 2^x + 3 \times 3^x - 6^x + 1$$

$$5.295685248$$

Cả 2 giá trị này đều dương vậy đáp án B đúng

➤ Vì D chứa B nên để xem đáp án nào đúng nhất thì ta chọn 1 giá trị thuộc D mà không B

+) CALC với giá trị $X = -2$

$\boxed{\text{CALC}} \boxed{-} \boxed{2} \boxed{=}$

$$2 \times 2^x + 3 \times 3^x - 6^x + 1$$

$$\frac{65}{36}$$

Giá trị này cũng nhận vậy D là đáp án chính xác

❖ Cách tham khảo : Tự luận

- Bất phương trình $\Leftrightarrow 2 \cdot 2^x + 3 \cdot 3^x + 1 > 6^x \Leftrightarrow 2 \cdot \left(\frac{2}{6}\right)^x + 3 \cdot \left(\frac{3}{6}\right)^x + \left(\frac{1}{6}\right)^x > 1$
 $\Leftrightarrow 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x + 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x + \left(\frac{1}{6}\right)^x > 1$ (1)
- Đặt $f(x) = 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x + 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x + \left(\frac{1}{6}\right)^x$ khi đó (1) $\Leftrightarrow f(x) > f(2)$ (2)
- Ta có $f'(x) = 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x \ln\left(\frac{1}{3}\right) + 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x \ln\left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{6}\right)^x \ln\left(\frac{1}{6}\right) < 0$ với mọi x
 $\Rightarrow$ Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên R
- Khi đó (2) $\Leftrightarrow x < 2$

❖ **Bình luận :**

- Tiếp tục nhắc nhở các bạn tính chất quan trọng của bất phương trình : **B** là đáp án đúng nhưng **D** mới là đáp án chính xác (đúng nhất)
- Phần tự luận tác giả dùng **phương pháp hàm số** với dấu hiệu “**Một bất phương trình có 3 số hạng với 3 cơ số khác nhau**”
- Nội dung của phương pháp hàm số như sau : Cho một bất phương trình dạng $f(u) > f(v)$ trên miền $[a; b]$ nếu hàm đại diện $f(t)$ đồng biến trên $[a; b]$ thì $u > v$ còn hàm đại diện luôn nghịch biến trên $[a; b]$ thì $u < v$

2) Phương pháp 2 : CALC theo chiều nghịch

Bước 1: Chuyển bài toán bất phương trình về bài toán xét dấu bằng cách chuyển hết các số hạng về vế trái. Khi đó bất phương trình sẽ có dạng Vế trái ≥ 0 hoặc Vế trái ≤ 0

Bước 2: Sử dụng chức năng CALC của máy tính Casio để xét dấu các khoảng nghiệm từ đó rút ra đáp số đúng nhất của bài toán .

CALC NGHỊCH có nội dung : Nếu bất phương trình có nghiệm tập nghiệm là khoảng $(a; b)$ thì bất phương trình sai với mọi giá trị không thuộc khoảng $(a; b)$

Ví dụ minh họa

VD1-[Chuyên Khoa học tự nhiên 2017] Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_3\frac{2x+1}{x-1}\right) > 0$ có tập nghiệm là :

A. $(-\infty; -2)$ B. $(4; +\infty)$ C. $(-2; 1) \cup (1; 4)$ D. $(-\infty; -2) \cup (4; +\infty)$

GIẢI

❖ **Cách 1 : CASIO**

➤ Nhập vế trái vào máy tính Casio

$\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_3\frac{2x+1}{x-1}\right)$

➤ Kiểm tra tính Đúng Sai của đáp án A

+) CALC với giá trị ngoài cận trên $X = -2 + 0.1$ ta được

Math ERROR

[AC] : Cancel

[4][1]: Goto

Vậy lân cận phải của -2 là vi phạm $\Rightarrow$ Đáp án A đúng và đáp án C sai

➤ Kiểm tra tính Đúng Sai của đáp án B

+) CALC với giá trị ngoài cận trên $X = 4 - 0.1$ ta được

$\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_3\frac{4-0.1-1}{4-0.1-1}\right)$
-0.01493060966

Đây là giá trị âm. Vậy lân cận trái của 4 là vi phạm $\Rightarrow$ Đáp án B đúng và đáp án C sai

➤ Đáp án A đúng B đúng vậy ta chọn hợp của 2 đáp án là đáp án D chính xác.

VD2-[Chuyên Thái Bình 2017] Giải bất phương trình $2^{x^2-4} \geq 5^{x-2}$:

A. $x \in (-\infty; -2) \cup (\log_2 5; +\infty)$ B. $x \in (-\infty; -2] \cup (\log_2 5; +\infty)$

C. $x \in (-\infty; \log_2 5 - 2) \cup (2; +\infty)$

D. $x \in (-\infty; \log_2 5 - 2] \cup [2; +\infty)$

GIẢI

❖ **Cách 1 : CASIO**

- Chuyển bất phương trình về bài toán xét dấu $2^{x^2-4} - 5^{x-2} \geq 0$
- Vì bất phương trình có dấu $=$ nên chúng ta chỉ chọn đáp án chứa dấu $=$ do đó **A** và **C** loại
- Nhập về trái vào máy tính Casio

[2] [x^□] [ALPHA] [)] [x^2] [=] [4] [▶] [=] [5] [x^□] [ALPHA] [)] [=] [2]

$2^{x^2-4} - 5^{x-2}$

- Kiểm tra tính Đúng Sai của đáp án **B**
+) CALC với giá trị ngoài cận trên -2 là $X = -2 + 0.1$ ta được

[CALC] [=] [2] [+] [0] [.] [1] [=]

$2^{x^2-4} - 5^{x-2}$

0.7612502142

Đây là 1 giá trị dương (thỏa đề bài) mà đáp án B không chứa $X = -2 + 0.1 \Rightarrow$ Đáp án **B** sai

- Đáp án **A, C, B** đều sai vậy không cần thử thêm cũng biết đáp án **D** chính xác

VD3-[Thi HSG tỉnh Ninh Bình 2017]

Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $2 \cdot 2^x + 3 \cdot 3^x - 6^x + 1 > 0$:

A. $S = (2; +\infty)$

B. $S = (0; 2)$

C. $S = R$

D. $(-\infty; 2)$

GIẢI

❖ **Cách 1 : CASIO**

- Nhập về trái vào máy tính Casio

[2] [x] [2] [x^□] [ALPHA] [)] [▶] [+] [3] [x] [3] [x^□] [ALPHA] [)] [▶] [-] [6] [x^□] [ALPHA] [)] [▶] [+] [1]

$2 \times 2^x + 3 \times 3^x - 6^x + 1$

- Kiểm tra tính Đúng Sai của đáp án **A**
+) CALC với giá trị ngoài cận dưới 2 ta chọn $X = 2 - 0.1$

[CALC] [2] [-] [0] [.] [1] [=]

$2 \times 2^x + 3 \times 3^x - 6^x + 1$

2.560625473

Đây là 1 giá trị dương (thỏa bất phương trình) vậy đáp án **A** sai dẫn đến đáp án **C** sai

- Tương tự như vậy ta kiểm tra tính Đúng Sai của đáp án **B**
+) CALC với giá trị ngoài cận dưới 0 ta chọn $X = 0 - 0.1$

[CALC] [0] [-] [0] [.] [1] [=]

$2 \times 2^x + 3 \times 3^x - 6^x + 1$

4.717982561

Đây là 1 giá trị dương (thỏa bất phương trình) $\Rightarrow$ Đáp án B sai

- Đáp án **A, C, B** đều sai vậy không cần thử thêm cũng biết đáp án **D** chính xác

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1-[Thi thử chuyên Sư phạm Hà Nội lần 1 năm 2017]

Bất phương trình $\ln[(x-1)(x-2)(x-3)+1] > 0$ có tập nghiệm là :

- A. $(1;2) \cup (3;+\infty)$ B. $(1;2) \cap (3;+\infty)$ C. $(-\infty;1) \cap (2;3)$ D. $(-\infty;1) \cup (2;3)$

Bài 2-[THPT Lương Thế Vinh – Hà Nội 2017] Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x-1)-1}$ là :

- A. $[1;+\infty)$ B. $\left[1;\frac{3}{2}\right]$ C. $(1;+\infty)$ D. $\left[\frac{3}{2};+\infty\right)$

Bài 3-[Chuyên Khoa học tự nhiên 2017] Nghiệm của bất phương trình $\log_{x-1}(x^2+x-6) > 1$ là :

- A. $x > 1$ B. $x > \sqrt{5}$ C. $x > 1; x \neq 2$ D. $1 < x < \sqrt{5}, x \neq 2$

Bài 4-[Chuyên Nguyễn Thị Minh Khai 2017] Giải bất phương trình $\left(\tan \frac{\pi}{7}\right)^{x^2-x-9} \leq \left(\tan \frac{\pi}{7}\right)^{x-1}$:

- A. $x \leq -2$ B. $x \geq 4$ C. $-2 \leq x \leq 4$ D. $x \leq -2$ hoặc $x \geq 4$

Bài 5-[THPT HN Amsterdam 2017] Bất phương trình $2^{x^2} \cdot 3^x < 1$ có bao nhiêu nghiệm nguyên :

- A. 1 B. Vô số C. 0 D. 2

Bài 6-[Thi thử Báo Toán học tuổi trẻ lần 4 năm 2017] Tập nghiệm của bất phương trình $32.4^x - 18.2^x + 1 < 0$ là tập con của tập

- A. $(-5;-2)$ B. $(-4;0)$ C. $(1;4)$ D. $(-3;1)$

LỜI GIẢI BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1-[Thi thử chuyên Sư phạm Hà Nội lần 1 năm 2017]

Bất phương trình $\ln[(x-1)(x-2)(x-3)+1] > 0$ có tập nghiệm là :

- A. $(1;2) \cup (3;+\infty)$ B. $(1;2) \cap (3;+\infty)$ C. $(-\infty;1) \cap (2;3)$ D. $(-\infty;1) \cup (2;3)$

GIẢI

❖ Casio cách 1

- Kiểm tra khoảng nghiệm $(1;2)$ với cận dưới $X = 1 + 0.1$ và cận trên $X = 2 - 0.1$

$\ln \left((X-1)(X-2)(X-3)+1 \right) > 0$

$\ln((X-1)(X-2)(X-3)+1)$

0.1578580846

0.09440067542

Hai cận đều nhận $\Rightarrow (1;2)$ nhận

- Kiểm tra khoảng nghiệm $(3;+\infty)$ với cận dưới $X = 3 + 0.1$ và cận trên $X = 10^9$

$\ln \left((X-1)(X-2)(X-3)+1 \right) > 0$

$\ln((X-1)(X-2)(X-3)+1)$

0.2078268472

62.1697975

Hai cận đều nhận $\Rightarrow (3;+\infty)$ nhận

TÓM TẮT KỸ THUẬT SỬ DỤNG CASIO - VINACAL HỖ TRỢ GIẢI ĐỀ THI MÔN TOÁN 2017.

Tóm lại hợp của hai khoảng trên là đúng $\Rightarrow$ A là đáp số chính xác

❖ Casio cách 2

- Kiểm tra khoảng nghiệm (1;2) với ngoài cận dưới $X = 1 - 0.1$ và ngoài cận trên $X = 2 + 0.1$

$\ln \left((X-1)(X-2)(X-3) \right) = 0$

$\ln((X-1)(X-2)(X-3))$

-0.2626643095 -0.1042500214

Hai cận ngoài khoảng (1;2) đều vi phạm $\Rightarrow$ Khoảng (1;2) thỏa

- Kiểm tra khoảng $(3; +\infty)$ với ngoài cận dưới $X = 3 - 0.1$ và trong cận dưới (vì không có cận trên)

$\ln \left((X-1)(X-2)(X-3) \right) = 0$

$\ln((X-1)(X-2)(X-3))$

-0.1875351238 0.2078268472

Ngoài cận dưới vi phạm, trong cận dưới thỏa $\Rightarrow$ Khoảng $(3; +\infty)$ nhận

Tóm lại hợp của hai khoảng trên là đúng $\Rightarrow$ A là đáp số chính xác

Bài 2-[THPT Lương Thế Vinh – Hà Nội 2017] Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x-1)-1}$ là :

- A. $[1; +\infty)$ B. $\left(1; \frac{3}{2}\right]$ C. $(1; +\infty)$ D. $\left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$

GIẢI

- Điều kiện : $\log_{0.5}(x-1)-1 \geq 0$ (trong căn ≥ 0)
- Kiểm tra khoảng nghiệm $[1; +\infty)$ với cận dưới $X = 1$ và cận trên 10^9

$\log_{0.5}(X-1)-1$

Math ERROR

[AC] : Cancel

[←][→]: Goto

Cận dưới vi phạm $\Rightarrow$ Đáp án A sai

- Kiểm tra khoảng nghiệm $\left(1; \frac{3}{2}\right]$ với cận dưới $X = 1 + 0.1$ và cận trên $X = 3$

$\log_{0.5}(X-1)-1$

$\log_{0.5}(X-1)-1$

2.321928095 0

Hai cận đều nhận $\Rightarrow \left(1; \frac{3}{2}\right]$ nhận

- Kiểm tra khoảng nghiệm $(1; +\infty)$ với cận trên $X = 10^9 \Rightarrow$ Cận trên bị vi phạm $\Rightarrow$ C sai $\Rightarrow$ D sai

$\log_{0.5}(X-1)-1$

$\log_{0.5}(X-1)-1$

-30.89735285

Tóm lại A là đáp số chính xác

❖ Casio cách 2

TÓM TẮT KỸ THUẬT SỬ DỤNG CASIO - VINACAL HỖ TRỢ GIẢI ĐỀ THI MÔN TOÁN 2017.

- Đáp án A sai luôn vì cận $x=1$ không thỏa mãn điều kiện hàm logarit
- Kiểm tra khoảng nghiệm $\left(1; \frac{3}{2}\right]$ với ngoài cận dưới $X=1-0.1$ và ngoài cận trên $X=\frac{3}{2}+0.1$

$\log_{\square} \square 0 \square \square 5 \square \blacktriangleright \square \text{ALPHA} \square \square \text{Math} \square \text{Math} \square \text{ERROR}$
 $\log_{0.5}(X-1)-1$
 $\text{[AC]} \text{ :Cancel}$
 $\text{[4][>]} \text{ :Goto}$
 -1.584962501

Ngoài hai cận đều vi phạm $\Rightarrow \left(1; \frac{3}{2}\right]$ nhận

Hơn nữa $X=\frac{3}{2}+0.1$ vi phạm $\Rightarrow$ C và D loại luôn

Bài 3-[Chuyên Khoa học tự nhiên 2017] Nghiệm của bất phương trình $\log_{x-1}(x^2+x-6) > 1$ là :

- A. $x > 1$ B. $x > \sqrt{5}$ C. $x > 1; x \neq 2$ D. $1 < x < \sqrt{5}, x \neq 2$

GIẢI

❖ Casio cách 1

- Chuyển bất phương trình về dạng xét dấu $\log_{x-1}(x^2+x-6)-1 > 0$
- Kiểm tra khoảng nghiệm $x > 1$ với cận dưới $X=1+0.1$ và cận trên $X=10^9$

$\log_{\square} \square \text{ALPHA} \square \square \text{Math} \square \text{Math} \square \text{ERROR}$
 $\log_{X-1}(X^2+X-6)$
 $\text{[AC]} \text{ :Cancel}$
 $\text{[4][>]} \text{ :Goto}$
 2

Cận dưới vi phạm $\Rightarrow$ A sai $\Rightarrow$ C và D chứa cận dưới $X=1+0.1$ vi phạm nên cũng sai
Tóm lại đáp số chính xác là B

❖ Casio cách 2

- Kiểm tra khoảng nghiệm $(1; 2)$ với ngoài cận dưới $X=1-0.1$ và cận dưới $X=1+0.1$

$\ln \square \square \text{ALPHA} \square \square \text{Math} \square \text{Math} \square \text{ERROR}$
 $\ln \square \square \text{ALPHA} \square \square \text{Math} \square \text{Math} \square \text{ERROR}$
 $\text{[AC]} \text{ :Cancel}$
 $\text{[4][>]} \text{ :Goto}$
 $\text{[AC]} \text{ :Cancel}$
 $\text{[4][>]} \text{ :Goto}$

Cận dưới $X=1+0.1$ vi phạm nên A, C, D đều sai

Bài 4-[Chuyên Nguyễn Thị Minh Khai 2017] Giải bất phương trình $\left(\tan \frac{\pi}{7}\right)^{x^2-x-9} \leq \left(\tan \frac{\pi}{7}\right)^{x-1}$:

- A. $x \leq -2$ B. $x \geq 4$ C. $-2 \leq x \leq 4$ D. $x \leq -2$ hoặc $x \geq 4$

GIẢI

❖ Casio cách 1

- Chuyển bất phương trình về dạng xét dấu $\left(\tan \frac{\pi}{7}\right)^{x^2-x-9} - \left(\tan \frac{\pi}{7}\right)^{x-1} \leq 0$
- Kiểm tra khoảng nghiệm $x \leq -2$ với cận dưới $X=-10$ và cận trên $X=-2$

$\text{[SHIFT]} \text{[MODE]} \square 4 \square \text{tan} \square \text{[SHIFT]} \square \text{[x10^x]} \square \blacktriangledown \square 7 \square \blacktriangleright \square \square \text{[x^y]} \square \text{ALPHA} \square \square \text{Math} \square \text{Math} \square \text{ERROR}$
 $\text{tan} \square \text{[SHIFT]} \square \text{[x10^x]} \square \blacktriangledown \square 7 \square \blacktriangleright \square \square \text{[x^y]} \square \text{ALPHA} \square \square \text{Math} \square \text{Math} \square \text{ERROR}$

TÓM TẮT KỸ THUẬT SỬ DỤNG CASIO - VINACAL HỖ TRỢ GIẢI ĐỀ THI MÔN TOÁN 2017.

$$\tan\left(\frac{\pi}{7}\right)^{x^2-x-9} - t: \quad \tan\left(\frac{\pi}{7}\right)^{x^2-x-9} - t: \\ -3095.284087 \quad 0$$

Hai cận đều nhận $\Rightarrow x \leq -2$ nhận $\Rightarrow$ Đáp số chính xác chỉ có thể là **A** hoặc **D**

- Kiểm tra khoảng nghiệm $x \geq 4$ với cận dưới $X = 4$ và cận trên $X = 10$

$$\text{[CALC] [4] [=] [CALC] [1] [0] [=]}$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{7}\right)^{x^2-x-9} - t: \quad \tan\left(\frac{\pi}{7}\right)^{x^2-x-9} - t: \\ 0 \quad -1.393067967 \times 10^{-3}$$

Hai cận đều nhận $\Rightarrow x \geq 4$ nhận

Tóm lại đáp số chính xác là **D**

❖ Casio cách 2

- Kiểm tra khoảng nghiệm $x \leq -2$ với ngoài cận trên $X = -2 + 0.1$ và cận trên $X = -2$

$$\text{[SHIFT] [MODE] [4] [tan] [] [SHIFT] [x10^x] [] [7] [] [x^] [ALPHA] [] [x^2] [-] [ALPHA] [] [-] [9] [] [-] \\ \text{[tan] [] [SHIFT] [x10^x] [] [7] [] [x^] [ALPHA] [] [-] [1] [CALC] [-] [2] [+] [0] [] [1] [=] [CALC] \\ [-] [2] [=]}$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{7}\right)^{x^2-x-9} - t: \quad \tan\left(\frac{\pi}{7}\right)^{x^2-x-9} - t: \\ 4.485753544 \quad 0$$

Ngoài cận trên $X = -2 + 0.1$ vì phạm nên **A** nhận đồng thời **C** sai

- Kiểm tra khoảng nghiệm $x \geq 4$ với ngoài cận dưới $X = 4 - 0.1$ và cận dưới $X = 4$

$$\text{[CALC] [4] [-] [0] [] [1] [=] [CALC] [4] [=]}$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{7}\right)^{x^2-x-9} - t: \quad \tan\left(\frac{\pi}{7}\right)^{x^2-x-9} - t: \\ 0.06475662832 \quad 0$$

Ngoài cận dưới $X = 4 - 0.1$ vì phạm nên **B** nhận đồng thời **C** sai

Tóm lại **A**, **B** đều nhận nên hợp của chúng là **D** là đáp số chính xác

Bài 5-[THPT HN Amsterdam 2017] Bất phương trình $2^{x^2} \cdot 3^x < 1$ có bao nhiêu nghiệm nguyên :

- A.** 1 **B.** Vô số **C.** 0 **D.** 2

(Xem đáp án ở Bài 5 – phần 2 vì phương pháp sau tỏ ra hiệu quả hơn hẳn)

Bài 6-[Thi thử Báo Toán học tuổi trẻ lần 4 năm 2017] Tập nghiệm của bất phương trình $32 \cdot 4^x - 18 \cdot 2^x + 1 < 0$ là tập con của tập

- A.** $(-5; -2)$ **B.** $(-4; 0)$ **C.** $(1; 4)$ **D.** $(-3; 1)$

(Xem đáp án ở Bài 6 – phần 2 vì phương pháp sau tỏ ra hiệu quả hơn hẳn)

PHƯƠNG PHÁP CASIO - VINACAL

BÀI 13. GIẢI NHANH BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ - LOGARIT (P2).

1) PHƯƠNG PHÁP 3: LẬP BẢNG GIÁ TRỊ MODE 7

Bước 1: Chuyển bài toán bất phương trình về bài toán xét dấu bằng cách chuyển hết các số hạng về vế trái. Khi đó bất phương trình sẽ có dạng Vế trái ≥ 0 hoặc Vế trái ≤ 0

Bước 2: Sử dụng chức năng lập bảng giá trị MODE 7 của máy tính Casio để xét dấu các khoảng nghiệm từ đó rút ra đáp số đúng nhất của bài toán.

***Chú ý:** Cần làm nhiều bài toán tự luyện để từ đó rút ra kinh nghiệm thiết lập Start End Step hợp lý

Ví dụ minh họa

VD1-[Chuyên Khoa học tự nhiên 2017] Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_3 \frac{2x+1}{x-1}\right) > 0$ có tập nghiệm là:

A. $(-\infty; -2)$ B. $(4; +\infty)$ C. $(-2; 1) \cup (1; 4)$ D. $(-\infty; -2) \cup (4; +\infty)$

GIẢI

❖ **Cách 3 : CASIO**

➢ Đăng nhập MODE 7 và nhập vế trái vào máy tính Casio

MODE **7** **log** **1** **2** **log** **3** **2** **ALPHA** **)** **+** **1** **ALPHA** **)** **=** **1**

$$f(X) = \log_{\frac{1}{2}}\left(\log_3 \frac{2X+1}{X-1}\right)$$

➢ Quan sát các cận của đáp số là $-2; 4; 1$ nên ta phải thiết lập miền giá trị của X sao cho X chạy qua các giá trị này. Ta thiết lập Start -4 End 5 Step 0.5

= **=** **-** **4** **=** **5** **=** **0** **.** **5** **=**

X	F(X)
-3	2.2996
-2.5	3.0404
-2	ERROR
3.5	-0.082
4.5	0.0655

Quan sát bảng giá trị ta thấy rõ ràng hai khoảng $(-\infty; -2)$ và $(4; +\infty)$ làm cho dấu của vế trái dương. $\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **D**

VD2-[Chuyên Thái Bình 2017] Giải bất phương trình $2^{x^2-4} \geq 5^{x-2}$:

- A. $x \in (-\infty; -2) \cup (\log_2 5; +\infty)$ B. $x \in (-\infty; -2] \cup (\log_2 5; +\infty)$
 C. $x \in (-\infty; \log_2 5 - 2) \cup (2; +\infty)$ D. $x \in (-\infty; \log_2 5 - 2] \cup [2; +\infty)$

GIẢI

❖ **Cách 3 : CASIO**

➢ Bất phương trình $\Leftrightarrow 2^{x^2-4} - 5^{x-2} \geq 0$. Đăng nhập MODE 7 và nhập vế trái vào máy tính Casio

MODE **7** **2** **x^2** **ALPHA** **)** **-** **4** **ALPHA** **)** **-** **5** **x** **ALPHA** **)** **-** **2**

$$f(X) = 2^{X^2-4} - 5^{X-2}$$

➢ Quan sát các cận của đáp số là $-2; 2; \log_2 5 \approx 2.32; \log_2 5 - 2 \approx 0.32$ nên ta phải thiết lập miền giá trị của X sao cho X chạy qua các giá trị này. Ta thiết lập Start -3 End 3 Step $1:3$

TÓM TẮT KỸ THUẬT SỬ DỤNG CASIO - VINACAL HỖ TRỢ GIẢI ĐỀ THI MÔN TOÁN 2017.

Math

0 2

Quan sát bảng giá trị ta thấy rõ ràng hai khoảng $(-\infty; 0.32 = \log_2 5)$ và $(2; +\infty)$ làm cho dấu của vế trái dương. $\Rightarrow$ Đáp số chính xác là C

VD3-[Thi HSG tỉnh Ninh Bình 2017]

Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $2 \cdot 2^x + 3 \cdot 3^x - 6^x + 1 > 0$:

- A. $S = (2; +\infty)$ B. $S = (0; 2)$ C. $S = \mathbb{R}$ D. $(-\infty; 2)$

GIẢI

❖ Cách 3 : CASIO

- Đăng nhập MODE 7 và nhập vế trái vào máy tính Casio

Math

0 2

- Quan sát các cận của đáp số là 0; 2 nên ta phải thiết lập miền giá trị của X sao cho X chạy qua các giá trị này. Ta thiết lập Start -4 End 5 Step 1

Math

0 2

Quan sát bảng giá trị ta thấy rõ ràng hai khoảng $(-\infty; 2)$ làm cho dấu của vế trái dương. $\Rightarrow$ Đáp số chính xác là C

2) PHƯƠNG PHÁP 4 : LƯỢC ĐÒ CON RẮN

Bước 1: Chuyển bài toán bất phương trình về bài toán xét dấu bằng cách chuyển hết các số hạng về vế trái. Khi đó bất phương trình sẽ có dạng Vế trái ≥ 0 hoặc Vế trái ≤ 0

Bước 2: Sử dụng CALC tìm các giá trị tới hạn của (làm cho vế trái = 0 hoặc không xác định). Dấu của bất phương trình có trong các khoảng tới hạn là không đổi. Dùng CALC lấy một giá trị đại diện để xét dấu.

Chú ý : Qua 4 phương pháp ta mới thấy trong tự luận thì lược đồ con rắn là lợi hại nhất nhưng trong khi thi trắc nghiệm thì lại tỏ ra yếu thế vì khó dùng và khá dài dòng

Ví dụ minh họa

VD1-[Chuyên Khoa học tự nhiên 2017] Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} \left(\log_3 \frac{2x+1}{x-1} \right) > 0$ có tập nghiệm là :

- A. $(-\infty; -2)$ B. $(4; +\infty)$ C. $(-2; 1) \cup (1; 4)$ D. $(-\infty; -2) \cup (4; +\infty)$

GIẢI

❖ Cách 4 : CASIO

- Đề bài xuất hiện các giá trị -2; 4; 1 ta CALC với các giá trị này để tìm giá trị tới hạn

Math

TÓM TẮT KỸ THUẬT SỬ DỤNG CASIO - VINACAL HỖ TRỢ GIẢI ĐỀ THI MÔN TOÁN 2017.

- Lần lượt CALC với các giá trị $-2; 4; 1$

$\boxed{\text{CALC}} \boxed{=}$ $\boxed{2} \boxed{=}$ $\boxed{\leftarrow}$ $\boxed{\text{CALC}} \boxed{=}$ $\boxed{4} \boxed{=}$ $\boxed{\text{CALC}} \boxed{=}$ $\boxed{1} \boxed{=}$
 Math ERROR $\log_{0.5}(\log_3(\frac{2x+1}{x-1}))$
 [AC] :Cancel
 [←][→]:Goto 0
 Math ERROR
 [AC] :Cancel
 [←][→]:Goto

3 giá trị trên đều là giá trị trên đều là giá trị tới hạn nên ta chia thành các khoảng nghiệm $(-\infty; -2); (-2; 1); (1; 4); (4; +\infty)$

- CALC với các giá trị đại diện cho 4 khoảng để lấy dấu là : $-3; 0; 2; 5$

$\boxed{\text{CALC}} \boxed{=}$ $\boxed{2} \boxed{=}$ $\boxed{\leftarrow}$ $\boxed{\text{CALC}} \boxed{=}$ $\boxed{4} \boxed{=}$ $\boxed{\text{CALC}} \boxed{=}$ $\boxed{1} \boxed{=}$
 $\log_{0.5}(\log_3(\frac{2x+1}{x-1}))$ Math ERROR
 2.299638315 [AC] :Cancel
 [←][→]:Goto
 $\log_{0.5}(\log_3(\frac{2x+1}{x-1}))$
 -0.5508745883
 $\log_{0.5}(\log_3(\frac{2x+1}{x-1}))$
 0.1190420922

Rõ ràng khoảng nghiệm thứ nhất và thứ tư thỏa mãn $\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **D**

VD2-[Chuyên Thái Bình 2017] Giải bất phương trình $2^{x^2-4} \geq 5^{x-2}$:

- A. $x \in (-\infty; -2) \cup (\log_2 5; +\infty)$ B. $x \in (-\infty; -2] \cup (\log_2 5; +\infty)$
 C. $x \in (-\infty; \log_2 5 - 2) \cup (2; +\infty)$ D. $x \in (-\infty; \log_2 5 - 2] \cup [2; +\infty)$

GIẢI

❖ Cách 4 : CASIO

- Đề bài xuất hiện các giá trị $-2; \log_2 5 - 2; 2; \log_2 5 \approx 2.32$ ta CALC với các giá trị này để tìm giá trị tới hạn

$\boxed{2} \boxed{x^2} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{x^2} \boxed{-} \boxed{4} \boxed{\rightarrow} \boxed{-} \boxed{5} \boxed{x} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{-} \boxed{2} \boxed{\text{CALC}} \boxed{=}$ $\boxed{2} \boxed{=}$ $\boxed{\text{CALC}} \boxed{=}$
 $\boxed{\log_2} \boxed{5} \boxed{)} \boxed{\div} \boxed{\log} \boxed{2} \boxed{)} \boxed{-} \boxed{2} \boxed{=}$ $\boxed{\text{CALC}} \boxed{2} \boxed{=}$ $\boxed{\text{CALC}} \boxed{\log} \boxed{5} \boxed{)} \boxed{\div} \boxed{\log} \boxed{2} \boxed{)} \boxed{=}$
 $2^{x^2-4} - 5^{x-2}$ $2^{x^2-4} - 5^{x-2}$
 $\frac{624}{625}$ 0
 $2^{x^2-4} - 5^{x-2}$ $2^{x^2-4} - 5^{x-2}$
 0 0.9443665781

Ta thu được hai giá trị tới hạn $\log_2 5 - 2$ và $2 \Rightarrow$ Đáp số chỉ có thể là **C** hoặc **D**

- Vì bất phương trình có dấu $=$ nên ta lấy hai cận $\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **D**

VD3-[Thi HSG tỉnh Ninh Bình 2017]

Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $2 \cdot 2^x + 3 \cdot 3^x - 6^x + 1 > 0$:

TÓM TẮT KỸ THUẬT SỬ DỤNG CASIO - VINACAL HỖ TRỢ GIẢI ĐỀ THI MÔN TOÁN 2017.

A. $S = (2; +\infty)$

B. $S = (0; 2)$

C. $S = R$

D. $(-\infty; 2)$

GIẢI

❖ **Cách 4 : CASIO**

➤ Đề bài xuất hiện các giá trị 0; 2 ta CALC với các giá trị này để tìm giá trị tới hạn

$2 \times 2^x + 3 \times 3^x - 6^x + 1$

$2 \times 2^x + 3 \times 3^x - 6^x + 1$

Ta thu được 1 giá trị tới hạn $x = 2 \Rightarrow$ Đáp số đúng là **A** hoặc **D**

➤ CALC với các giá trị đại diện cho 2 khoảng để lấy dấu là : 1; 3

$2 \times 2^x + 3 \times 3^x - 6^x + 1$

$2 \times 2^x + 3 \times 3^x - 6^x + 1$

Ta cần lấy dấu dương $\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **D**

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1-[Thi thử chuyên Sư phạm Hà Nội lần 1 năm 2017]

Bất phương trình $\ln[(x-1)(x-2)(x-3)+1] > 0$ có tập nghiệm là :

A. $(1; 2) \cup (3; +\infty)$

B. $(1; 2) \cap (3; +\infty)$

C. $(-\infty; 1) \cap (2; 3)$

D. $(-\infty; 1) \cup (2; 3)$

Bài 2-[THPT Lương Thế Vinh – Hà Nội 2017] Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x-1)-1}$ là :

A. $[1; +\infty)$

B. $\left[1; \frac{3}{2}\right]$

C. $(1; +\infty)$

D. $\left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$

Bài 3-[Chuyên Khoa học tự nhiên 2017] Nghiệm của bất phương trình $\log_{x-1}(x^2+x-6) > 1$ là :

A. $x > 1$

B. $x > \sqrt{5}$

C. $x > 1; x \neq 2$

D. $1 < x < \sqrt{5}, x \neq 2$

Bài 4-[Chuyên Nguyễn Thị Minh Khai 2017] Giải bất phương trình $\left(\tan \frac{\pi}{7}\right)^{x^2-x-9} \leq \left(\tan \frac{\pi}{7}\right)^{x-1}$:

A. $x \leq -2$

B. $x \geq 4$

C. $-2 \leq x \leq 4$

D. $x \leq -2$ hoặc $x \geq 4$

Bài 5-[THPT HN Amsterdam 2017] Bất phương trình $2^{x^2} \cdot 3^x < 1$ có bao nhiêu nghiệm nguyên :

A. 1

B. Vô số

C. 0

D. 2

Bài 6-[Thi thử Báo Toán học tuổi trẻ lần 4 năm 2017] Tập nghiệm của bất phương trình $32.4^x - 18.2^x + 1 < 0$ là tập con của tập

A. $(-5; -2)$

B. $(-4; 0)$

C. $(1; 4)$

D. $(-3; 1)$

LỜI GIẢI BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1-[Thi thử chuyên Sư phạm Hà Nội lần 1 năm 2017]

Bất phương trình $\ln[(x-1)(x-2)(x-3)+1] > 0$ có tập nghiệm là :

A. $(1; 2) \cup (3; +\infty)$

B. $(1; 2) \cap (3; +\infty)$

C. $(-\infty; 1) \cap (2; 3)$

D. $(-\infty; 1) \cup (2; 3)$

GIẢI

❖ **Casio cách 4**

TÓM TẮT KỸ THUẬT SỬ DỤNG CASIO - VINACAL HỖ TRỢ GIẢI ĐỀ THI MÔN TOÁN 2017.

- Kiểm tra các giá trị 1; 2; 3

$\ln((X-1)(X-2)(X-3))$

Cả 3 giá trị trên đều là giá trị tới hạn $\Rightarrow$ Chia thành 4 khoảng nghiệm $(-\infty; 1); (1; 2); (2; 3); (3; +\infty)$

- CALC với 4 giá trị đại diện cho 4 khoảng này là $0; \frac{3}{2}; \frac{5}{2}; 4$

$\ln((X-1)(X-2)(X-3))$

0.3184537311

-0.4700036292

1.945910149

Ta cần lấy dấu dương $\Rightarrow$ Lấy khoảng 2 và khoảng 4 $\Rightarrow$ A là đáp số chính xác

Bài 2-[THPT Lương Thế Vinh – Hà Nội 2017] Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x-1)-1}$ là :

- A. $[1; +\infty)$
 B. $\left[1; \frac{3}{2}\right]$
 C. $(1; +\infty)$
 D. $\left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$

GIẢI

❖ Casio cách 4

- Tập xác định $\Leftrightarrow \log_2(x-1)-1 \geq 0$. Kiểm tra các giá trị $1; \frac{3}{2}$

$\log_2((X-1)-1)$

0

1

Cả 2 giá trị trên đều là giá trị tới hạn $\Rightarrow$ Chia thành 3 khoảng nghiệm $(-\infty; 1); \left(1; \frac{3}{2}\right); \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$

- CALC với 3 giá trị đại diện cho 4 khoảng này là $0; 1.25; 2$

$\log_2((X-1)-1)$

0

1

-1

Ta cần lấy dấu dương $\Rightarrow$ Lấy khoảng 2 $\Rightarrow$ B là đáp số chính xác

Bài 3-[Chuyên Khoa học tự nhiên 2017] Nghiệm của bất phương trình $\log_{x-1}(x^2+x-6) > 1$ là :

- A. $x > 1$
 B. $x > \sqrt{5}$
 C. $x > 1; x \neq 2$
 D. $1 < x < \sqrt{5}, x \neq 2$

GIẢI

❖ Casio cách 3

TÓM TẮT KỸ THUẬT SỬ DỤNG CASIO - VINACAL HỖ TRỢ GIẢI ĐỀ THI MÔN TOÁN 2017.

- Bất phương trình $\Leftrightarrow \log_{x-1}(x^2 + x - 6) - 1 > 0$. Quan sát đáp số xuất hiện các giá trị 1; 2; $\sqrt{5} \approx 2.23$.

Sử dụng MODE 7 với Start 0 End 3 Step 0.25

MODE **7** **log** **ALPHA** **)** **-** **1** **▶** **ALPHA** **)** **x²** **+** **ALPHA** **)** **-** **6** **▶** **-** **1** **=** **=** **0**

= **3** **=** **0** **.** **2** **5** **=**

Math

Math

2

Rõ ràng $x > \sqrt{5} \approx 2.23$ làm cho vế trái bất phương trình nhận dấu dương $\Rightarrow$ **B** là đáp án chính xác

Bài 4-[Chuyên Nguyễn Thị Minh Khai 2017] Giải bất phương trình $\left(\tan \frac{\pi}{7}\right)^{x^2-x-9} \leq \left(\tan \frac{\pi}{7}\right)^{x-1}$:

A. $x \leq -2$

B. $x \geq 4$

C. $-2 \leq x \leq 4$

D. $x \leq -2$ hoặc $x \geq 4$

GIẢI

❖ Casio cách 3

- Chuyển bất phương trình về dạng xét dấu $\left(\tan \frac{\pi}{7}\right)^{x^2-x-9} - \left(\tan \frac{\pi}{7}\right)^{x-1} \leq 0$
- Quan sát đáp số xuất hiện các giá trị -2; 4. Sử dụng MODE 7 với Start -4 End 5 Step 0.5

SHIFT **MODE** **4** **MODE** **7** **tan** **=** **SHIFT** **x10^x** **▼** **7** **▶** **)** **xⁿ** **ALPHA** **)** **x²** **-** **ALPHA** **)** **-** **9**

▶ **-** **tan** **=** **SHIFT** **x10^x** **▼** **7** **▶** **)** **xⁿ** **ALPHA** **)** **-** **1** **=** **=** **-** **4** **=** **5** **=** **0**

. **5** **=**

Math

Math

-2

4

Quan sát bảng giá trị. Rõ ràng $x \leq -2$ và $x \geq 4$ làm cho vế trái bất phương trình $\geq 0 \Rightarrow$ **D** là đáp án chính xác

Bài 5-[THPT HN Amsterdam 2017] Bất phương trình $2^{x^2}.3^x < 1$ có bao nhiêu nghiệm nguyên:

A. 1

B. Vô số

C. 0

D. 2

GIẢI

- Chuyển bất phương trình về dạng xét dấu $2^{x^2}.3^x - 1 < 0$
- Tìm cận thứ nhất bằng chức năng SHIFT SOLVE

2 **xⁿ** **ALPHA** **)** **x²** **▶** **x** **3** **xⁿ** **ALPHA** **)** **▶** **-** **1** **=** **SHIFT** **CALC** **1** **=**

Math

Math

Math

Math

- Khử cận thứ nhất và tiếp tục dò cận thứ hai

▶ **(** **◀** **◀** **)** **÷** **ALPHA** **)** **SHIFT** **CALC** **=** **1** **=**

Math

Math

Math

Math

Vậy ta dự đoán khoảng nghiệm là $(-1.5849...; 0)$. Kiểm tra dấu bằng cách lấy giá trị đại diện

$x = -1$

▲ **CALC** **=** **1** **=**

$$2^{x^2} \times 3^x - 1 = -\frac{1}{3}$$

Ta thấy dấu – vậy khoảng nghiệm là $(-1.5849...; 0) \Rightarrow$ có 1 nghiệm nguyên $x = -1$

$\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **A**

Bài 6-[Thi thử Báo Toán học tuổi trẻ lần 4 năm 2017] Tập nghiệm của bất phương trình $32.4^x - 18.2^x + 1 < 0$ là tập con của tập

A. $(-5; -2)$

B. $(-4; 0)$

C. $(1; 4)$

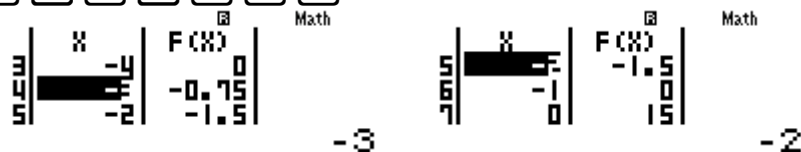
D. $(-3; 1)$

GIẢI

❖ Casio cách 3

- Sử dụng MODE 7 với Start -6 End 6 Step 1

MODE 7 3 2 X 4 x² ALPHA) ► - 1 8 X 2 x² ALPHA) ► + 1 = =
- 6 = 6 = 1 =



Quan sát bảng giá trị . Rõ ràng khoảng nghiệm làm cho vế trái – thuộc khoảng $(-4; 0)$

$\Rightarrow$ **B** là đáp án chính xác.

PHƯƠNG PHÁP CASIO – VINACAL

BÀI 14. TÌM SỐ CHỮ SỐ CỦA MỘT LŨY THỪA.

1) BÀI TOÁN MỞ ĐẦU

Hôm nay tôi lại nhận được 3 bài toán của thầy BìnhKam, 3 bài toán này liên quan đến so sánh 2 lũy thừa cùng cơ số.

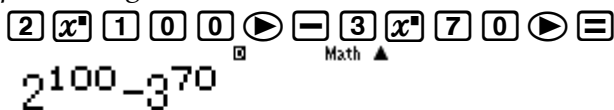
Bài toán 1 : So sánh 2 lũy thừa 32^{10} và 16^{15}

Bài toán 2 : So sánh 2 lũy thừa 2^{100} và 3^{70}

Bài toán 3 : So sánh 2 lũy thừa $2^{2017} - 5^{999}$

Đối với bài toán số 1 thì tôi đã biết cách làm rồi, cơ số 32 và cơ số 16 đều có thể đưa về cơ số 2, vậy $32^{10} = (2^5)^{10} = 2^{5 \cdot 10} = 2^{50}$ và $16^{15} = (2^4)^{15} = 2^{4 \cdot 15} = 2^{60}$. Vậy $32^{10} < 16^{15}$

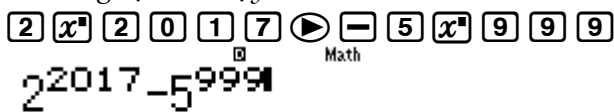
Đối với bài số 2 không thể đưa về cùng cơ số 2 hay 3 vì vậy tôi dùng sự trợ giúp của máy tính Casio, tôi sẽ thiết lập hiệu $2^{100} - 3^{70}$ nếu kết quả ra một giá trị dương thì $2^{100} > 3^{70}$, thật đơn giản phải không !!

 $2^{100} - 3^{70}$

$-2.501887854 \times 10^{33}$

Hay quá ra một giá trị âm, vậy có nghĩa là $2^{100} < 3^{70}$

Tương tự như vậy tôi sẽ làm bài toán số 3 bằng cách nhập hiệu $2^{2017} - 5^{999}$ vào máy tính Casio

 $2^{2017} - 5^{999}$

Và tôi bấm nút =

 Math ERROR

[AC] : Cancel
[◀][▶]: Goto

Các bạn thấy đấy, máy tính không tính được. Tôi chịu rồi !!

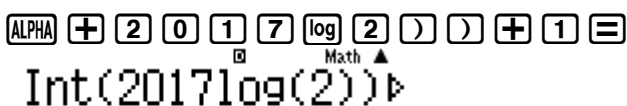
Để so sánh 2 lũy thừa có giá trị quá lớn mà máy tính Casio không tính được thì chúng ta phải sử dụng một thủ thuật, tôi gọi tắt là BSS. Thủ thuật BSS dựa trên một nguyên tắc so sánh như sau : Nếu số A có $n+1$ chữ số thì luôn lớn hơn số B có n chữ số.

Ví dụ như số 1000 có 4 chữ số sẽ luôn lớn hơn số 999 có 3 chữ số.

Vậy tôi sẽ xem 2^{2017} và 5^{999} thì lũy thừa nào có số chữ số nhiều hơn là xong.

Để làm được việc này tôi sẽ sử dụng máy tính Casio nhưng với tính năng cao cấp hơn, các bạn quan sát nhé :

Đầu tiên là với 2^{2017}

 $\text{Int}(2017 \log(2))$

608

TÓM TẮT KỸ THUẬT SỬ DỤNG CASIO - VINACAL HỖ TRỢ GIẢI ĐỀ THI MÔN TOÁN 2017.

Vậy tôi biết 2^{2017} có 608 chữ số

Tiếp theo là với 5^{999}

Int(999log(5))+1

699

Vậy 5^{999} có 699 chữ số

Rõ ràng $608 > 699$ hay $2^{2017} < 5^{999}$. Thật tuyệt vời phải không !!

❖ Bình luận nguyên tắc hình thành lệnh tính nhanh Casio

- Ta thấy quy luật 10^1 có 2 chữ số, 10^2 có 3 chữ số ... 10^k sẽ có $k+1$ chữ số
- Vậy muốn biết 1 lũy thừa A có bao nhiêu chữ số ta sẽ đặt $A=10^k$. Để tìm k ta sẽ logarit cơ số 10 cả 2 vế khi đó $k = \log A$. Vậy số chữ số sẽ là $k+1 = [\log A] + 1$
- Lệnh Int dùng để lấy phần nguyên của 1 số.

2) VÍ DỤ MINH HỌA

VD1-[Bài toán số nguyên tố Mersenne] Đầu năm 2016, Curtis Cooper và các cộng sự nhóm nghiên cứu Đại học Central Mis-souri, Mỹ vừa công bố số nguyên tố lớn nhất tại thời điểm đó. Số nguyên tố này là một số có giá trị bằng $M = 2^{74207281} - 1$. Hỏi số M có bao nhiêu chữ số.

A. 2233862

B. 22338618

C. 22338617

D. 2233863

GIẢI

❖ CASIO

- Ta có $M = 2^{74207281} - 1 \Leftrightarrow M + 1 = 2^{74207281}$
- Đặt $M + 1 = 10^k \Leftrightarrow 2^{74207281} = 10^k \Leftrightarrow k = \log 2^{74207281}$ và số chữ số là $[k] + 1$

Int(74207281log2)

22338618

Vậy $M + 1$ có số chữ số là 22338618

- Ta nhận thấy $M + 1$ có 22338618 chữ số, vậy M có bao nhiêu chữ số? Liệu vẫn là 22338618 chữ số hay suy biến còn 22338617 chữ số.
 - Câu trả lời là không suy biến vì M là lũy thừa bậc của 2 nên tận cùng chỉ có thể là 2, 4, 8, 6 nên khi trừ đi 1 đơn vị vẫn không bị suy biến
- Vậy ta chọn **B** là đáp án chính xác.

❖ Đọc thêm :

- $M = 2^{74207281} - 1$ là số nguyên tố lớn nhất thế giới được phát hiện, gồm 22 triệu chữ số, mất 127 ngày để đọc hết
- Giả sử 1 giây bạn có thể đọc được 2 chữ số, bạn không cần ăn uống, ngủ nghỉ...thì 4 tháng liên tục là quãng thời gian mà bạn cần phải bỏ ra để đọc hết con số nguyên tố lớn nhất thế giới do các nhà toán học phát hiện mới đây. Với tên gọi $M74207281$ con số nguyên tố Mersenne được phát hiện bởi các nhà toán học thuộc GIMPS-tổ chức thành lập năm 1996 chuyên đi tìm những con số nguyên tố.

TÓM TẮT KỸ THUẬT SỬ DỤNG CASIO - VINACAL HỖ TRỢ GIẢI ĐỀ THI MÔN TOÁN 2017.

- Câu chuyện đi tìm số nguyên tố bắt đầu từ một nhà toán học, thần học, triết học tự nhiên, Marin Mersenne (1588-1648). Ông là người đã nghiên cứu các số nguyên tố nhằm cố tìm ra một công thức chung đại diện cho các số nguyên tố. Dựa trên các nghiên cứu của ông, các nhà toán học thế hệ sau đã đưa ra một công thức chung cho các số nguyên tố là $M_p = 2^p - 1$
- Năm 1750 nhà toán học O-le phát hiện ra số nguyên tố M_{31}
Năm 1876 số M_{127} được nhà toán học Pháp Lucas Edouard phát hiện ra
Năm 1996 số nguyên tố lớn nhất thời đó được phát hiện là $M_{1398268}$

VD2-[Khảo sát chất lượng chuyên Lam Sơn – Thanh Hóa năm 2017]

Gọi m là số chữ số cần dùng khi viết số 2^{30} trong hệ thập phân và n là số chữ số cần dùng khi viết số 30^2 trong hệ nhị phân. Ta có tổng $m+n$ là :

- A. 18 B. 20 C. 19 D. 21

GIẢI

❖ CASIO

- Đặt $2^{30} = 10^k \Leftrightarrow k = \log 2^{30}$. Số chữ số của 2^{30} trong hệ thập phân là $[k]+1$

ALPHA $\oplus$ 3 0 $\log$ 2 $\bigcirc$ $\bigcirc$ $\oplus$ 1 $\equiv$
Int(30log(2))+1

10

Vậy số chữ số của 2^{30} trong hệ thập phân là 10

- Đặt $30^2 = 900 = 2^h \Leftrightarrow h = \log_2 900$. Số chữ số của 30^2 trong hệ nhị phân là $[h]+1$

ALPHA $\oplus$ $\log_2$ 2 $\bigcirc$ 9 0 0 $\bigcirc$ $\oplus$ 1 $\equiv$
Int(log₂(900))+1

10

Vậy số chữ số của 30^2 trong hệ nhị phân là 10 $\Rightarrow m+n=10+10=20$

$\Rightarrow$ Đáp số chính xác là B

VD3: Cho tổng $M = C_{2020}^0 + C_{2020}^1 + C_{2020}^2 + \dots + C_{2020}^{2020}$ Khi viết M dưới dạng 1 số trong hệ thập phân thì số này có bao nhiêu chữ số:

- A. 608 B. 609 C. 610 D. 611

GIẢI

❖ CASIO

- Theo khai triển nhị thức Newton thì $(1+1)^{2020} = C_{2020}^0 + C_{2020}^1 + C_{2020}^2 + \dots + C_{2020}^{2020}$

Vậy $M = 2^{2020}$

- Đặt $2^{2020} = 10^k \Leftrightarrow k = \log 2^{2020}$. Số chữ số của M là $[k]+1$

ALPHA $\oplus$ 2 0 2 0 $\log$ 2 $\bigcirc$ $\bigcirc$ $\oplus$ 1 $\equiv$
Int(2020log(2))+1

609

Vậy số chữ số của M là 609. Ta chọn đáp án B

❖ Bình luận :

TÓM TẮT KỸ THUẬT SỬ DỤNG CASIO - VINACAL HỖ TRỢ GIẢI ĐỀ THI MÔN TOÁN 2017.

- Bài toán này là sự kết hợp hay giữa kiến thức lũy thừa và kiến thức về nhị thức Newton. Để làm được bài toán này bằng Casio thì cần có một số kiến thức cơ bản về tổng Nhị thức Newton
- Dạng toán tổng nhị thức Newton được tác giả tóm tắt như sau :
 - +) Cho khai triển tổng $(a+b)^n = C_n^0 a^n b^0 + C_n^1 a^{n-1} b^1 + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \dots + C_n^n a^0 b^n$ và khai triển tổng $(a-b)^n = C_n^0 a^n b^0 - C_n^1 a^{n-1} b^1 + C_n^2 a^{n-2} b^2 - C_n^3 a^{n-3} b^3 \dots + C_n^n a^0 b^n$
 - +) Để quan sát xem tổng nhị thức Newton có dạng là gì ta quan sát 3 thông số : Thông số mũ n thì quan sát tổ hợp C_n^1 ví dụ như xuất hiện C_{2020}^1 thì rõ ràng $n=2020$. Thông số a sẽ có số mũ giảm dần, thông số b sẽ có số mũ tăng dần
 - +) Áp dụng $C_{1999}^0 5^{1999} - C_{1999}^1 5^{1998} 2 + C_{1999}^2 5^{1997} 2^2 - C_{1999}^3 5^{1996} 2^3 + \dots - C_{1999}^{1999} 2^{1999}$ thì rõ ràng $n=1999$, số mũ của a giảm dần vậy $a=5$, số mũ của b tăng dần vậy $b=2$. Ta thu gọn khai triển thành $(5-2)^{1999} = 3^{1999}$

VD4: So sánh nào sau đây là đúng

A. $5^{7123} > 7^{5864}$

B. $5^{7123} < 7^{5864}$

C. $3^{400} < 2^{500}$

D. $4^{1700} > 9^{1200}$

GIẢI

❖ **CASIO**

- Đặt $5^{7123} = 10^k \Leftrightarrow k = \log 5^{7123} = 7123 \log 5 \approx 4978.76 > 4978$

$$\boxed{7} \boxed{1} \boxed{2} \boxed{3} \boxed{\log} \boxed{5} \boxed{)} \boxed{=}$$
$$7123 \log(5)$$

$$4978.763341$$

Vậy $5^{7123} > 10^{4978}$

- Tương tự đặt ta đặt $7^{5864} = 10^h \Leftrightarrow h = \log 7^{5864} \approx 4955.65 < 4956$

$$\boxed{5} \boxed{8} \boxed{6} \boxed{4} \boxed{\log} \boxed{7} \boxed{)} \boxed{=}$$
$$5864 \log(7)$$

$$4955.654907$$

Vậy $7^{5864} < 10^{4956}$

- Tóm lại $5^{7123} > 10^{4978} > 10^{4566} > 7^{5864}$

❖ **Bình luận :**

- Bài toán này nếu ta thực hiện 1 phép Casio ở đẳng cấp thấp là nhập hiệu $5^{7123} - 7^{5864}$ rồi xét dấu thì máy tính không làm được vì vượt qua phạm vi 10^{100}

$$\boxed{5} \boxed{x^y} \boxed{7} \boxed{1} \boxed{2} \boxed{3} \boxed{\rightarrow} \boxed{-} \boxed{7} \boxed{x^y} \boxed{5} \boxed{8} \boxed{6} \boxed{4} \boxed{)} \boxed{=}$$
$$\text{Math ERROR}$$

$$\boxed{[AC]} : \text{Cancel}$$
$$\boxed{[4]} \boxed{[]} : \text{Goto}$$

- Vậy để so sánh 2 đại lượng lũy thừa bậc cao M và N ta sẽ đưa về dạng $M > 10^k > 10^h > N$
- Tuy nhiên việc so sánh 2 lũy thừa sử dụng Casio ở mức độ đơn giản cũng thường xuất hiện trong đề thi của các trường, vậy ta cũng cần tìm hiểu thêm một chút. Các e xem ở ví dụ số 4 dưới đây.

TÓM TẮT KỸ THUẬT SỬ DỤNG CASIO - VINACAL HỖ TRỢ GIẢI ĐỀ THI MÔN TOÁN 2017.

- Ta có cơ số $\frac{\pi}{3} \approx 1.04 > 1$ và số mũ $17 < 18$ vậy $\left(\frac{\pi}{3}\right)^{17} < \left(\frac{\pi}{3}\right)^{18} \Rightarrow$ Đáp án B sai
- Ta có cơ số $\frac{e}{3} \approx 0.906 \in (0;1)$ và số mũ $17 < 18$ vậy $\left(\frac{e}{3}\right)^{17} > \left(\frac{e}{3}\right)^{18} \Rightarrow$ Đáp số C sai

❖ Bình luận

- Để so sánh 2 lũy thừa cùng cơ số a^u và a^v ta sử dụng tính chất sau :
 - +) Nếu cơ số $a > 1$ và $u > v$ thì $a^u > a^v$ (Điều này dẫn tới đáp án B sai)
 - +) Nếu cơ số a thuộc khoảng $(0;1)$ và $u > v$ thì $a^u < a^v$ (Điều này dẫn tới đáp án A sai)

VD6-[THPT-Hà Nội-Amsterdam 2017] (Bài toán xây dựng để chống lại Casio)

Khẳng định nào sau đây sai ?

A. $2^{\sqrt{2}+1} > 2^3$

B. $(\sqrt{2}-1)^{2016} > (\sqrt{2}-1)^{2017}$

C. $\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2016} < \left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2017}$

D. $(\sqrt{3}-1)^{2017} > (\sqrt{3}-1)^{2016}$

GIẢI

❖ Cách 1: CASIO

- Để kiểm tra tính Đúng – Sai của đáp án A ta sẽ thiết lập hiệu $2^{\sqrt{2}+1} - 2^3$. Vậy bài so sánh chuyển về bài bất phương trình $2^{\sqrt{2}+1} - 2^3 > 0$

Rồi nhập hiệu trên vào máy tính Casio

$$2^{\sqrt{2}+1} - 2^3$$

Rồi ta nhấn nút = nếu kết quả ra 1 giá trị dương thì đáp án A đúng còn ra giá trị âm thì đáp án A sai

$$2^{\sqrt{2}+1} - 2^3$$

$$-2.669711715$$

Máy tính Casio báo kết quả ra 1 giá trị âm vậy rõ ràng đáp án A sai.

- Tương tự vậy đối với đáp án B

$$(\sqrt{2}-1)^{2016} - (\sqrt{2}-1)^{2017}$$

$$0$$

Đáp số máy tính báo là 0 điều này là vô lý vì cơ số khác 0 và số mũ khác nhau buộc $(\sqrt{2}-1)^{2016}$ và $(\sqrt{2}-1)^{2017}$ buộc phải khác nhau.

Như vậy trong trường hợp này thì máy tính chịu !!!

❖ Cách 2: Tự luận

- Ngoài phương pháp so sánh 2 lũy thừa cùng cơ số được tác giả trình bày ở Ví dụ 3 thì tại Ví dụ 4 này tác giả xin giới thiệu 1 phương pháp thứ 2 vô cùng hiệu quả có tên là **Phương pháp đặt nhân tử chung**.

TÓM TẮT KỸ THUẬT SỬ DỤNG CASIO - VINACAL HỖ TRỢ GIẢI ĐỀ THI MÔN TOÁN 2017.

▪ Đáp án B : $(\sqrt{2}-1)^{2016} > (\sqrt{2}-1)^{2017} \Leftrightarrow (\sqrt{2}-1)^{2016} - (\sqrt{2}-1)^{2017} > 0$
 $\Leftrightarrow (\sqrt{2}-1)^{2016} [1 - (\sqrt{2}-1)] > 0 \Leftrightarrow (2-\sqrt{2})(\sqrt{2}-1)^{2016} > 0$

Dễ thấy $2-\sqrt{2} > 0$ và $(\sqrt{2}-1)^{2016} > 0$ vậy $(2-\sqrt{2})(\sqrt{2}-1)^{2016} > 0 \Rightarrow$ Đáp số **B** đúng

❖ **Bình luận :**

- Theo thuật toán của Casio thì những đại lượng dương mà nhỏ hơn 10^{-100} hoặc lớn hơn -10^{-100} thì sẽ được hiển thị là 0.

Đây là kẻ hở để các trường ra bài toán so sánh lũy thừa chống lại Casio

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1-[Bài toán số nguyên tố Fecmat] Nhà toán học Pháp Pierre de Fermat là người đầu tiên đưa ra khái niệm số Fecmat $F_n = 2^{2^n} + 1$ là một số nguyên tố với n là số dương không âm. Hãy tìm số chữ số của F_{13}

- A. 1243 B. 1234 C. 2452 D. 2467

***Chú ý :** Sự dự đoán của Fecmat là sai lầm vì nhà toán học O le đã chứng minh được F_5 là hợp số.

Bài 2: Cho tổng $M = C_{1642}^0 3^{1642} + C_{1642}^1 3^{1641} 2 + C_{1642}^3 3^{1640} 2^3 + \dots + C_{1642}^{1642} 2^{1642}$ Khi viết M dưới dạng 1 số trong hệ thập phân thì số này có bao nhiêu chữ số:

- A. 608 B. 609 C. 610 D. 611

***Chú ý :** 1642 là năm sinh của nhà toán học, vật lý học, thiên văn học, thần học, giả kim thuật vĩ đại người Anh Isaac Newton.

Bài 3: So sánh nào sau đây là đúng

- A. $11^{2003} > 9^{2500}$ B. $23^{693} < 25^{600}$ C. $29^{445} < 31^{523}$ D. $29^{445} > 31^{523}$

Bài 4-[Thi thử THPT Ngọc Hồi - Hà Nội lần 1 năm 2017] Cho a, b là hai số tự nhiên lớn hơn 1 thỏa mãn $a+b=10$ và $a^{12}b^{2016}$ là một số tự nhiên có 973 chữ số. Cặp a, b thỏa mãn bài toán là :

- A. (5;5) B. (6;4) C. (8;2) D. (7;3)

Bài 5-[THPT Ngọc Hồi - Hà Nội 2017] Kết quả nào sau đây đúng :

- A. $\left(\frac{\pi}{6}\right)^{17} < \left(\frac{\pi}{6}\right)^{18}$ B. $\left(\frac{\pi}{3}\right)^{17} > \left(\frac{\pi}{3}\right)^{18}$
 C. $\left(\frac{e}{3}\right)^{17} > \left(\frac{e}{3}\right)^{18}$ D. $\left(\frac{e}{2}\right)^{17} > \left(\frac{e}{2}\right)^{18}$

Bài 6-[THPT Nguyễn Trãi - Hà Nội 2017] Mệnh đề nào sau đây đúng :

- A. $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^4 < (\sqrt{3}-\sqrt{2})^5$ B. $(\sqrt{11}-\sqrt{2})^6 > (\sqrt{11}-\sqrt{2})^7$
 C. $(2-\sqrt{2})^3 < (2-\sqrt{2})^4$ D. $(4-\sqrt{2})^3 < (4-\sqrt{2})^4$

Bài 7-[THPT Thăng Long - Hà Nội 2017] Khẳng định nào sau đây đúng :

- A. $(3^2)^{\frac{1}{2}} > (3^3)^{\frac{1}{3}}$ B. $(2-\sqrt{3})^{\sqrt{2}} > 1$
 C. $(\sqrt{2}-1)^{-3} > (\sqrt{2}+1)^{\sqrt{3}}$ D. $(0,3)^{\sqrt{3}} > (0,3)^2$

TÓM TẮT KỸ THUẬT SỬ DỤNG CASIO - VINACAL HỖ TRỢ GIẢI ĐỀ THI MÔN TOÁN 2017.

Bài 1-[Bài toán số nguyên tố Fecmat] Nhà toán học Pháp Pierre de Fermat là người đầu tiên đưa ra khái niệm số Fecmat $F_n = 2^{2^n} + 1$ là một số nguyên tố với n là số dương không âm. Hãy tìm số chữ số của F_{13} trong hệ nhị phân

A. 1243

B. 1234

C. 2452

D. 2467

GIẢI

❖ Casio

- Số F_{13} có dạng $2^{2^{13}} + 1$. Ta thấy số $2^{2^{13}} + 1$ không thể tận cùng là 9 nên số chữ số của $2^{2^{13}} + 1$ cũng chính là số chữ số của $2^{2^{13}}$ trong hệ thập phân.
- Đặt $2^{2^{13}} = 10^k \Leftrightarrow k = 2^{13} \log(2)$. Số chữ số của $2^{2^{13}}$ trong hệ thập phân là $[k] + 1$

ALPHA $\boxed{+}$ $\boxed{2}$ $\boxed{x^y}$ $\boxed{1}$ $\boxed{3}$ $\boxed{\rightarrow}$ $\boxed{\log}$ $\boxed{2}$ $\boxed{)}$ $\boxed{)}$ $\boxed{+}$ $\boxed{1}$ $\boxed{=}$

Int($2^{13} \log(2)$)) + 1

2467

$\Rightarrow$ Đáp số chính xác là D

Bài 2: Cho tổng $M = C_{1642}^0 3^{1642} + C_{1642}^1 3^{1641} 2 + C_{1642}^2 3^{1640} 2^2 + \dots + C_{1642}^{1642} 2^{1642}$ Khi viết M dưới dạng 1 số trong hệ thập phân thì số này có bao nhiêu chữ số:

A. 608

B. 1148

C. 2610

D. 911

*Chú ý : 1642 là năm sinh của nhà toán học, vật lý học, thiên văn học, thần học, giả kim thuật vĩ đại người Anh Isaac Newton.

GIẢI

❖ Casio

- Rút gọn khai triển nhị thức Newton $M = (3+2)^{1642} = 5^{1642}$
- Đặt $5^{1642} = 10^k \Leftrightarrow k = 1642 \log(5)$. Số chữ số của 5^{1642} trong hệ thập phân là $[k] + 1$

ALPHA $\boxed{+}$ $\boxed{1}$ $\boxed{6}$ $\boxed{4}$ $\boxed{2}$ $\boxed{\log}$ $\boxed{5}$ $\boxed{)}$ $\boxed{)}$ $\boxed{+}$ $\boxed{1}$ $\boxed{=}$

Int($1642 \log(5)$)) + 1

1148

$\Rightarrow$ Đáp số chính xác là B

Bài 3: So sánh nào sau đây là đúng

A. $11^{2003} > 9^{2500}$

B. $23^{693} < 25^{600}$

C. $29^{445} < 31^{523}$

D. $29^{445} > 31^{523}$

GIẢI

❖ Casio

- Số chữ số của 11^{2003} và 9^{2500} trong hệ thập phân lần lượt là :

ALPHA $\boxed{+}$ $\boxed{2}$ $\boxed{0}$ $\boxed{0}$ $\boxed{3}$ $\boxed{\log}$ $\boxed{1}$ $\boxed{1}$ $\boxed{)}$ $\boxed{)}$ $\boxed{+}$ $\boxed{1}$ $\boxed{=}$ ALPHA $\boxed{+}$ $\boxed{2}$ $\boxed{5}$ $\boxed{0}$ $\boxed{0}$ $\boxed{\log}$ $\boxed{9}$ $\boxed{)}$ $\boxed{)}$ $\boxed{+}$ $\boxed{1}$ $\boxed{=}$

Int($2003 \log(11)$)) Int($2500 \log(9)$))

2086

2386

Số chữ số của 9^{2500} nhiều hơn số chữ số của 11^{2003} nên $9^{2500} > 11^{2003} \Rightarrow$ A sai

- Số chữ số của 23^{693} và 25^{600} trong hệ thập phân lần lượt là :
 $Q + 693 \log(23) + 1 = Q + 600 \log(25) + 1 =$

$$\text{Int}(693\log(23)) \quad \text{Int}(600\log(25))$$

944

839

Số chữ số của 23^{693} nhiều hơn số chữ số của 25^{600} nên $23^{693} > 25^{600} \Rightarrow \mathbf{B}$ sai

- Số chữ số của 29^{445} và 31^{523} trong hệ thập phân lần lượt là :

$$\text{Int}(445\log(29)) \quad \text{Int}(523\log(31))$$

$$\text{Int}(445\log(29)) \quad \text{Int}(523\log(31))$$

651

780

Số chữ số của 29^{445} nhỏ hơn số chữ số của 31^{523} nên $29^{445} < 31^{523} \Rightarrow \mathbf{B}$ là đáp số chính xác

Bài 4: Cho a, b là hai số tự nhiên lớn hơn 1 thỏa mãn $a+b=10$ và $a^{12}b^{2016}$ là một số tự nhiên có 973 chữ số. Cặp a, b thỏa mãn bài toán là :

A. (5;5)

B. (6;4)

C. (8;2)

D. (7;3)

GIẢI

❖ Casio

- Ta có $a+b=10 \Rightarrow a=10-b$. Khi đó $a^{12}b^{2016} = (10-b)^{12}b^{2016}$
- Đặt $(10-b)^{12}b^{2016} = 10^k \Leftrightarrow k = \log[(10-b)^{12}b^{2016}] = 12\log(10-b) + 2016\log b$

Số chữ số của $(10-b)^{12}b^{2016}$ là $[k]+1$

- Với đáp số A : $a=b=5$. Số chữ số của $5^{12}5^{2016}$ là 1418 khác 973 $\Rightarrow$ Đáp số A sai

$$\text{Int}(12\log(5)+2016\log(5))$$

$$\text{Int}(12\log(5)+2016\log(5))$$

1418

- Với đáp số B : $a=6; b=4$. Số chữ số của $6^{12}4^{2016}$ là 1224 khác 973 $\Rightarrow$ Đáp số B sai

$$\text{Int}(12\log(6)+2016\log(4))$$

$$\text{Int}(12\log(6)+2016\log(4))$$

1224

- Tương tự với $a=7; b=3$. Số chữ số của $7^{12}3^{2016}$ là 973 $\Rightarrow$ Đáp số C chính xác

$$\text{Int}(12\log(7)+2016\log(3))$$

$$\text{Int}(12\log(7)+2016\log(3))$$

973

PHƯƠNG PHÁP CASIO – VINACAL

BÀI 15. TÍNH NHANH GIÁ TRỊ BIỂU THỨC MŨ – LOGARIT.

1) PHƯƠNG PHÁP HỆ SỐ HÓA BIẾN

-**Bước 1** : Dựa vào hệ thức điều kiện buộc của đề bài chọn giá trị thích hợp cho biến

-**Bước 2** : Tính các giá trị liên quan đến biến rồi gán vào A, B, C nếu các giá trị tính được lẻ

-**Bước 3** : Quan sát 4 đáp án và chọn đáp án chính xác

2) VÍ DỤ MINH HỌA

VD1-[Đề minh họa THPT Quốc gia 2017] Đặt $a = \log_2 3$, $b = \log_5 3$. Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo a và b

A. $\log_6 45 = \frac{a + 2ab}{ab}$

B. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab}$

C. $\log_6 45 = \frac{a + 2ab}{ab + b}$

D. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab + b}$

GIẢI

❖ Cách 1 : CASIO

➤ Tính giá trị của $a = \log_2 3$. Vì giá trị của a ra một số lẻ vậy ta lưu a vào A

$\log_2(3)$ $\text{Ans} \rightarrow A$

1.584962501

1.584962501

➤ Tính giá trị của $b = \log_5 3$ và lưu vào B

$\log_5(3)$ $\text{Ans} \rightarrow B$

0.6826061945

0.6826061945

➤ Bắt đầu ta kiểm tra tính đúng sai của đáp án A. Nếu đáp án A đúng thì hiệu

$\log_6 45 - \frac{a + 2ab}{ab}$ phải bằng 0. Ta nhập hiệu trên vào máy tính Casio và bấm nút =

$\log_6(45) - \frac{A+2AB}{AB}$

-1.340434733

Kết quả hiển thị của máy tính Casio là 1 giá trị khác 0 vậy đáp án A sai

➤ Tương tự như vậy ta kiểm tra lần lượt từng đáp án và ta thấy hiệu $\log_6 45 - \frac{a + 2ab}{ab + b}$ bằng 0

$\log_6(45) - \frac{A+2AB}{AB+B}$

0

TÓM TẮT KỸ THUẬT SỬ DỤNG CASIO - VINACAL HỖ TRỢ GIẢI ĐỀ THI MÔN TOÁN 2017.

Vậy $\log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab+b}$ hay đáp số **C** là đúng

❖ Cách tham khảo : Tự luận

- Ta có $a = \log_2 3 = \frac{1}{\log_3 2} \Rightarrow \log_3 2 = \frac{1}{a}$ và $\log_3 5 = \frac{1}{b}$
- Vậy $\log_6 45 = \frac{\log_3 45}{\log_3 6} = \frac{\log_3 (3^2 \cdot 5)}{\log_3 (3 \cdot 2)} = \frac{2 + \log_3 5}{1 + \log_3 2} = \frac{2 + \frac{1}{b}}{1 + \frac{1}{a}} = \frac{a + 2ab}{ab + b}$

❖ Bình luận

- Cách tự luận trong dạng bài này chủ yếu để kiểm tra công thức đổi cơ số : công thức 1 : $\log_a x = \frac{1}{\log_x a}$ (với $a \neq 1$) và công thức 2 : $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_a b}$ (với $b > 0; b \neq 1$)
- Cách Casio có vẻ nhiều thao tác nhưng dễ thực hiện và độ chính xác 100%. Nếu tự tin cao thì làm tự luận, nếu tự tin thấp thì nên làm Casio vì làm tự luận mà biến đổi sai 1 lần thôi rồi làm lại thì thời gian còn tốn hơn cả làm theo Casio

VD2-[THPT Yên Thế - Bắc Giang 2017] Cho $9^x + 9^{-x} = 23$. Khi đó biểu thức $P = \frac{5+3^x+3^{-x}}{1-3^x-3^{-x}}$ có giá trị bằng?

- A. 2 B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{5}{2}$

GIẢI

❖ Cách 1 : CASIO

- Từ phương trình điều kiện $9^x + 9^{-x} = 23$ ta có thể dò được nghiệm bằng chức năng SHIFT SOLVE

Lưu nghiệm này vào giá trị A

- Để tính giá trị biểu thức P ta chỉ cần gán giá trị $x = A$ sẽ được giá trị của P

Vậy rõ ràng **D** là đáp số chính xác

❖ Cách tham khảo : Tự luận

- Đặt $t = 3^x + 3^{-x} \Leftrightarrow t^2 = 9^x + 9^{-x} + 2 = 25 \Leftrightarrow t = \pm 5$
 Vì $3^x + 3^{-x} > 0$ vậy $t > 0$ hay 5
- Với $3^x + 3^{-x} = 5$. Thế vào P ta được $P = \frac{5+5}{1-5} = -\frac{5}{2}$

❖ Bình luận

TÓM TẮT KỸ THUẬT SỬ DỤNG CASIO - VINACAL HỖ TRỢ GIẢI ĐỀ THI MÔN TOÁN 2017.

- Một bài toán hay thể hiện sức mạnh của Casio
- Nếu trong một phương trình có cụm $a^x + a^{-x}$ thì ta đặt ẩn phụ là cụm này, khi đó ta có thể biểu diễn $a^{2x} + a^{-2x} = t^2 - 2$ và $a^{3x} - a^{-3x} = t^3 - 3t$

VD3-[Chuyên Khoa Học Tự Nhiên 2017] Cho $\log_9 x = \log_{12} y = \log_{16} (x+y)$ Giá trị của tỉ số $\frac{x}{y}$ là ?

A. $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$

B. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

C. 1

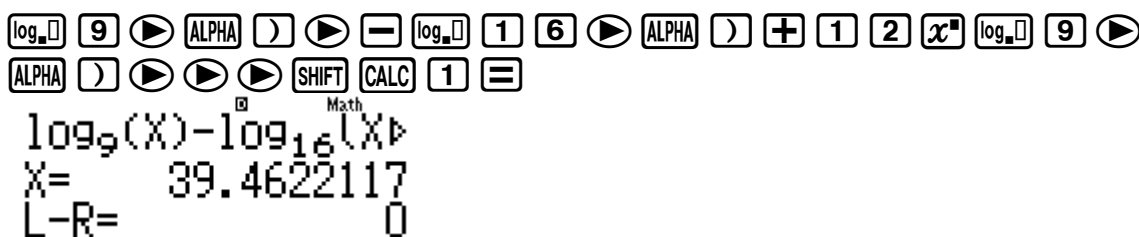
D. 2

GIẢI

❖ **Cách 1 : CASIO**

➤ Từ đẳng thức $\log_9 x = \log_{12} y \Rightarrow y = 12^{\log_9 x}$. Thay vào hệ thức $\log_9 x = \log_{16} (x+y)$ ta được : $\log_9 x - \log_{16} (x + 12^{\log_9 x}) = 0$

➤ Ta có thể dò được nghiệm phương trình $\log_9 x - \log_{16} (x + 12^{\log_9 x}) = 0$ bằng chức năng SHIFT SOLVE

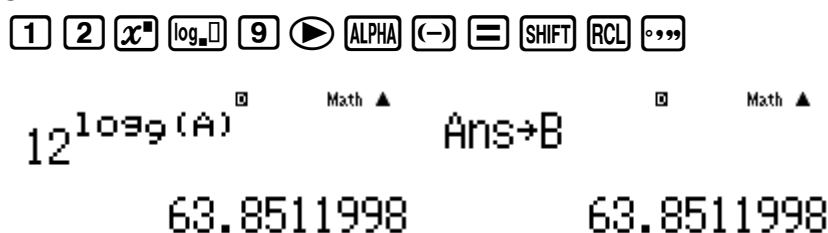


Lưu nghiệm này vào giá trị A

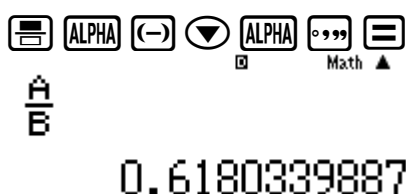


39.4622117

➤ Ta đã tính được giá trị x vậy dễ dàng tính được giá trị $y = 12^{\log_9 x}$. Lưu giá trị y này vào biến B



➤ Tới đây ta dễ dàng tính được tỉ số $\frac{x}{y} = \frac{A}{B}$



Đây chính là giá trị $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ và đáp số chính xác là **B**

❖ **Cách tham khảo : Tự luận**

▪ Đặt $\log_9 x = \log_{12} y = \log_{16} (x+y) = t$ vậy $x = 9^t; y = 12^t; x+y = 16^t$

▪ Ta thiết lập phương trình $\frac{x}{y} = \frac{3^x}{4^x} = \left(\frac{3}{4}\right)^x$ và $\frac{x}{y} + 1 = \frac{x+y}{y} = \frac{16^x}{12^x} = \left(\frac{4}{3}\right)^x$

$$\text{Vậy } \frac{x}{y} \left(\frac{x}{y} + 1 \right) = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{x}{y} \right)^2 + \frac{x}{y} - 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{y} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\text{Vì } \frac{x}{y} > 0 \text{ nên } \frac{x}{y} = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$$

❖ **Bình luận**

- Một bài toán cực khó nếu tính theo tự luận
- Nhưng nếu xử lý bằng Casio thì cũng tương đối dễ dàng và độ chính xác là 100%

VD4-[THPT Nguyễn Trãi – HN 2017] Cho $K = \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}} \right)^2 \left(1 - 2\sqrt{\frac{y}{x} + \frac{y}{x}} \right)^{-1}$ với $x > 0, y > 0$. Biểu thức rút gọn của K là ?

- A. x B. $2x$ C. $x+1$ D. $x-1$

GIẢI

❖ **Cách 1 : CASIO**

- Ta hiểu nếu đáp án A đúng thì $K = x$ hay hiệu $\left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}} \right)^2 \left(1 - 2\sqrt{\frac{y}{x} + \frac{y}{x}} \right)^{-1} - x$ bằng 0 với mọi giá trị x, y thỏa mãn điều kiện $x > 0, y > 0$

- Nhập hiệu trên vào máy tính Casio

$$\left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}} \right)^2 \left(1 - 2\sqrt{\frac{y}{x} + \frac{y}{x}} \right)^{-1} - x$$

Chọn 1 giá trị $X = 1.25$ và $Y = 3$ bất kì thỏa $x > 0, y > 0$ rồi dùng lệnh gán giá trị CALC

Ans→A

39.4622117

- Ta đã tính được giá trị x vậy dễ dàng tính được giá trị $y = 12^{\log_9 x}$

$$\left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}} \right)^2 \left(1 - 2\sqrt{\frac{y}{x} + \frac{y}{x}} \right)^{-1} - x$$

Vậy ta khẳng định 90% đáp án A đúng

- Để cho yên tâm ta thử chọn giá trị khác, ví dụ như $X = 0.55, Y = 1.12$

$$\left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}} \right)^2 \left(1 - 2\sqrt{\frac{y}{x} + \frac{y}{x}} \right)^{-1} - x$$

Kết quả vẫn ra là 0, vậy ta chắc chắn A là đáp số chính xác

❖ **Cách tham khảo : Tự luận**

- Rút gọn $\left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}} \right)^2 = (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2$

▪ Rút gọn $\left(1 - 2\sqrt{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}\right)^{-1} = \left[\left(\sqrt{\frac{y}{x}} - 1\right)^2\right]^{-1} = \left(\frac{\sqrt{y} - \sqrt{x}}{\sqrt{x}}\right)^{-2} = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y} - \sqrt{x}}\right)^2$

Vậy $K = (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y} - \sqrt{x}}\right)^2 = x$

❖ **Bình luận**

- Chúng ta cần nhớ nếu 1 khẳng định (1 hệ thức đúng) thì nó sẽ đúng với mọi giá trị x, y thỏa mãn điều kiện đề bài . Vậy ta chỉ cần chọn các giá trị $X, Y > 0$ để thử và ưu tiên các giá trị này hơi lẻ, tránh số tránh (có khả năng xảy ra trường hợp đặc biệt)

VD5-[Thi thử Báo Toán Học Tuổi Trẻ 2017]

Cho hàm số $f(x) = 2^{x^2+1}$ Tính giá trị của biểu thức $T = 2^{-x^2-1} \cdot f'(x) - 2x \ln 2 + 2$

A. -2

B. 2

C. 3

D. 1

GIẢI

❖ **Cách 1 : CASIO**

- Vì đề bài không nói rõ x thỏa mãn điều kiện ràng buộc gì nên ta có thể chọn một giá trị bất kì của x để tính giá trị biểu thức T . Ví dụ ta chọn $x = 2$

Khi đó $T = 2^{-4-1} f'(2) - 4 \ln 2 + 2$

$$2^{-4-1} \times \frac{d}{dx} (2^{x^2+1})$$

⇒ Đáp số chính xác là B

❖ **Cách tham khảo : Tự luận**

- Tính $f'(x) = 2^{x^2+1} \cdot \ln 2 \cdot (x^2+1)' = 2x \cdot \ln 2 \cdot 2^{x^2+1}$ và
- Thế vào $T = 2^{-x^2-1} \cdot 2x \ln 2 \cdot 2^{x^2+1} - 2x \ln 2 + 2 = 2x \ln 2 - 2x \ln 2 + 2 = 2$

❖ **Bình luận**

- Với bài toán không cho biểu thức ràng buộc của x có nghĩa là x là bao nhiêu cũng được. Ví dụ thay vì chọn $x = 2$ như ở trên, ta có thể chọn $x = 3$ khi đó $T = 2^{-9-1} \cdot f'(3) - 6 \ln 2 + 2$ kết quả vẫn ra 2 mà thôi.

$$2^{-9-1} \times \frac{d}{dx} (2^{x^2+1})$$

- Chú ý công thức đạo hàm $(a^u)' = a^u \cdot \ln a \cdot u'$ học sinh rất hay nhầm

VD6-[Báo Toán Học Tuổi Trẻ 2017] Rút gọn biểu thức $\frac{a^{\sqrt{3}+1} \cdot a^{2-\sqrt{3}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}}$ (với $a > 0$) được kết quả :

A. a^4

B. a

C. a^5

D. a^3

GIẢI

❖ **Cách 1 : CASIO**

TÓM TẮT KỸ THUẬT SỬ DỤNG CASIO - VINACAL HỖ TRỢ GIẢI ĐỀ THI MÔN TOÁN 2017.

- Ta phải hiểu nếu đáp **A** đúng thì hiệu $\frac{a^{\sqrt{3}+1}.a^{2-\sqrt{3}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}} - a^4$ phải = 0 với mọi giá trị của a

- Nhập hiệu trên vào máy tính Casio

$$\frac{(\sqrt{3}+1) \times (\sqrt{2}-\sqrt{3})}{(\sqrt{2}-2)^{\sqrt{2}+2}} - a^4$$

$$\frac{(\sqrt{3}+1) \times (\sqrt{2}-\sqrt{3})}{(\sqrt{2}-2)^{\sqrt{2}+2}} - a^4$$

Chọn một giá trị a bất kỳ (ưu tiên A lẻ), ta chọn $a = 1.25$ chẳng hạn rồi dùng lệnh tính giá trị

CALC

$$\frac{(\sqrt{3}+1) \times (\sqrt{2}-\sqrt{3})}{(\sqrt{2}-2)^{\sqrt{2}+2}} - a^4$$

Vậy hiệu trên khác 0 hay đáp án A sai

- Bắt đầu ta kiểm tra tính đúng sai của đáp án **A**. Nếu đáp án **A** đúng thì hiệu

$$\log_6 45 - \frac{a+2ab}{ab}$$
 phải bằng 0. Ta nhập hiệu trên vào máy tính Casio và bấm nút $\boxed{=}$

$$\log_6(45) - \frac{A+2AB}{AB}$$

$$\log_6(45) - \frac{A+2AB}{AB}$$

Kết quả hiển thị của máy tính Casio là 1 giá trị khác 0 vậy đáp án **A** sai

- Để kiểm tra đáp số B ta sửa hiệu trên thành $\frac{a^{\sqrt{3}+1}.a^{2-\sqrt{3}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}} - a$

$$\frac{(\sqrt{3}+1) \times (\sqrt{2}-\sqrt{3})}{(\sqrt{2}-2)^{\sqrt{2}+2}} - a$$

Rồi lại tính giá trị của hiệu trên với $a = 1.25$

$$\frac{(\sqrt{3}+1) \times (\sqrt{2}-\sqrt{3})}{(\sqrt{2}-2)^{\sqrt{2}+2}} - a$$

Vẫn ra 1 giá trị khác 0 vậy B sai.

- Tương tự vậy ta sẽ thấy hiệu $\frac{a^{\sqrt{3}+1}.a^{2-\sqrt{3}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}} - a^5$

$$\frac{(\sqrt{3}+1) \times (\sqrt{2}-\sqrt{3})}{(\sqrt{2}-2)^{\sqrt{2}+2}} - a^5$$

0

TÓM TẮT KỸ THUẬT SỬ DỤNG CASIO - VINACAL HỖ TRỢ GIẢI ĐỀ THI MÔN TOÁN 2017.

Vậy đáp số C là đáp số chính xác

❖ Cách tham khảo : Tự luận

- Ta rút gọn tử số $a^{\sqrt{3}+1} \cdot a^{2-\sqrt{3}} = a^{\sqrt{3}+1+(2-\sqrt{3})} = a^3$
- Tiếp tục rút gọn mẫu số $\left(a^{\sqrt{2}-2}\right)^{\sqrt{2}+2} = a^{(\sqrt{2}-2)(\sqrt{2}+2)} = a^{2-4} = a^{-2}$
- Vậy phân thức trở thành $\frac{a^3}{a^{-2}} = a^{3-(-2)} = a^5$

❖ Bình luận

- Nhắc lại một số công thức hàm số mũ cơ bản xuất hiện trong ví dụ : $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$,
 $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$, $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1-[Chuyên Khoa Học Tự Nhiên 2017] Cho $\log_2(\log_8 x) = \log_8(\log_2 x)$ thì $(\log_2 x)^2$ bằng ?

- A. 3 B. $3\sqrt{3}$ C. 27 D. $\frac{1}{3}$

Bài 2-[Chuyên Lam Sơn – Thanh Hóa 2017] Nếu $\log_{12} 6 = a, \log_{12} 7 = b$ thì :

- A. $\log_2 7 = \frac{a}{1-b}$ B. $\log_2 7 = \frac{b}{1-a}$ C. $\log_2 7 = \frac{a}{1+b}$ D. $\log_2 7 = \frac{b}{1+a}$

Bài 3-[Báo Toán Học Tuổi Trẻ 2017] Rút gọn biểu thức $\frac{a^{\sqrt{3}+1} \cdot a^{2-\sqrt{3}}}{\left(a^{\sqrt{2}-2}\right)^{\sqrt{2}+2}}$ (với $a > 0$) được kết quả :

- A. a^4 B. a C. a^5 D. a^3

Bài 4-[THPT HN Amsterdam 2017] Biến đổi $\sqrt[3]{x^5} \sqrt{x}$ ($x > 0$) thành dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ, ta được :

- A. $x^{\frac{20}{21}}$ B. $x^{\frac{21}{12}}$ C. $x^{\frac{20}{5}}$ D. $x^{\frac{12}{5}}$

Bài 5-[Thi thử Chuyên Sư Phạm lần 1 năm 2017] Tìm x biết $\log_3 x = 4\log_3 a + 7\log_3 b$:

- A. $x = a^3 b^7$ B. $x = a^4 b^7$ C. $x = a^4 b^6$ D. $x = a^3 b^6$

Bài 6-[THPT Kim Liên – HN 2017] Cho hàm số $y = 2016 \cdot e^{x \cdot \ln \frac{1}{8}}$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. $y' + 2y \ln 2 = 0$ B. $y' + 3y \ln 2 = 0$ C. $y' - 8y \ln 2 = 0$ D. $y' + 8y \ln 2 = 0$

Bài 7-[THPT Nguyễn Trãi – HN 2017] Cho $K = \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right)^2 \left(1 - 2\sqrt{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}\right)^{-1}$ với $x > 0, y > 0$.

Biểu thức rút gọn của K là ?

- A. x B. $2x$ C. $x+1$ D. $x-1$

Bài 8-[THPT Phạm Hồng Thái – HN 2017] Cho $a, b > 0; a^2 + b^2 = 1598ab$ Mệnh đề đúng là ;

- A. $\log \frac{a+b}{40} = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$ B. $\log \frac{a+b}{40} = \log a + \log b$
C. $\log \frac{a+b}{40} = \frac{1}{4}(\log a + \log b)$ D. $\log \frac{a+b}{40} = 2(\log a + \log b)$

Bài 9-[Thi Học sinh giỏi tỉnh Phú Thọ năm 2017]

Cho các số $a > 0, b > 0, c > 0$ thỏa mãn $4^a = 6^b = 9^c$. Tính giá trị biểu thức $T = \frac{b}{a} + \frac{b}{c}$

- A. 1 B. $\frac{3}{2}$ C. 2 D. $\frac{5}{2}$

LỜI GIẢI BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1-[Chuyên Khoa Học Tự Nhiên 2017] Cho $\log_2(\log_8 x) = \log_8(\log_2 x)$ thì $(\log_2 x)^2$ bằng ?

- A. 3 B. $3\sqrt{3}$ C. 27 D. $\frac{1}{3}$

GIẢI

- Phương trình điều kiện $\Leftrightarrow \log_2(\log_8 x) - \log_8(\log_2 x) = 0$. Dò nghiệm phương trình, lưu vào A

$\log_2(\log_8(X)) - \log_8(\log_2(X)) = 0$ Ans→A
 $X = 36.66044576$
 $L-R = 0$ 36.66044576

- Thế $x = A$ để tính $(\log_2 x)^2$

$\log_2(A)^2$
 27

$\Rightarrow$ Đáp số chính xác là C

Bài 2-[Chuyên Lam Sơn – Thanh Hóa 2017] Nếu $\log_{12} 6 = a, \log_{12} 7 = b$ thì :

- A. $\log_2 7 = \frac{a}{1-b}$ B. $\log_2 7 = \frac{b}{1-a}$ C. $\log_2 7 = \frac{a}{1+b}$ D. $\log_2 7 = \frac{b}{1+a}$

GIẢI

- Tính $\log_{12} 6$ rồi lưu vào A

$\log_{12}(6)$ Ans→A
 0.7210570543 0.7210570543

- Tính $\log_{12} 7$ rồi lưu vào B

$\log_{12}(7)$ Ans→B
 0.7830918514 0.7830918514

Ta thấy $\log_2 7 - \frac{b}{1-a} = 0 \Rightarrow$ Đáp số chính xác là B

$\log_2(7) - \frac{B}{1-A}$
 0

Bài 3-[Báo Toán Học Tuổi Trẻ 2017] Rút gọn biểu thức $\frac{a^{\sqrt{3}+1} \cdot a^{2-\sqrt{3}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}}$ (với $a > 0$) được kết quả :

- A. a^4 B. a C. a^5 D. a^3

GIẢI

- Chọn $a > 0$ ví dụ như $a = 1.25$ chẳng hạn. Tính giá trị $\frac{1.25^{\sqrt{3}+1} \cdot 1.25^{2-\sqrt{3}}}{(1.25^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}}$ rồi lưu vào A

$$\left(\frac{1.25^{\sqrt{3}+1} \cdot 1.25^{2-\sqrt{3}}}{(1.25^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}} \right)$$

$$\frac{3125}{1024}$$

- Ta thấy $\frac{3125}{1024} = (1.25)^5 = a^5 \Rightarrow$ Đáp số chính xác là C

Bài 4-[THPT HN Amsterdam 2017] Biến đổi $\sqrt[3]{x^5} \sqrt[4]{x}$ ($x > 0$) thành dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ, ta được :

- A. $x^{\frac{20}{21}}$ B. $x^{\frac{21}{12}}$ C. $x^{\frac{20}{5}}$ D. $x^{\frac{12}{5}}$

GIẢI

- Chọn $a > 0$ ví dụ như $a = 1.25$ chẳng hạn. Tính giá trị $\sqrt[3]{1.25^5} \sqrt[4]{1.25}$ rồi lưu vào A

$$\sqrt[3]{1.25^5} \sqrt[4]{1.25}$$

$$1.477721264$$

- Ta thấy $A = (1.25)^{\frac{21}{12}} = a^{\frac{21}{12}} \Rightarrow$ Đáp số chính xác là B

Bài 5-[Thi thử Chuyên Sư Phạm lần 1 năm 2017] Tìm x biết $\log_3 x = 4\log_3 a + 7\log_3 b$:

- A. $x = a^3 b^7$ B. $x = a^4 b^7$ C. $x = a^4 b^6$ D. $x = a^3 b^6$

GIẢI

- Theo điều kiện tồn tại của hàm logarit thì ta chọn $a, b > 0$. Ví dụ ta chọn $a = 1.125$ và $b = 2.175$ Khi đó $\log_3 x = 4\log_3 a + 7\log_3 b \Leftrightarrow x = 3^{4\log_3 a + 7\log_3 b}$.

$$3^{(4\log_3(1.125) + 7\log_3(2.175))}$$

$$368.8288792$$

- Thử các đáp án ta thấy $x = (1.125)^4 (2.175)^7 \Rightarrow$ Đáp số chính xác là B

$$(1.125)^4 \times (2.175)^7$$

$$368.8288792$$

Bài 6-[THPT Kim Liên - HN 2017] Cho hàm số $y = 2016.e^{x \cdot \ln \frac{1}{8}}$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $y' + 2y \ln 2 = 0$ B. $y' + 3y \ln 2 = 0$ C. $y' - 8y \ln 2 = 0$ D. $y' + 8y \ln 2 = 0$

GIẢI

- Chọn $x = 1.25$ tính $y = 2016.e^{1.25 \ln \frac{1}{8}}$ rồi lưu vào A

TÓM TẮT KỸ THUẬT SỬ DỤNG CASIO - VINACAL HỖ TRỢ GIẢI ĐỀ THI MÔN TOÁN 2017.

$$2016 \times e^{1.25 \ln(1 + \frac{1}{2})} \quad \text{Ans} \rightarrow A$$

$$149.8400965 \quad 149.8400965$$

- Tính $y'(1.25)$ rồi lưu vào B

$$\frac{d}{dx}(2016 \times e^{x \times \ln(1 + \frac{1}{2})}) \quad \text{Ans} \rightarrow B$$

$$-311.5837213 \quad -311.5837213$$

Rõ ràng $B + 3 \ln 2 \cdot A = 0 \Rightarrow$ Đáp số chính xác là B

Bài 7-[THPT Nguyễn Trãi – HN 2017] Cho $K = \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right)^2 \left(1 - 2\sqrt{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}\right)^{-1}$ với $x > 0, y > 0$.

Biểu thức rút gọn của K là ?

- A. x B. $2x$ C. $x+1$ D. $x-1$

GIẢI

- Chọn $x = 1.125$ và $y = 2.175$ rồi tính giá trị biểu thức K

$$(1.125^{0.5} - 2.175^{0.5})^2 \left(1 - 2\sqrt{\frac{2.175}{1.125}} + \frac{2.175}{1.125}\right)^{-1}$$

$$\frac{9}{8}$$

- Rõ ràng $K = \frac{9}{8} = 1.125 = x \Rightarrow$ Đáp số chính xác là A

Bài 8-[THPT Phạm Hồng Thái – HN 2017] Cho $a, b > 0; a^2 + b^2 = 1598ab$ Mệnh đề đúng là ;

- A. $\log \frac{a+b}{40} = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$ B. $\log \frac{a+b}{40} = \log a + \log b$
 C. $\log \frac{a+b}{40} = \frac{1}{4}(\log a + \log b)$ D. $\log \frac{a+b}{40} = 2(\log a + \log b)$

GIẢI

- Chọn $a = 2 \Rightarrow$ Hệ thức trở thành $4 + b^2 = 3196b \Leftrightarrow b^2 - 3196b + 4 = 0$. Dò nghiệm và lưu vào B

$$X^2 - 3196X + 4 \quad \text{Ans} \rightarrow B$$

$$X = 1.2515649 \times 10^{-3} \quad 1.251564946 \times 10^{-3}$$

- Tính $\log \frac{a+b}{40} = \log \frac{2+B}{40}$

$$\log \left(\frac{2+B}{40} \right)$$

$$-1.300758307$$

- Tính tiếp $\log a + \log b$

$\log(2) + \log(B)$
 -2.601516614

Rõ ràng giá trị $\log a + \log b$ gấp 2 lần giá trị $\log \frac{a+b}{40} \Rightarrow$ Đáp số **A** là chính xác

Bài 9-[Thi Học sinh giỏi tỉnh Phú Thọ năm 2017]

Cho các số $a > 0, b > 0, c > 0$ thỏa mãn $4^a = 6^b = 9^c$. Tính giá trị biểu thức $T = \frac{b}{a} + \frac{b}{c}$

A. 1

B. $\frac{3}{2}$

C. 2

D. $\frac{5}{2}$

GIẢI

- Chọn $a=2$ Từ hệ thức ta có $4^2 = 6^b \Leftrightarrow 6^b - 4^2 = 0$. Dò nghiệm và lưu vào B

$6^x - 4^2$
 $X = 1.547411229$
 $L-R = 0$

- Từ hệ thức ta lại có $9^c - 4^2 = 0$. Dò nghiệm và lưu vào C

$9^x - 4^2$
 $X = 1.261859507$
 $L-R = 0$

- Cuối cùng là tính $T = \frac{b}{a} + \frac{b}{c} = \frac{B}{2} + \frac{B}{C} = 2 \Rightarrow$ Đáp số chính xác là C

$\frac{B}{2} + \frac{B}{C}$
 2