

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 8 CẤP HUYỆN
NĂM HỌC 2015-2016

Câu 1. (2 điểm)

Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $A = (a+1)(a+3)(a+5)(a+7) + 15$

Câu 2. (2 điểm)

Với giá trị nào của a và b thì đa thức $(x-a)(x-10)+1$ phân tích thành tích của một đa thức bậc nhất có hệ số nguyên

Câu 3. (1 điểm)

Tìm các số nguyên a và b để đa thức $A(x) = x^4 - 3x^3 + ax + b$ chia hết cho đa thức $B(x) = x^2 - 3x + 4$

Câu 4. (3 điểm)

Cho tam giác ABC , đường cao AH , vẽ phân giác Hx của góc $\angle AHB$ và phân giác Hy của $\angle AHC$. Kẻ AD vuông góc với Hx , AE vuông góc với Hy

Chứng minh rằng tứ giác $ADHE$ là hình vuông.

Câu 5. (2 điểm)

Chứng minh rằng: $P = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < 1$

ĐÁP ÁN

Câu 1.

$$\begin{aligned}A &= (a+1)(a+3)(a+5)(a+7)+15 \\&= (a+1)(a+7)(a+3)(a+5)+15 \\&= (a^2+8a+7)(a^2+8a+15)+15 \\&= (a^2+8a)^2+22(a^2+8a)+120 \\&= (a^2+8a+11)^2-1^2 \\&= (a^2+8a+12)(a^2+8a+10) \\&= (a+2)(a+6)(a^2+8a+10)\end{aligned}$$

Câu 2.

Giả sử :

$$\begin{aligned}(x-a)(x-10)+1 &= (x-m)(x-n) (m, n \in \mathbb{Z}) \\ \Leftrightarrow x^2 - (a+10)x + 10a + 1 &= x^2 - (m+n)x + mn \\ \Leftrightarrow \begin{cases} m+n = a+10 \\ mn = 10a+1 \end{cases}\end{aligned}$$

Khử a ta có:

$$\begin{aligned}mn &= 10(m+n-10)+1 \\ \Leftrightarrow mn - 10m - 10n + 100 &= 1 \\ \Leftrightarrow m(n-10) - 10(n-10) &= 1\end{aligned}$$

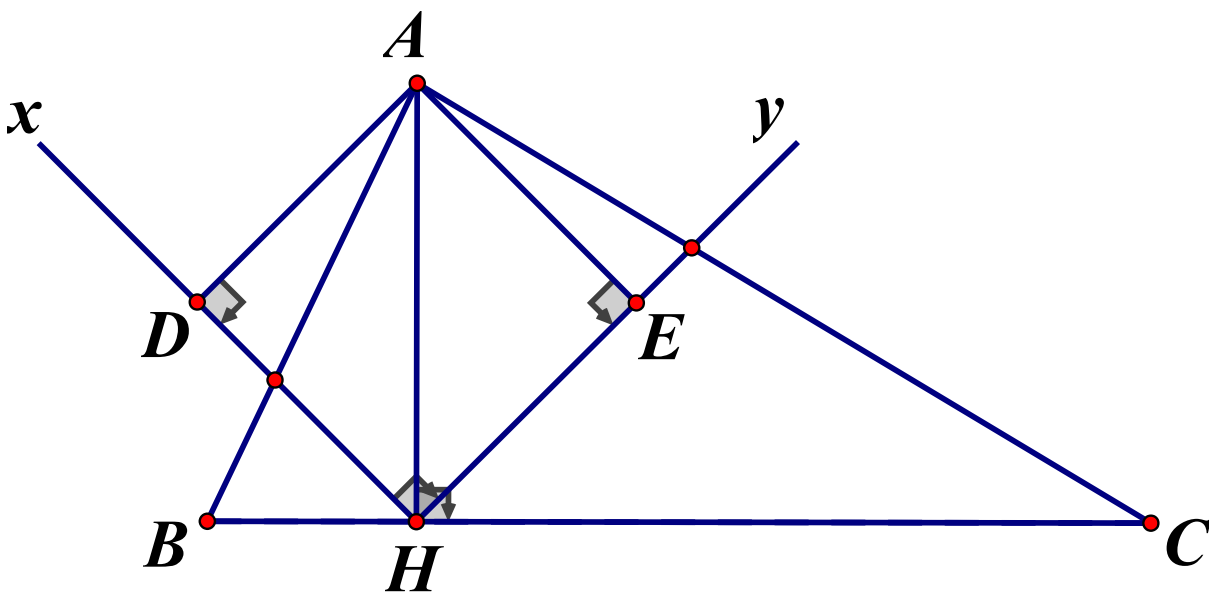
$$\text{Vì } m, n \text{ nguyên ta có: } \begin{cases} m-10=1 \\ n-10=1 \end{cases} \& \begin{cases} m-10=-1 \\ n-10=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=12 \\ a=8 \end{cases}$$

Câu 3. Ta có:

$$A(x) = B(x) \cdot (x^2 - 1) + (a - 3)x + b + 4$$

Để $A(x) : B(x)$ thì $\begin{cases} a - 3 = 0 \\ b + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -4 \end{cases}$

Câu 4.



Tứ giác $ADHE$ là hình vuông

Hx là phân giác của $\angle AHB$; Hy là phân giác của $\angle AHC$ mà $\angle AHB$ và $\angle AHC$ là hai góc kề bù nên $Hx \perp Hy$

Hay $\angle DHE = 90^\circ$, mặt khác: $\angle AHD = \angle AEH = 90^\circ$ nên tứ giác $ADHE$ là hình chữ nhật (1)

$$\angle AHD = \frac{\angle AHB}{2} = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ, \text{ Do } \angle AHE = \frac{\angle AHC}{2} = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$$

Hay HA là phân giác $\angle DHE$ (2)

Từ (1) và (2) ta có tứ giác $ADHE$ là hình vuông.

Câu 5.

$$\begin{aligned}P &= \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{100^2} \\&= \frac{1}{2.2} + \frac{1}{3.3} + \frac{1}{4.4} + \dots + \frac{1}{100.100} \\&< \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{99.100} \\&= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} = 1 - \frac{1}{100} = \frac{99}{100} < 1\end{aligned}$$