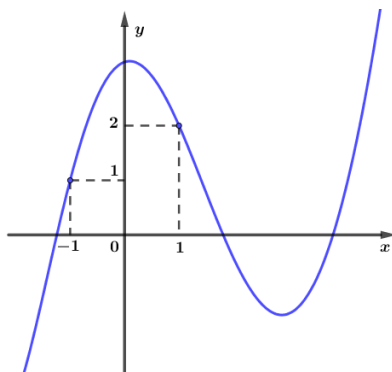
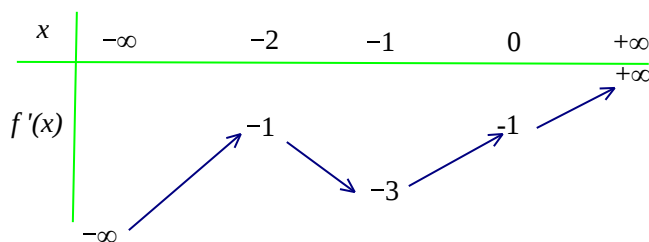


- Câu 1.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-40; 40]$ để hàm số $2f(2-x) - mx^2 + 2(3m+1)x + m$ nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$?



- Câu 2.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên của $f'(x)$ như sau:



Tìm số điểm cực tiểu của hàm số $g(x) = f(|x^3|) - 3|x|$.

- Câu 3.** Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S , tính xác suất để số đó **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng chẵn?

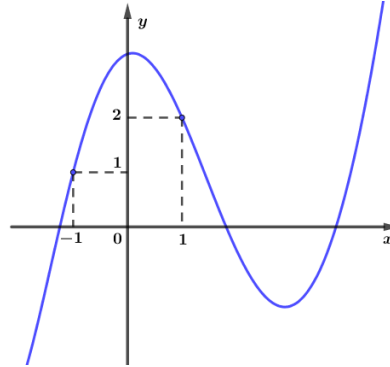
- Câu 4a.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 2, $SA = 2$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Gọi M, N là hai điểm thay đổi trên hai cạnh AB, AD sao cho mặt phẳng (SMC) vuông góc với mặt phẳng (SNC) . Tính tổng $T = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2}$ khi thể tích khối chóp $S.AMCN$ đạt giá trị lớn nhất.

- b.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = 2a$, K là trung điểm BC . Gọi I thỏa mãn $\overrightarrow{AI} = \frac{13}{28} \overrightarrow{AC}$, $\angle SKA = \angle SCB = 90^\circ$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBI) .

- Câu 5** Cho khối chóp $S.ABCD$ có chiều cao bằng 9 và đáy là hình bình hành có diện tích bằng 90. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm các mặt bên SAB, SBC, SCD, SDA . Thể tích của khối đa diện lồi có đỉnh là các điểm M, N, P, Q, D, B bằng

ĐÁP ÁN

Câu 48: [2D1-1.3-4] (TDM - Đề IM9C25 - 2021) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-40; 40]$ để hàm số $2f(2-x) - mx^2 + 2(3m+1)x + m$ nghịch biến trên khoảng $(1;3)$?



A. 43.

B. 41.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

FB Người gán ID: Nguyễn Khánh Trọng

FB tác giả: Giang Nguyen

GV phản biện: Nguyễn Hoàng Anh Tuan – Quang Thanh Đặng

Đặt $g(x) = 2f(2-x) - mx^2 + 2(3m+1)x + m$, ta có $g'(x) = -2f'(2-x) - 2mx + 2(3m+1)$.

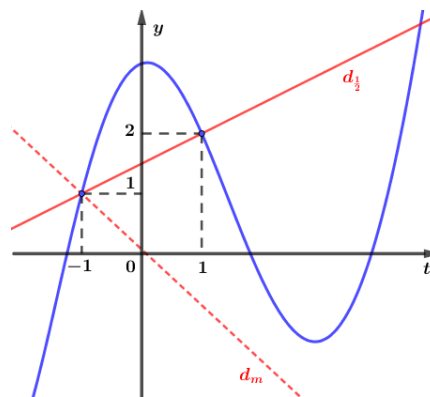
Khi đó $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1;3)$

$$\Leftrightarrow g'(x) \leq 0, \forall x \in (1;3)$$

$$\Leftrightarrow -2f'(2-x) \leq 2mx - 2(3m+1), \forall x \in (1;3)$$

$$\Leftrightarrow f'(2-x) \geq -mx + 3m + 1, \forall x \in (1;3) \quad (*).$$

Với mọi $x \in (1;3)$, đặt $t = 2-x \Rightarrow t \in (-1;1)$, (*) trở thành $f'(t) \geq mt + m + 1, \forall t \in (-1;1) \quad (**).$

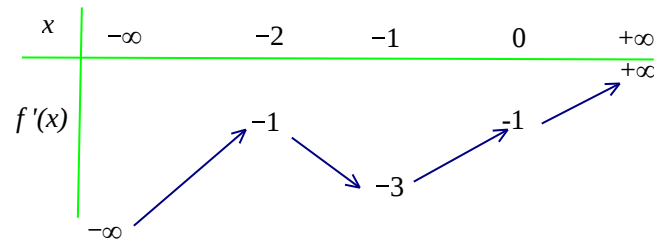


Xét họ đường thẳng $(d_m): y = mt + m + 1$. Ta thấy rằng họ đường thẳng (d_m) luôn đi qua điểm cố định $A(-1;1)$. Để ý rằng với $m = \frac{1}{2}$, đường thẳng d_m đi qua hai điểm $A(-1;1)$

và $B(1;2)$. Do đó, từ đồ thị ta thấy rằng (**) thỏa mãn khi và chỉ khi $m \leq \frac{1}{2}$.

Vì m nguyên và $m \in [-40; 40]$ nên có 41 giá trị m thỏa yêu cầu.

Câu 50: [2D1-5.3-4] (CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG - NAM ĐỊNH - 2021) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên của $f'(x)$ như sau:



Tìm số điểm cực tiểu của hàm số $g(x) = f(|x^3|) - 3|x|$.

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Lời giải

FB Người gán ID: Đoàn Minh Tân

Chọn B

Xét $x \in [0; +\infty)$, khi đó hàm số $g(x) = f(x^3) - 3x$.

$$g'(x) = 3x^2 f'(x^3) - 3; g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x^3) = \frac{1}{x^2} \text{ (vì } x=0 \text{ không là nghiệm)}$$

$$\text{Đặt } t = x^3 \Rightarrow x^2 = \sqrt[3]{t^2}, (t > 0), \text{ khi đó ta có: } f'(t) = \frac{1}{\sqrt[3]{t^2}}.$$

Xét hàm số $y = \frac{1}{\sqrt[3]{t^2}} \Leftrightarrow y = t^{-\frac{2}{3}} \Rightarrow y' = -\frac{2}{3\sqrt[3]{t^5}} < 0$, suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

$\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{t^2}} = 0 \Rightarrow$ Đồ thị nhận đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang.

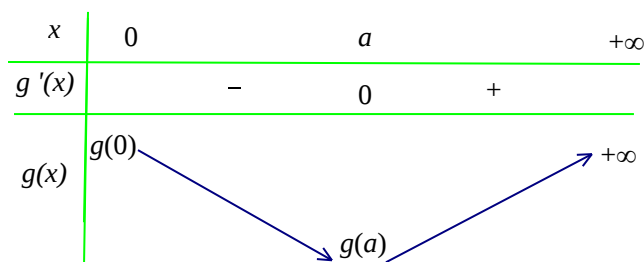
Từ đồ thị $f'(x)$, ta thấy hàm số $f'(t)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ và

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} = -1; \lim_{t \rightarrow +\infty} = +\infty.$$

Do đó hai đồ thị $y = f'(t); y = \frac{1}{\sqrt[3]{t^2}}$ cắt nhau tại điểm duy nhất có hoành độ dương.

$$\text{Tức là } f'(t) = \frac{1}{\sqrt[3]{t^2}} \Leftrightarrow t = a > 0.$$

Bảng biến thiên của $g(x)$ trên khoảng $(0; +\infty)$.



Vì hàm số $g(x)$ là hàm số chẵn nên có bảng biến thiên là

x	$-\infty$	$-a$			0	a			$+\infty$
$g'(x)$	-		0	+		-	0	+	
$g(x)$	$+\infty$			$g(0)$				$+\infty$	
			$g(a)$				$g(a)$		

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số $g(x)$ có 2 điểm cực tiểu.

Câu 46: [1D2-5.2-4] (ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020) Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S , xác suất để số đó **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng chẵn bằng

A. $\frac{25}{42}$.

B. $\frac{5}{21}$.

C. $\frac{65}{126}$.

D. $\frac{55}{126}$.

Lời giải

FB Người gán ID: Song Tử Mắt Nâu

Chọn A

Có A_9^4 cách tạo ra số có 4 chữ số phân biệt từ $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

$$\Rightarrow |S| = A_9^4 = 3024.$$

$$\Rightarrow |\Omega| = 3024.$$

Gọi biến cố A: "chọn ngẫu nhiên một số thuộc S , xác suất để số đó **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng chẵn".

Nhận thấy không thể có 3 chữ số chẵn hoặc 4 chữ số chẵn vì lúc đó luôn tồn tại hai chữ số chẵn nằm cạnh nhau.

Trường hợp 1: Cả 4 chữ số đều lẻ.

Chọn 4 số lẻ từ X và xếp thứ tự tự có A_5^4 số.

Trường hợp 2: Có 3 chữ số lẻ, 1 chữ số chẵn.

Chọn 3 chữ số lẻ, 1 chữ số chẵn từ X và xếp thứ tự tự có $C_5^3 \cdot C_4^1 \cdot 4!$ số.

Trường hợp 3: Có 2 chữ số chẵn, 2 chữ số lẻ.

Chọn 2 chữ số lẻ, 2 chữ số chẵn từ X có $C_5^2 \cdot C_4^2$ cách.

Xếp thứ tự 2 chữ số lẻ có $2!$ cách.

Hai chữ số lẻ tạo thành 3 khoảng trống, xếp hai chữ số chẵn vào 3 khoảng trống và sắp thứ tự có $3!$ cách.

$\Rightarrow$ trường hợp này có $C_5^2 \cdot C_4^2 \cdot 2! \cdot 3!$ số.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{A_5^4 + C_5^3 \cdot C_4^1 \cdot 4! + C_5^2 \cdot C_4^2 \cdot 2! \cdot 3!}{3024} = \frac{25}{42}.$$

Câu 45: [2H1-3.2-4] (THPT - Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - Lần 1 -2020) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 2, $SA=2$ và SA vuông góc với mặt phẳng

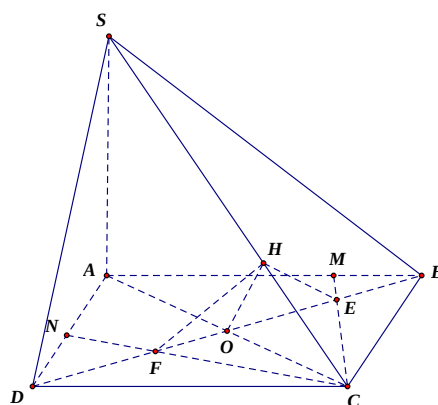
đáy $(ABCD)$. Gọi M, N là hai điểm thay đổi trên hai cạnh AB, AD sao cho mặt phẳng (SMC) vuông góc với mặt phẳng (SNC) . Tính tổng $T = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2}$ khi thể tích khối chóp $S.AMCN$ đạt giá trị lớn nhất.

- A. $T = 2$. B. $T = \frac{2+\sqrt{3}}{4}$. C. $T = \frac{5}{4}$. D. $T = \frac{13}{9}$.

Lời giải

FB Người gán ID: Huedo

Chọn C



Gọi E, F lần lượt là giao điểm của BD với CM và CN . Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$.

Theo giả thiết, ta có $BD \perp (SAC)$.

Gọi H là hình chiếu của O lên SC .

$\Rightarrow SC \perp (HEF)$.

Vì $(SMC) \perp (SNC)$ nên $HE \perp HF$.

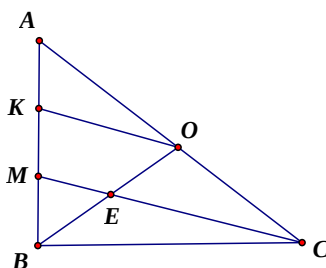
$\Rightarrow \triangle HEF$ vuông tại H có chiều cao OH .

$\Rightarrow OE \cdot OF = OH^2$.

Trong đó: $OH = OC \cdot \sin \angle SCA = OC \cdot \frac{SA}{SC} = \frac{2}{\sqrt{6}} \Rightarrow OE \cdot OF = \frac{2^2}{6} = \frac{2}{3}$ (1).

Đặt $AM = x, (x > 0), AN = y, (y > 0)$.

Xét $\triangle ABC$, gọi K là trung điểm của AM .



Khi đó: $OK \parallel CM \Rightarrow \frac{BE}{OE} = \frac{BM}{MK} \Rightarrow \frac{OB - OE}{OE} = \frac{2 - x}{\frac{x}{2}} = \frac{2(2 - x)}{x}$

$$\Rightarrow \frac{OB}{OE} = \frac{4-x}{x} \Rightarrow OE = \frac{2x\sqrt{2}}{2(4-x)}.$$

Chứng minh tương tự, ta có: $OF = \frac{2y\sqrt{2}}{2(4-y)}.$

$$\text{Từ (1) suy ra } \frac{4xy}{2(4-x)(4-y)} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow 3xy = (4-x)(4-y) \Leftrightarrow (x+2)(y+2) = 12 \quad (2)$$

$$\text{Ta lại có: } S_{AMCN} = S_{AMC} + S_{ANC} = \frac{1}{2} AC \cdot AM \cdot \sin 45^\circ + \frac{1}{2} AC \cdot AN \cdot \sin 45^\circ = (x+y).$$

$$\Rightarrow V_{S.AMCN} = \frac{1}{3} SA \cdot (x+y) = \frac{2}{3} (x+y).$$

$$\text{Từ (2) suy ra } V_{S.AMCN} = \frac{2}{3} \left(x - 2 + \frac{12}{x+2} \right).$$

$$\text{Từ (2) suy ra } y = \frac{12}{x+2} - 2.$$

$$\text{Vì } N \text{ thuộc cạnh } AD \text{ nên } y \leq 2 \Rightarrow \frac{12}{x+2} - 2 \leq 2 \Leftrightarrow x \geq 1 \Rightarrow x, y \in [1; 2].$$

$$\text{Xét hàm số: } f(x) = \frac{2}{3} \left(x - 2 + \frac{12}{x+2} \right), \text{ với } x \in [1; 2].$$

$$\text{Ta có: } f'(x) = \frac{2}{3} \left(1 - \frac{12}{(x+2)^2} \right) = \frac{2}{3} \cdot \frac{x^2 + 4x - 8}{(x+2)^2}.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 8 = 0 \Leftrightarrow x = 2(\sqrt{3} - 1).$$

$$\text{Ta lại có: } f(1) = f(2) = 2, \quad f(2(\sqrt{3} - 1)) = \frac{8(\sqrt{3} - 1)}{3}.$$

$$\Rightarrow \text{Giá trị lớn nhất của } V_{S.AMCN} = 2 \text{ khi } x = 1, y = 2 \text{ hoặc } x = 2, y = 1.$$

$$\Rightarrow T = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2} = \frac{4}{2^2} + \frac{1}{2^2} = \frac{5}{4}.$$

Câu 23: [1H3-5.3-4] (Strong-Sáng tác của nhóm Strong) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = 2a$, K là trung điểm BC . Gọi I thỏa mãn

$$\overrightarrow{AI} = \frac{13}{28} \overrightarrow{AC}, \quad \angle SKA = \angle SCB = 90^\circ. \text{ Tính khoảng cách từ } A \text{ đến mặt phẳng } (SBI).$$

A. $\frac{13a}{365}.$

B. $\frac{\sqrt{365}a}{13}.$

C. $\frac{13a}{\sqrt{365}}.$

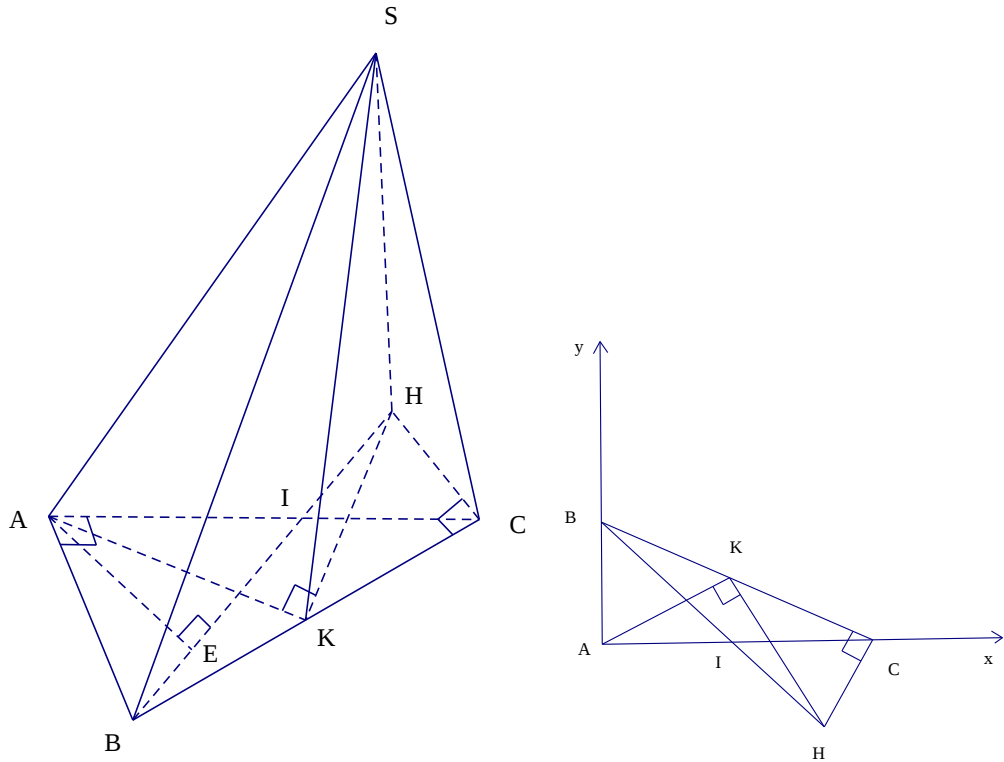
D. $\sqrt{\frac{13}{365}} a.$

Lời giải

Chọn C

FB Người gán ID: Dũng Hồ Xuân

FB tác giả: Lê Hoa



Gọi H là hình chiếu của S xuống đáy (ABC) .

Ta có $\angle SCB = 90^\circ \Rightarrow BC \perp (SHC) \Rightarrow CB \perp HC$.

$\angle SKA = 90^\circ \Rightarrow AK \perp (SHK) \Rightarrow AK \perp HK$.

Gắn hệ (Oxy) vào mặt đáy như hình vẽ. $O \equiv A \Rightarrow A(0;0), B(0;a), C(2a;0), K\left(a; \frac{a}{2}\right)$.

Ta có $\overline{AI} = \frac{13}{28} \overline{AC} \Rightarrow AI = \frac{13}{28} AC \Rightarrow AI = \frac{13}{14} a \Rightarrow I\left(\frac{13}{14}a; 0\right)$.

Đường thẳng CH đi qua $C(2a;0)$ và nhận $(2;-1)$ làm một véc tơ pháp tuyến nên CH có phương trình $2x - y - 4a = 0$.

Đường thẳng KH đi qua $K\left(a; \frac{a}{2}\right)$ và nhận $(2;1)$ làm một véc tơ pháp tuyến nên KH

có phương trình $2x + y - \frac{5a}{2} = 0$.

Có $H = CH \cap KH \Rightarrow H\left(\frac{13a}{8}; \frac{-3a}{4}\right)$.

Đường thẳng BH đi qua $K\left(a; \frac{a}{2}\right)$ và $B(0;a)$ nên BH có phương trình

$$14x + 13y - 13a = 0$$

Có $I\left(\frac{13}{14}a; 0\right)$ thỏa mãn phương trình $BH \Rightarrow B, H, I$ thẳng hàng

$$d(A; (SIB)) = d(A; (SHB)).$$

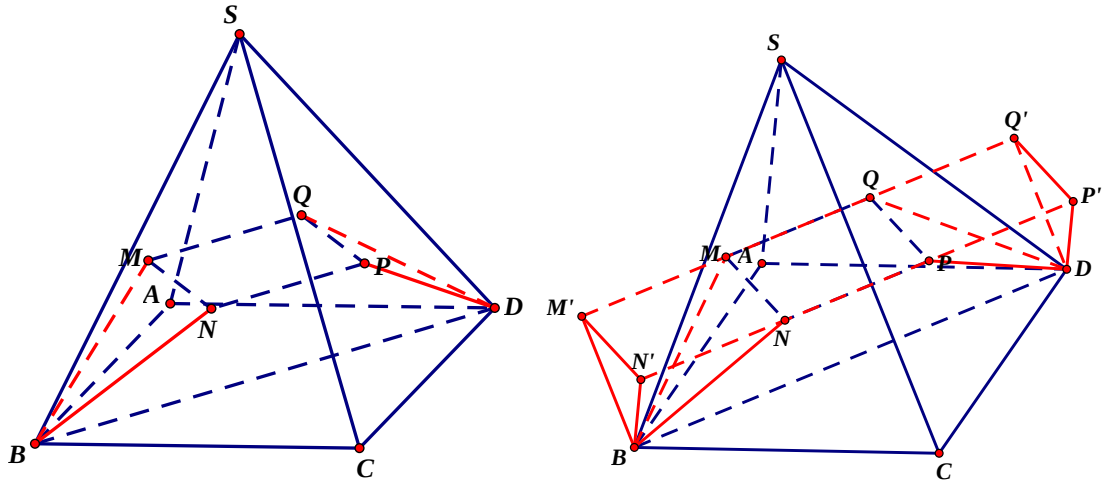
$$\text{Kẻ } AE \perp HB (E \in BK) \Rightarrow d(A; (SHB)) = AE = \sqrt{\frac{AB^2 \cdot AI^2}{AB^2 + AI^2}} = \frac{13a}{\sqrt{365}}.$$

- Câu 48: (ĐỀ 1-VTED-2021)** Cho khối chóp $S.ABCD$ có chiều cao bằng 9 và đáy là hình bình hành có diện tích bằng 90. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm các mặt bên SAB, SBC, SCD, SDA . Thể tích của khối đa diện lồi có đỉnh là các điểm M, N, P, Q, D, B bằng
- A. 81. B. 50. C. 40. D. 75.

Lời giải

GVSB: Nguyễn Hòa; GVPB: Hongnhung Nguyen

Chọn B



Ta có $\begin{cases} MN \parallel AC \\ PQ \parallel AC \end{cases} \Rightarrow MN \parallel PQ$ và $\begin{cases} MQ \parallel BD \\ NP \parallel BD \end{cases} \Rightarrow MQ \parallel NP$. Từ đó suy ra $MNPQ$ là hình

bình hành. $MQ = \frac{1}{3}BD$.

Từ hình vẽ ta thấy $V_{MNPQBD} = V_{M'N'BQ'P'D} - 2V_{BMNM'}$

$$V_{M'N'BQ'P'D} = \frac{3}{2}V_{BM'N'P'Q'} = \frac{9}{2}V_{BMNM'}$$

$$V_{MNPQBD} = \frac{5}{2}V_{B.MNM'}$$

$$\frac{V_{B.MNM'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{V_{B.MNPQ}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{S_{MNPQ}}{S_{ABCD}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{MN \cdot MQ \cdot \sin(MN, MQ)}{\frac{1}{2}AC \cdot BD \cdot \sin(AC, BD)} = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{27}$$

$$V_{MNPQBD} = \frac{5}{2} \cdot \frac{2}{27} V_{S.ABCD} = \frac{5}{27} \cdot \frac{1}{3} \cdot 90 \cdot 9 = 50.$$