

“Thiên tài cũng không có gì khác biệt ngoài sự kiên nhẫn và nhẫn nại!”

DS6. CHUYÊN ĐỀ 1: TẬP HỢP SỐ TỰ NHIÊN

CHỦ ĐỀ 2: PHƯƠNG PHÁP GIẢI CÁC BÀI TOÁN ĐẾM

PHẦN I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

*) Nhận xét: Đối với “Bài toán đếm số” thì không có phương pháp chung nào cho mọi bài toán ở dạng này. Mà khi gặp mỗi bài toán có liên quan tới việc đếm số, đếm chữ số.... đòi hỏi sự tư duy, tổ chức thông minh kết hợp với những kiến thức đã học về tập hợp số tự nhiên để giải bài toán. Qua mỗi bài toán cụ thể, học sinh sẽ tích lũy được những phương pháp giải, giúp hỗ trợ cho việc giải các bài toán khác ở dạng này được tốt hơn.

*) Đếm số tự nhiên lập được từ m số cho trước lấy ra từ tập hợp số $\{0; 1; 2; \dots; 9\}$ ta làm như sau:

+ Chọn một trong m số làm chữ số hàng cao nhất, rồi lập sơ đồ hình cây, sau đó đếm số lập được

+ Ví dụ: Từ các số 3, 6, 9 lập được bao nhiêu số có 3 chữ số khác nhau?

Bước 1: Chọn chữ số 3 làm hàng trăm, ta có 2 số 369 và 396.

Bước 2: Từ sơ đồ, ta thấy từ 3 chữ số đã cho ta lập được 2 số có 3 chữ số khác nhau mà chữ số hàng trăm bằng 3. Tương tự, ta lập được 2 số có 3 chữ số khác nhau mà chữ số hàng trăm bằng 6, lập được 2 số có 3 chữ số khác nhau mà có chữ số hàng trăm bằng 9.

Bước 3: Vậy từ 3 chữ số đã cho ta lập được $3 \cdot 2 = 6$ (số).

*) Để tìm số tự nhiên chưa biết, ta vận dụng hai phương pháp cơ bản sau:

- Phân tích cấu tạo của một số tự nhiên.

Ta có: $\overline{ab} = 10a + b$

$\overline{abc} = 100a + 10b + c = 10\overline{ab} + c = 100a + \overline{bc}$

$\overline{abcd} = 1000a + 100b + 10c + d = 10\overline{abc} + d = 100\overline{ab} + \overline{cd} = 1000a + 10\overline{bc} + d$

- Từ đặc điểm của số cần tìm và dữ kiện của bài toán ta lập luận, nhận xét để lựa chọn chữ số (thường sẽ nhận xét để chỉ ra chữ số của hàng đơn vị và chữ số hàng cao nhất).

PHẦN II. BÀI TẬP:

I. Phương pháp giải

- Liệt kê: Các phần tử thỏa mãn điều kiện cho trước $\Rightarrow$ dùng phương pháp đếm (ít phần tử)

- Dựa vào quy luật hình thành các phần tử để đếm (chia hết cho 2, 3, ..hoặc thỏa mãn điều kiện nào đó).

II. Bài toán

Dạng 1: Đếm số các chữ số của dãy số

Bài 1: Viết dãy số tự nhiên từ 1 đến 999 ta được một số tự nhiên A .

a) Số A có bao nhiêu chữ số?

b) Tính tổng các chữ số của số A ?

c) Chữ số 1 được viết bao nhiêu lần?

d) Chữ số 0 được viết bao nhiêu lần?

Phân tích:

a) Cần đếm số chữ số của các dãy số sau: Dãy các số tự nhiên có 1 chữ số, dãy các số tự nhiên có 2 chữ số, dãy các số tự nhiên có 3 chữ số. Sau đó cộng các kết quả lại với nhau

b) Viết số B là các số tự nhiên từ 000 đến 999 (mỗi số đều viết bởi 3 chữ số), thì tổng các chữ số của B cũng bằng tổng các chữ số của A . Số B có: $3 \cdot 1000 = 3000$ chữ số mà mỗi chữ số từ 0 đến 9 đều có mặt 300 lần

Bài 2: Để đánh số trang của một cuốn sách, người ta viết dãy số tự nhiên bắt đầu từ 1 và phải dùng tất cả 1998 chữ số.

a) Hỏi cuốn sách có bao nhiêu trang?

b) Chữ số thứ 1010 là chữ số nào?

Phân tích: Để đếm số trang sách ta cần phân số trang sách theo 3 loại

Loại 1: Số trang sách mà mỗi số có 1 chữ số

Loại 2: Số trang sách mà mỗi số có 2 chữ số

Loại 3: Số trang sách mà mỗi số có 3 chữ số

Từ đó tính số chữ còn lại để đánh dấu các trang có 3 chữ số, rồi tính được số trang sách

b) Nhận thấy số 100 là số thứ nhất có 3 chữ số. Bằng việc dùng phép chia dư ta cần tìm xem chữ số thứ 1010 thuộc số thứ bao nhiêu có 3 chữ số

Bài 3: Bạn Tâm đánh số trang của một cuốn vở có 110 trang bằng cách viết dãy số tự nhiên 1, 2, 3, ..., 110. Bạn Tâm phải viết tất cả bao nhiêu chữ số?

Bài 4: Một cô nhân viên đánh máy liên tục dãy số chẵn bắt đầu từ 2: 2, 4, 6, 8, 10, 12, ... Cô phải đánh tất cả 2000 chữ số. Tìm chữ số cuối cùng mà cô đã đánh.

“Hãy luôn tiến về phía trước, dù chỉ là nửa bước!”

“Thiên tài cũng không có gì khác biệt ngoài sự kiên nhẫn và nhẫn nại!”

Bài 5: Bạn Mai viết dãy số lẻ $1; 3; 5; \dots; 245$.

a) Bạn Mai phải viết tất cả bao nhiêu chữ số?

b) Nếu mỗi chữ số viết mất một giây thì viết đến số 245 mất bao nhiêu giây? Sau 5 phút, bạn Mai viết đến chữ số nào?

Dạng 2: Đếm số thỏa mãn điều kiện cho trước

Bài 1: Có bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 4 gồm bốn chữ số, chữ số tận cùng bằng 2?

Phân tích: Đây là bài toán đếm số tự nhiên có liên quan tới dấu hiệu chia hết cho 4. Trước hết ta cần viết số tự nhiên cần tìm dưới dạng $\overline{abc2}$, sau đó đếm số cách chọn mỗi chữ số tập hợp $\{0, 1, 2, \dots, 9\}$. Việc thực hiện số cách chọn các chữ số a, b, c có sự ràng buộc lẫn nhau. Do đó nếu chữ số a có m cách chọn, chữ số b có n cách chọn, chữ số c có k cách chọn thì ta sẽ có $m.n.k$ số có bốn chữ số thỏa mãn bài toán. Việc chọn chữ số c phải thỏa mãn điều kiện chỉ chia hết cho 4 là $\overline{c2} : 4$.

Bài 2: Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số trong đó có đúng một chữ số 5?

Phân tích: Số tự nhiên có ba chữ số trong đó có đúng một chữ số 5, ta cần hiểu chữ số 5 có thể là chữ số hàng đơn vị, chữ số hàng chục, chữ số hàng trăm nên ta cần chia ra ba loại số có 3 chữ số thỏa mãn là: $5ab; a5b; ab5$. Ở mỗi loại số ta thực hiện đếm số cách chọn mỗi chữ số từ tập hợp $\{0, 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9\}$ giống như bài 2.

Bài 3: Trong các số tự nhiên có ba chữ số, có bao nhiêu số:

a) Chứa đúng một chữ số 4?

b) Chứa đúng hai chữ số 4?

c) Chia hết cho 5, có chứa chữ số 5?

d) Chia hết cho 3, không chứa chữ số 3?

Bài 4: Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số chia hết cho 3 và có tận cùng bằng 5?

Phân tích: Những số có tận cùng bằng 5 luôn cách nhau 10 đơn vị, tuy nhiên bài toán đòi hỏi số tự nhiên có 4 chữ số và chia hết cho 3. Do đó ta cần xác định: Số nhỏ nhất có 4 chữ số chia hết cho 3 và có tận cùng bằng 5. Khoảng cách trong dãy này sẽ là 30. Từ đó vận dụng công thức “Số số hạng = (số cuối – số đầu): Khoảng cách + 1”.

Bài 5: Trong các số tự nhiên từ 1 đến 100, có bao nhiêu số:

a) Chia hết cho 2 mà không chia hết cho 3?

b) Chia hết cho ít nhất một trong hai số 2 và 3?

c) Không chia hết cho 2 và không chia hết cho 3?

Bài 6: Có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số $\overline{abcd}$, trong đó $b - a = 1; d - c = 1$?

Bài 7: Có bao nhiêu số chứa ít nhất một chữ số 1 trong các số tự nhiên:

a) Có ba chữ số.

b) Từ 1 đến 999.

Dạng 3: Dạng khác

Bài 1: Trong số 100 học sinh có 75 học sinh thích học Toán, 60 học sinh thích Văn.

a) Nếu có 5 học sinh không thích cả Toán lẫn Văn thì có bao nhiêu học sinh thích cả hai môn Văn và Toán?

b) Có nhiều nhất bao nhiêu học sinh thích cả hai môn Văn và Toán?

c) Có ít nhất bao nhiêu học sinh không thích cả hai môn Văn và Toán?

Bài 2: Kết quả điều tra ở một lớp học cho thấy: có 20 học sinh thích bóng đá, 17 học sinh thích bơi, 36 học sinh thích bóng chuyền, 14 học sinh thích bóng đá và bơi, 13 học sinh thích bơi và bóng chuyền, 15 học sinh thích bóng đá và bóng chuyền, 10 học sinh thích cả ba môn, 12 học sinh không thích một môn nào. Tính xem lớp học đó có bao nhiêu học sinh?

Bài 3: Tổng kết đợt thi đua “100 điểm 10 dâng tặng thầy cô”, lớp 6A có 43 bạn được từ 1 điểm 10 trở lên, 39 bạn được từ 2 điểm 10 trở lên, 14 bạn được từ 3 điểm 10 trở lên, 5 bạn được 4 điểm 10, không có ai được trên 4 điểm 10. Tính xem trong đợt thi đua đó, lớp 6A có bao nhiêu điểm 10?

Bài 4: Trong số 200 học sinh có 150 học sinh thích học Toán, 120 học sinh thích Văn.

a) Nếu có 5 học sinh không thích cả Toán lẫn Văn thì có bao nhiêu học sinh thích cả hai môn Văn và Toán?

b) Có nhiều nhất bao nhiêu học sinh thích cả hai môn Văn và Toán?

c) Có ít nhất bao nhiêu học sinh thích cả hai môn Văn và Toán?

Bài 5: Tuấn muốn đến nhà bạn, nhưng không nhớ số nhà, chỉ biết rằng số nhà của bạn là số chia hết cho 3 và có hai chữ số. Biết số nhà cuối của dãy phố đó là 135. Hỏi Tuấn phải gõ cửa nhiều nhất bao nhiêu số nhà? (các số nhà không đánh số $a, b, \dots$).

“Hãy luôn tiến về phía trước, dù chỉ là nửa bước!”

“Thiên tài cũng không có gì khác biệt ngoài sự kiên nhẫn và nhẫn nại!”

Bài 6: Có bao nhiêu biển số xe máy khác nhau, mỗi số xe lập bởi hai chữ cái đứng đầu và ba chữ số đứng sau? (bảng chữ cái có 25 chữ, không có biển số 000).

“Hãy luôn tiến về phía trước, dù chỉ là nửa bước!”