|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **BẮC GIANG**  **ĐỀ CHÍNH THỨC** | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 9**  **NĂM HỌC 2021-2022**  **Môn thi: TOÁN**  Thời gian: 120 phút |

1. ***Phần* trắc nghiệm**

**Câu 1.**Cho với là các số tự nhiên và là số nguyên tố. Giá trị của bằng



**Câu 2.**Cho đường tròn ngoại tiếp tam giác đều Gọi là điểm thuộc cung nhỏ của đường tròn Biết .Độ dài đoạn thẳng bằng :



**Câu 3.**Biết là giá trị của tham số để hệ phương trình vô nghiệm

Khi đó giá trị của bằng



**Câu 4.**Biết đường thẳng cắt trục hoành tại điểm cắt trục tung tại điểm Tập hợp tất cả các giá trị của tham số để diện tích tam giác bằng 6 (O là gốc tọa độ) là



**Câu 5.**Có tất cả bao nhiêu số nguyên tố sao cho các số và đều là số nguyên tố ?



**Câu 6.**Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số để tích các hệ số góc của hai đường thẳng và (với bằng 6. Tính tổng các phần tử của S



**Câu 7.**Cho đường tròn có đường kính và hai điểm thuộc đường tròn (O) sao cho độ dài cung nhỏ bằng chu vi đường tròn . Tính khoảng cách từ O đến dây cung 



**Câu 8.**Cho đường tròn tâm O, bán kính tiếp xúc ngoài với đường tròn tâm I, bán kính . Đường thẳng tiếp xúc với đường tròn và ở trên lần lượt tại hai điểm phân biệt Tính độ dài đoạn thẳng 



**Câu 9.** Cho điểm (với thuộc đường thẳng thỏa mãn . Giá trị của biểu thức bằng



**Câu 10.**Biết là nghiệm của hệ phương trình 

Giá trị của là



**Câu 11.**Cho biểu thức Biết , giá trị của là một số tự nhiên có chữ số tận cùng là :



**Câu 12.**Cho là các số thực thay đổi. Tìm tất cả các số thực để giá trị nhỏ nhất của đạt giá trị lớn nhất



**Câu 13.**Khi hệ phương trình (m là tham số) có nghiệm duy nhất là . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức là



**Câu 14.**Cho đường thẳng và parabol . Tìm tất cả các giá trị của tham số để đường thẳng cắt parabol tại hai điểm phân biệt :



**Câu 15.**Cho có . Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác . Tính số đo 



**Câu 16.**Cho tam giác nhọn, có (K thuộc AC) và CE (E thuộc AB) là các đường cao. Đường tròn đường kính AB cắt đoạn tại P, đường tròn đường kính AC cắt đoạn BK tại Q. Biết và . Tính độ dài đoạn thẳng 



**Câu 17.**Nghiệm của phương trình là



**Câu 18.**Cho tam giác vuông tại A có Biết độ dài các đường trung tuyến kẻ từ đỉnh của tam giác bằng nhau. Tính chu vi của tam giác 



**Câu 19.**Số nghiệm của phương trình là



**Câu 20.** Gọi là các số thực sao cho với mọi 

Giá trị của bằng



1. ***Phần tự luận***

**Câu 1.**

1. Cho biểu thức với 
2. Rút gọn biểu thức P
3. Tìm các giá trị của để 
4. Tìm tất cả các giá trị của tham số để phương trình có ba nghiệm phân biệt thỏa mãn 

**Câu 2.**

1. Giải phương trình 
2. Cho là các số nguyên khác thỏa mãn là một số nguyên . Chứng minh rằng chia hết cho 

**Câu 3.** Cho tam giác vuông tại A có đường cao (H thuộc BC). Đường tròn tâm A, bán kính cắt đường thẳng tại điểm thứ hai là (E khác H) và cắt đoạn tại D. Qua điểm kẻ tiếp tuyến với đường tròn tại F khác H), tiếp tuyến này cắt tia CA tại G. Trên cung nhỏ của đường tròn lấy điểm M (M khác , tiếp tuyến với đường tròn tại M cắt đường thẳng lần lượt tại P và Q. Tia cắt đường tròn tại N (N khác M)

1. Gọi là hình chiếu vuông góc của H lên đường thẳng Chứng min rằng bốn điểm cùng thuộc một đường tròn và tia là tia phân giác của 
2. Gọi lần lượt là giao điểm của đường thẳng với các đường thẳng . Chứng minh rằng đường thẳng song song với đường thẳng và 

**Câu 4.**Cho các số thực dương thỏa mãn . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức 

**ĐÁP ÁN**

**TRẮC NGHIỆM: học sinh tự giải**

**TỰ LUẬN**

1. **Cho biểu thức với **
2. **Rút gọn biểu thức P**

Ta có :



1. **Tìm các giá trị của để **

Ta có :



1. **Tìm tất cả các giá trị của tham số để phương trình có ba nghiệm phân biệt thỏa mãn **

Phương trình luôn có nghiệm . Để phương trình có ba nghiệm phân biệt thì phương trình có hai nghiệm phân biệt khác 3

Tức là 

Theo Vi-et ta có : . Ta có :





Vậy là các giá trị cần tìm

**Câu 2.**

1. **Giải phương trình **

ĐKXĐ: . Phương trình tương đương



Vậy 

1. **Cho là các số nguyên khác thỏa mãn là một số nguyên . Chứng minh rằng chia hết cho **

Đặt với và 

Ta có 

Suy ra . Vì 

Mặt khác 

mà 

Ta có 

Vì và chia hết cho 

**Câu 3. Cho tam giác vuông tại A có đường cao (H thuộc BC). Đường tròn tâm A, bán kính cắt đường thẳng tại điểm thứ hai là (E khác H) và cắt đoạn tại D. Qua điểm kẻ tiếp tuyến với đường tròn tại F khác H), tiếp tuyến này cắt tia CA tại G. Trên cung nhỏ của đường tròn lấy điểm M (M khác , tiếp tuyến với đường tròn tại M cắt đường thẳng lần lượt tại P và Q. Tia cắt đường tròn tại N (N khác M)**

****

1. **Gọi là hình chiếu vuông góc của H lên đường thẳng Chứng min rằng bốn điểm cùng thuộc một đường tròn và tia là tia phân giác của **

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông có 

Áp dụng phương tích đường tròn ta có :



Xét và có : chung và nên 

mà 

là tứ giác nội tiếp

mà cân tại A nên



Do đó là tia phân giác của 

1. **Gọi lần lượt là giao điểm của đường thẳng với các đường thẳng . Chứng minh rằng đường thẳng song song với đường thẳng và **

Ta có nên tứ giác nội tiếp

Suy ra 

Hay 

Ta có là phân giác, là đường cao của nên cân tại G nên 

Mặt khác 

Do đó 

Từ (1) và (2) suy ra 

Áp dụng hệ thức lượng ta có 

**Câu 4.Cho các số thực dương thỏa mãn . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức **

Từ giả thiết ta có 

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki ta có :





Tương tự : 

Do đó .Áp dụng BĐT Cauchy-schwaz ta có :

. Lại áp dụng BĐT Bunhiacoxki



Vậy GTNN của bằng . Đạt được khi .