

Người làm: Hoàng Minh Lâm
Zalo: Hoàng Minh Lâm
Email: hoanglamldb@gmail.com

- số đt zalo: 0974960998

CĐ1: THỰC HIỆN PHÉP TÍNH

Dạng 1. Tính toán đơn giản

A. Trắc nghiệm (nếu có)

Câu 1. (HSG 7 huyện Thanh Thủy, tỉnh Phú Thọ, năm 2021 - 2022)

Rút gọn biểu thức: $A = \left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{2022}\right)$ ta được

- A. $A = \frac{3}{2}$ B. $A = \frac{2021}{2022}$ C. $A = \frac{2023}{2}$ D. $A = \frac{2}{2021}$

Lời giải

$A = \left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{2022}\right) = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{4} \dots \frac{2023}{2022} = \frac{2023}{2}$. Vậy chọn đáp án C.

Dạng 2. Lũy thừa phối hợp các phép tính

Câu 1. (HSG 7 huyện Thanh Thủy, tỉnh Phú Thọ, năm 2021 - 2022)

Cho $S = 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2021} + 2^{2022}$, khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $S : 2^{2022}$ B. $S + 1$ là số chính phương C. $(S + 1) : 2^{2022}$ D. $S = 2^{2023} + 1$

Lời giải

Ta có : $S = 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2021} + 2^{2022}$

$$2S = 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{2022} + 2^{2023}$$

$$\Rightarrow 2S - S = S = (2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{2022} + 2^{2023}) - (2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2021} + 2^{2022})$$

$$\Rightarrow S = 2^{2023} - 1. \text{ Vậy chọn đáp án đúng là C.}$$

Câu 2. (HSG 7 huyện Thanh Sơn, năm 2021 - 2022)

Kết quả phép tính $A = \frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{8^4 \cdot 3^{12} - 6^{11}}$ là:

- A. $\frac{12}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{2}{3}$

Lời giải

$$A = \frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{8^4 \cdot 3^{12} - 6^{11}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} + 2^9 \cdot 3^9 \cdot 2^3 \cdot 3 \cdot 5}{2^{12} \cdot 3^{12} - 2^{11} \cdot 3^{11}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} + 2^{12} \cdot 3^{10} \cdot 5}{2^{12} \cdot 3^{12} - 2^{11} \cdot 3^{11}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} \cdot (1 + 5)}{2^{11} \cdot 3^{11} \cdot (2 \cdot 3 - 1)} = \frac{2 \cdot 6}{3 \cdot 5} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$$

Vậy chọn đáp án đúng là C.

Câu 3. (HSG 7 huyện Tam Nông, 2021 - 2022)

Giá trị biểu thức $P = \sqrt{\frac{9}{25}} + 2022^{0^{2023}} + |-0,4|$ là

A. 2.

B. 4.

C. 2022.

D. 2023.

Lời giải

Ta có

$$P = \sqrt{\frac{9}{25}} + 2022^{0^{2023}} + |-0,4|$$

$$= \frac{3}{5} + 1 + \frac{2}{5}$$

$$= \frac{5}{5} + 1 = 2$$

B. Tự luận

Dạng 1. Tính toán đơn giản

Câu 1. (HSG 7 huyện Triệu Sơn, tỉnh Thanh Hóa, 2021 - 2022).

Thực hiện phép tính:

$$\frac{3}{7} : \left(\frac{-4}{5} + \frac{1}{2} \right) - \frac{3}{7} : \frac{-4}{5}$$

Lời giải

Ta có

$$\frac{3}{7} : \left(\frac{-4}{5} + \frac{1}{2} \right) - \frac{3}{7} : \frac{-4}{5} = \frac{3}{7} : \frac{-3}{10} - \frac{3}{7} : \frac{-4}{5} = \frac{3}{7} \cdot \frac{-10}{-3} - \frac{3}{7} \cdot \frac{-5}{-4} = \frac{-10}{7} + \frac{15}{28} = \frac{-25}{28}.$$

Câu 2. (HSG 7 huyện Như Thanh, tỉnh Thanh Hóa, 2021 - 2022).

Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$A = 4 \cdot \left(-\frac{1}{2} \right)^3 - 2 \cdot \left(-\frac{1}{2} \right)^2 + 3 \cdot \left(-\frac{1}{2} \right) + 1$$

Lời giải

$$A = 4 \cdot \left(-\frac{1}{2} \right)^3 - 2 \cdot \left(-\frac{1}{2} \right)^2 + 3 \cdot \left(-\frac{1}{2} \right) + 1 = 4 \cdot \left(\frac{-1}{8} \right) - 2 \cdot \frac{1}{4} - \frac{3}{2} + 1 = \frac{-1}{2} - \frac{1}{2} - \frac{3}{2} + 1 = -\frac{3}{2}.$$

Câu 3. (HSG 7 huyện Hà Trung, tỉnh Thanh Hóa, 2021 - 2022)

Thực hiện phép tính:

$$A = \frac{7}{13} \cdot \frac{7}{15} - \frac{5}{12} \cdot \frac{21}{39} + \frac{49}{91} \cdot \frac{8}{15}$$

Lời giải

$$A = \frac{7}{13} \cdot \frac{7}{15} - \frac{5}{12} \cdot \frac{21}{39} + \frac{49}{91} \cdot \frac{8}{15} = \frac{7}{13} \cdot \frac{7}{15} - \frac{5}{12} \cdot \frac{7}{13} + \frac{7}{13} \cdot \frac{8}{15} = \frac{7}{13} \left(\frac{7}{15} - \frac{5}{12} + \frac{8}{15} \right) = \frac{7}{13} \cdot \frac{7}{12} = \frac{49}{156}$$

Câu 3. (HSG 7 huyện Mỹ Đức 2020 - 2021)

Thực hiện phép tính:

$$A = \left(2\frac{1}{3} + 3,5 \right) : \left(-4\frac{1}{6} + 2\frac{1}{7} \right) + 7,5$$

Lời giải

$$A = \left(2\frac{1}{3} + 3,5 \right) : \left(-4\frac{1}{6} + 2\frac{1}{7} \right) + 7,5 = \left(\frac{7}{3} + \frac{7}{2} \right) : \left(-\frac{25}{6} + \frac{15}{7} \right) + \frac{15}{2}$$

$$= \frac{35}{6} : -\frac{85}{42} + \frac{15}{2} = \frac{35}{6} \cdot -\frac{42}{85} + \frac{15}{2} = -\frac{29}{17} + \frac{15}{2} = \frac{157}{34}$$

Câu 4. (HSG 7 huyện Chương Mỹ, tỉnh Hà Nội, 2020 - 2021)

$$A = 0,25 : \left[\left(3\frac{4}{5} + 0,1 \right) : 0,75 - 4\frac{1}{5} \cdot 1,25 \right] + 2022$$

Thực hiện phép tính:

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= 0,25 : \left[\left(3\frac{4}{5} + 0,1 \right) : 0,75 - 4\frac{1}{5} \cdot 1,25 \right] + 2022 = \frac{1}{4} : \left[\left(\frac{19}{5} + \frac{1}{10} \right) : \frac{3}{4} - \frac{21}{5} \cdot \frac{5}{4} \right] + 2022 \\ &= \frac{1}{4} : \left[\frac{39}{10} \cdot \frac{4}{3} - \frac{21}{4} \right] + 2022 = \frac{1}{4} : \frac{20}{-1} + 2022 = -5 + 2022 = 2017 \end{aligned}$$

Câu 5. (HSG 7 huyện Thanh Thủy, tỉnh Phú Thọ, 2021 - 2022)

$$B = \frac{3}{7} : \left(\frac{-4}{5} + \frac{1}{2} \right) - \frac{3}{7} : \frac{-4}{5}$$

Thực hiện phép tính:

Lời giải

$$B = \frac{3}{7} : \left(\frac{-4}{5} + \frac{1}{2} \right) - \frac{3}{7} : \frac{-4}{5} = \frac{3}{7} : \frac{-3}{10} - \frac{3}{7} : \frac{-4}{5} = \frac{-10}{7} + \frac{15}{28} = \frac{-25}{28}$$

Câu 6. (HSG 7 huyện Tân Kỳ, tỉnh Nghệ An, 2021 - 2022)

$$29\frac{1}{4} \cdot \frac{5}{8} - 13\frac{1}{4} \cdot \frac{5}{8}$$

$$2 \left| \frac{5}{8} - \frac{3}{4} \right| + \sqrt{\frac{9}{16}}$$

$$1\frac{7}{8} - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{8} \right)$$

Thực hiện phép tính: a)

b)

c)

Lời giải

$$a) \quad 29\frac{1}{4} \cdot \frac{5}{8} - 13\frac{1}{4} \cdot \frac{5}{8} = \frac{5}{8} \left(29\frac{1}{4} - 13\frac{1}{4} \right) = \frac{5}{8} \cdot 16 = 10$$

$$b) \quad 2 \left| \frac{5}{8} - \frac{3}{4} \right| + \sqrt{\frac{9}{16}} = 2 \left| \frac{-1}{8} \right| + \frac{3}{4} = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$$

$$c) \quad 1\frac{7}{8} - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{8} \right) = \frac{15}{8} - \frac{5}{24} = \frac{5}{3}$$

Câu 7. (HSG 7 huyện Cửa Lò, tỉnh Nghệ An, 2020 - 2021)

$$\frac{-7}{25} \cdot \frac{11}{13} + \frac{-7}{25} \cdot \frac{2}{13} - \frac{18}{25}$$

$$b) \quad \left(\frac{1}{3} + \frac{12}{67} + \frac{13}{41} \right) - \left(\frac{79}{67} - \frac{28}{41} \right)$$

Thực hiện phép tính: a)

b)

Lời giải

$$a) \quad \frac{-7}{25} \cdot \frac{11}{13} + \frac{-7}{25} \cdot \frac{2}{13} - \frac{18}{25} = \frac{-7}{25} \cdot \left(\frac{11}{13} + \frac{2}{13} \right) - \frac{18}{25} = \frac{-7}{25} \cdot 1 - \frac{18}{25} = -1$$

$$b) \quad \left(\frac{1}{3} + \frac{12}{67} + \frac{13}{41} \right) - \left(\frac{79}{67} - \frac{28}{41} \right) = \frac{1}{3} + \frac{12}{67} + \frac{13}{41} - \frac{79}{67} + \frac{28}{41} = \left(\frac{12}{67} - \frac{79}{67} \right) + \left(\frac{13}{41} + \frac{28}{41} \right) + \frac{1}{3} = -1 + 1 + \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

Câu 8. (HSG 7 huyện Vũ Thư, 2020 - 2021)

$$A = \sqrt{11^2 - 72} - 1\frac{1}{2} : \sqrt{\frac{25}{4}} - \left(\frac{2021}{2022} \right)^0$$

Thực hiện phép tính:

Lời giải

$$A = \sqrt{11^2 - 72} - 1\frac{1}{2} : \sqrt{\frac{25}{4}} - \left(\frac{2021}{2022}\right)^0 = \sqrt{121 - 72} - \frac{3}{2} : \frac{5}{2} - 1 = \sqrt{49} - \frac{3}{5} - 1 = 7 - 1 - \frac{3}{5} = 5\frac{2}{5}$$

Câu 9. (HSG 7 huyện Bá Thước, tỉnh Thanh Hóa, 2021 - 2022)

$$A = \left(\frac{-5}{11} + \frac{7}{22} - \frac{-4}{33} - \frac{5}{44} \right) : \left(38\frac{1}{22} - 39\frac{7}{22} \right)$$

Thực hiện phép tính:

Lời giải

$$A = \left(\frac{-5}{11} + \frac{7}{22} - \frac{-4}{33} - \frac{5}{44} \right) : \left(38\frac{1}{22} - 39\frac{7}{22} \right) = \frac{-17}{132} : \left(-1\frac{3}{11} \right) = \frac{17}{168}$$

Câu 10. (HSG 7 huyện Quảng Trạch, 2021 - 2022)

$$B = \left(2\frac{1}{3} + 3,5 \right) : \left(-4\frac{1}{6} + 2\frac{1}{7} \right) + 7,5.$$

Thực hiện phép tính:

Lời giải

$$\begin{aligned} B &= \left(2\frac{1}{3} + 3,5 \right) : \left(-4\frac{1}{6} + 2\frac{1}{7} \right) + 7,5 = \left(\frac{7}{3} + \frac{7}{2} \right) : \left(-\frac{25}{6} + \frac{15}{7} \right) + \frac{15}{2} \\ &= \frac{35}{6} : \frac{-85}{42} + \frac{15}{2} = \frac{35}{6} \cdot \frac{-42}{85} + \frac{15}{2} = -\frac{49}{17} + \frac{15}{2} = \frac{157}{34} \end{aligned}$$

Câu 11. (HSG 7 huyện Đức Thọ, tỉnh Hà Tĩnh, 2021 - 2022)

$$A = -3^2 \cdot \left| \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \right| + \sqrt{\frac{4}{9}} - \frac{9^3 \cdot 4^5}{2^{10} \cdot 3^7}$$

Thực hiện phép tính:

Lời giải

$$A = -3^2 \cdot \left| \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \right| + \sqrt{\frac{4}{9}} - \frac{9^3 \cdot 4^5}{2^{10} \cdot 3^7} = -9 \cdot \frac{1}{6} + \frac{2}{3} - \frac{3^6 \cdot 2^{10}}{2^{10} \cdot 3^7} = \frac{-3}{2} + \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{-9+4-2}{6} = -\frac{7}{6}$$

Câu 12. (HSG 7 huyện Yên Mỹ, 2021 - 2022)

$$A = \frac{2000}{-2021} + \frac{2021}{2022} + \frac{2022}{2023} + \frac{-21}{2021} + \frac{1}{2022}$$

Thực hiện phép tính:

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= \frac{2000}{-2021} + \frac{2021}{2022} + \frac{2022}{2023} + \frac{-21}{2021} + \frac{1}{2022} = \left(\frac{-2000}{2021} + \frac{-21}{2021} \right) + \left(\frac{1}{2022} + \frac{2021}{2022} \right) + \frac{2022}{2023} \\ A &= -1 + 1 + \frac{2022}{2023} \\ A &= \frac{2022}{2023} \end{aligned}$$

Dạng 2. Lũy thừa phối hợp các phép tính

A. Trắc nghiệm

Câu 1. (HSG 7 huyện Thanh Sơn, tỉnh Phú Thọ, 2021 - 2022)

Biểu thức
$$\frac{45}{19} - \left(\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} + \left(\frac{1}{4} \right)^{-1} \right)^{-1} \right)^{-1}$$
 có giá trị là:

A. -2

B. -1

C. 0

D. 1

Lời giải

$$\frac{45}{19} - \left(\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} + \left(\frac{1}{4} \right)^{-1} \right)^{-1} \right)^{-1} = \frac{45}{19} - \left(\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} + 4 \right)^{-1} \right)^{-1} = \frac{45}{19} - \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{13} \right)^{-1} = \frac{45}{19} - \left(\frac{19}{26} \right)^{-1}$$

Ta có

$$= \frac{45}{19} - \frac{26}{19} = \frac{19}{19} = 1$$

B. Tự luận

Câu 1. (HSG 7 huyện Như Thanh, tỉnh Thanh Hóa, 2021 - 2022)

$$B = \frac{2.8^4.27^2 + 4.6^9}{2^7.6^7 + 2^7.40.9^4}$$

Thực hiện phép tính:

Lời giải

$$B = \frac{2.8^4.27^2 + 4.6^9}{2^7.6^7 + 2^7.40.9^4} = \frac{2.(2^3)^4.(3^3)^2 + 2^2.2^9.3^9}{2^7.2^7.3^7 + 2^7.5.2^3.3^8} = \frac{2^{13}.3^6 + 2^{11}.3^9}{2^{14}.3^7 + 2^{10}.3^8.5} = \frac{2^{11}.3^6.(2^2 + 3^3)}{2^{10}.3^7.(2^4 + 3.5)} = \frac{2.31}{3.31} = \frac{2}{3}$$

Câu 2. (HSG 7 huyện Hà Trung, tỉnh Thanh Hóa, 2021 - 2022)

$$B = \frac{5.4^{15}.9^9 - 4.3^{20}.8^9}{5.2^9.6^{19} - 7.2^{29}.27^6}$$

Thực hiện phép tính:

Lời giải

$$B = \frac{5.4^{15}.9^9 - 4.3^{20}.8^9}{5.2^9.6^{19} - 7.2^{29}.27^6} = \frac{5.2^{30}.3^{18} - 2^{29}.3^{20}}{5.2^9.2^{19}.3^{19} - 7.2^{29}.3^{18}} = \frac{5.2^{30}.3^{18} - 2^{29}.3^{20}}{5.2^{28}.3^{19} - 7.2^{29}.3^{18}} = \frac{2^{29}.3^{18}(5.2 - 3^2)}{2^{28}.3^{18}(5.3 - 7.2)} = \frac{2^{29}.3^{18}}{2^{28}.3^{18}} = 2$$

Câu 3. (HSG 7 huyện Nghĩa Hành, 2021 - 2022)

$$B = \frac{3^6.45^4 - 3^{13}.5^4}{27^4.25^3 + 45^6}$$

Thực hiện phép tính:

Lời giải

$$B = \frac{3^6.45^4 - 3^{13}.5^4}{27^4.25^3 + 45^6} = \frac{3^{14}.5^4 - 3^{13}.5^4}{3^{12}.5^6 + 5^6.3^{12}} = \frac{3^{13}.5^4(3 - 1)}{3^{12}.5^6(1 + 1)} = \frac{3}{5^2} = \frac{3}{25}$$

Câu 4. (HSG 7 huyện Mỹ Đức 2020 - 2021)

$$B = \frac{10^4.81 - 16.15^2}{4^4.675}$$

Thực hiện phép tính:

Lời giải

$$B = \frac{10^4.81 - 16.15^2}{4^4.675} = \frac{2^4.5^4.3^4 - 2^4.3^2.5^2}{2^8.3^3.5^2} = \frac{2^4.3^2.5^2(5^2.3^2 - 1)}{2^8.3^3.5^2} = \frac{225 - 1}{2^4.3} = \frac{224}{2^4.3} = \frac{2^5.7}{2^4.3} = \frac{14}{3}$$

Câu 5. (HSG 7 huyện Ứng Hòa, tỉnh Hà Nội, 2021 - 2022)

$$B = \frac{2.8^4.27^2 + 4.6^9}{2^7.6^7 + 2^7.40.9^4}$$

Thực hiện phép tính:

Lời giải

$$B = \frac{2.8^4.27^2 + 4.6^9}{2^7.6^7 + 2^7.40.9^4} = \frac{2.2^{12}.3^6 + 2^2.2^9.3^9}{2^7.2^7.3^7 + 2^7.2^3.5.3^8} = \frac{2^{13}.3^6 + 2^{11}.3^9}{2^{14}.3^7 + 2^{10}.5.3^8} = \frac{2^{11}.3^6(2^2 + 3^3)}{2^{10}.3^7(2^4 + 5.3)} = \frac{2.31}{3.31} = \frac{2}{3}$$

Câu 6. (HSG 7 huyện Cao Lộc, 2021 - 2022)

$$B = \frac{6^4 \cdot 9}{4^2 \cdot 6^3 + 8^2 \cdot 9}$$

Thực hiện phép tính:

Lời giải

$$B = \frac{6^4 \cdot 9}{4^2 \cdot 6^3 + 8^2 \cdot 9} = \frac{2^4 \cdot 3^4 \cdot 3^2}{2^4 \cdot 2^3 \cdot 3^3 + 2^6 \cdot 3^2} = \frac{2^4 \cdot 3^6}{2^6 \cdot 3^2 (2 \cdot 3 + 1)} = \frac{3^4}{2^2 \cdot 7} = \frac{81}{28}$$

Câu 7. (HSG 7 huyện Tân Kỳ, tỉnh Nghệ An, 2021 - 2022)

$$B = \frac{2^3 \cdot 10 + 2^5 \cdot 4}{2^3 \cdot 15 - 2^4}$$

Thực hiện phép tính:

Lời giải

$$B = \frac{2^3 \cdot 10 + 2^5 \cdot 4}{2^3 \cdot 15 - 2^4} = \frac{2^3 \cdot (10 + 2^2 \cdot 4)}{2^3 \cdot (15 - 2)} = \frac{26}{13} = 2$$

Câu 8. (HSG 7 huyện Bá Thước, tỉnh Thanh Hóa, 2021 - 2022)

$$B = \frac{2 \cdot 8^4 \cdot 27^2 + 4 \cdot 6^9}{2^7 \cdot 6^7 + 2^7 \cdot 40 \cdot 9^4}$$

Thực hiện phép tính:

Lời giải

$$B = \frac{2 \cdot 8^4 \cdot 27^2 + 4 \cdot 6^9}{2^7 \cdot 6^7 + 2^7 \cdot 40 \cdot 9^4} = \frac{2 \cdot 2^3 \cdot 3^6 + 2^2 \cdot 2^9 \cdot 3^9}{2^7 \cdot 2^7 \cdot 3^7 + 2^7 \cdot 2^3 \cdot 5 \cdot 3^8} = \frac{2^{11} \cdot 3^6 \cdot (2^2 + 3^3)}{2^{10} \cdot 3^7 \cdot (2^4 + 3 \cdot 5)} = \frac{2}{3}$$

Câu 9. (HSG 7 huyện Cẩm Thủy, tỉnh Thanh Hóa, 2021 - 2022)

$$A = 99^{99} - \left\{ 1, (3) - \left[5 \cdot 2^3 - (-7)^2 + \frac{1}{3} + 99^9 \cdot (27^4 - 81^3 - 99^{90}) \right] \right\}$$

Thực hiện phép tính:

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= 99^{99} - \left\{ 1, (3) - \left[5 \cdot 2^3 - (-7)^2 + \frac{1}{3} + 99^9 \cdot (27^4 - 81^3 - 99^{90}) \right] \right\} \\ &= 99^{99} - \left\{ 1, (3) - \left[5 \cdot 2^3 - (-7)^2 + \frac{1}{3} + 99^9 \cdot (3^{12} - 3^{12} - 99^{90}) \right] \right\} \\ &= 99^{99} - \left\{ 1, (3) - \left[5 \cdot 8 - 49 + \frac{1}{3} - 99^{99} \right] \right\} \\ &= 99^{99} - \frac{4}{3} + 40 - 49 + \frac{1}{3} - 99^{99} = -10 \end{aligned}$$

Câu 10. (HSG 7 huyện Mường La, 2021 - 2022)

$$A = \frac{\left(\frac{2}{5}\right)^5 \cdot 5^7 + \left(\frac{9}{4}\right)^3 : \left(\frac{9}{16}\right)^3}{2^7 \cdot 5^2 + 512}$$

Thực hiện phép tính:

Lời giải

$$A = \frac{\left(\frac{2}{5}\right)^5 \cdot 5^7 + \left(\frac{9}{4}\right)^3 : \left(\frac{3}{16}\right)^3}{2^7 \cdot 5^2 + 512} = \frac{\frac{2^7}{5^7} \cdot 5^7 + \left(\frac{3^2}{2^2}\right)^3 : \left(\frac{3}{2^4}\right)^3}{2^7 \cdot 5^2 + 2^9} = \frac{5^7 + \frac{3^6}{2^6} \cdot \frac{2^{12}}{3^6}}{2^7 \cdot 5^2 + 2^9} = \frac{2^6 \cdot (2 + 3^3)}{2^7 \cdot (5^2 + 2^2)} = \frac{1}{2}$$

Câu 12. (HSG 7 huyện Thuận Thành, 2021 - 2022)

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 - 5^9 \cdot 14^3}$$

Thực hiện phép tính:

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 - 5^9 \cdot 14^3} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - (2^2)^6 \cdot (3^2)^2}{(2^2)^6 \cdot (3)^6 + (2^3)^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - (5^2)^5 \cdot (7^2)^2}{(5^3)^3 \cdot 7^3 - 5^9 \cdot 7^3 \cdot 2^3} \\ &= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 - 5^9 \cdot 7^3 \cdot 2^3} = \frac{2^{12} \cdot 3^4 (3 - 1)}{2^{12} \cdot 3^5 (3 + 1)} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 (1 - 7)}{5^9 \cdot 7^3 (1 - 2^3)} = \frac{2}{3 \cdot 4} - \frac{5 \cdot (-6)}{-7} = \frac{1}{6} - \frac{30}{7} = \frac{-173}{42} \end{aligned}$$

Câu 12. (HSG 7 huyện Chư Sê, 2021 - 2022)

$$A = \frac{5 \cdot 4^{15} \cdot 9^9 - 4 \cdot 3^{20} \cdot 8^9}{5 \cdot 2^{10} \cdot 6^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 27^6}$$

Thực hiện phép tính:

Lời giải

$$A = \frac{5 \cdot 4^{15} \cdot 9^9 - 4 \cdot 3^{20} \cdot 8^9}{5 \cdot 2^{10} \cdot 6^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 27^6} = \frac{5 \cdot (2^2)^{15} \cdot (3^2)^9 - 2^2 \cdot 3^{20} \cdot (2^3)^9}{5 \cdot 2^{10} \cdot (2 \cdot 3)^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot (3^3)^6} = \frac{5 \cdot 2^{30} \cdot 3^{18} - 2^{29} \cdot 3^{20}}{5 \cdot 2^{29} \cdot 3^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 3^{18}} = \frac{2^{29} \cdot 3^{18} (5 \cdot 2 - 3^2)}{2^{29} \cdot 3^{18} (5 \cdot 3 - 7)} = \frac{1}{8}$$

Câu 13. (HSG 7 huyện Quảng Trạch, 2021 - 2022)

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$$

Thực hiện phép tính:

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 7^3 \cdot 2^3} \\ &= \frac{2^{12} \cdot 3^4 (3 - 1)}{2^{12} \cdot 3^5 (3 + 1)} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 (1 - 7)}{5^9 \cdot 7^3 (1 + 8)} = \frac{2}{3 \cdot 4} - \frac{5 \cdot (-6)}{9} = \frac{1}{6} + \frac{10}{3} = \frac{21}{6} = \frac{7}{2} \end{aligned}$$

Câu 14. (HSG 7 huyện Đức Thọ, Hà Tĩnh, 2021 - 2022)

$$A = \frac{2^{2023} - 4 \cdot 3^{2022}}{3 \cdot 2^{2021} - 3^{2023}}$$

Tính giá trị biểu thức

Lời giải

Ta có
$$A = \frac{2^{2023} - 4 \cdot 3^{2022}}{3 \cdot 2^{2021} - 3^{2023}} = \frac{2^{2023} - 2^2 \cdot 3^{2022}}{3 \cdot 2^{2021} - 3 \cdot 3^{2022}} = \frac{2^2 \cdot 2^{2021} - 2^2 \cdot 3^{2022}}{3 \cdot (2^{2021} - 3^{2022})} = \frac{4 \cdot (2^{2021} - 3^{2022})}{3 \cdot (2^{2021} - 3^{2022})} = \frac{4}{3}$$

Câu 15. (HSG 7 huyện Yên Mỹ, 2021 - 2022)

$$C = \left[\frac{2020}{2021} \cdot \left(\frac{1}{2022} \right)^0 + \frac{1}{4042} \cdot 2 \right]^{2021} + \left(\frac{1}{2^{100}} \cdot \frac{8^{100}}{4^{200}} \right)^{2022}$$

Thực hiện phép tính::

Lời giải

$$C = \left[\frac{2020}{2021} \cdot 1 + \frac{1}{2021} \right]^{2021} + \left(\frac{1}{2^{100}} \cdot \frac{2^{300}}{2^{400}} \right)^{2022}$$

$$B = \frac{\frac{-4}{5} + \frac{4}{19} - \frac{4}{23}}{\frac{8}{5} - \frac{8}{19} + \frac{8}{23}} + 1$$

Thực hiện phép tính:

Lời giải

$$B = \frac{\frac{-4}{5} + \frac{4}{19} - \frac{4}{23}}{\frac{8}{5} - \frac{8}{19} + \frac{8}{23}} + 1 = \frac{-4 \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{19} + \frac{1}{23} \right)}{8 \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{19} + \frac{1}{23} \right)} + 1 = \frac{-4}{8} + 1 = \frac{-1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$$

Câu 4. (HSG 7 huyện Ứng Hòa, tỉnh Hà Nội, 2021 - 2022)

$$A = \frac{0,125 - \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - 0,2}{0,375 - \frac{3}{5} + \frac{3}{7} + \frac{3}{4} + 0,5 - \frac{3}{10}}$$

Thực hiện phép tính:

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= \frac{0,125 - \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - 0,2}{0,375 - \frac{3}{5} + \frac{3}{7} + \frac{3}{4} + 0,5 - \frac{3}{10}} = \frac{\frac{1}{8} - \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5}}{\frac{3}{8} - \frac{3}{5} + \frac{3}{7} + \frac{3}{4} + \frac{1}{2} - \frac{3}{10}} = \frac{\frac{11}{8} - \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{2}{4} + \frac{2}{6} - \frac{2}{10}}{3 \cdot \frac{1}{8} - \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{3}{4} + \frac{1}{2} - \frac{3}{10}} \\ &= \frac{1}{3} + \frac{\frac{2}{6} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5}}{3 \cdot \frac{1}{8} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5}} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1 \end{aligned}$$

Câu 5. (HSG 7 huyện Cao Lộc, 2021 - 2022)

$$A = \frac{\frac{1}{2020} + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2022}}{\frac{1}{2020} + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2022}} - \frac{\frac{2}{2021} + \frac{2}{2022} + \frac{2}{2023}}{\frac{2}{2021} + \frac{2}{2022} + \frac{2}{2023}}$$

Thực hiện phép tính:

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= \frac{\frac{1}{2020} + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2022}}{\frac{1}{2020} + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2022}} - \frac{\frac{2}{2021} + \frac{2}{2022} + \frac{2}{2023}}{\frac{2}{2021} + \frac{2}{2022} + \frac{2}{2023}} \\ &= \frac{\frac{1}{2020} + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2022}}{3 \left(\frac{1}{2020} + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2022} \right)} - \frac{2 \left(\frac{1}{2021} + \frac{1}{2022} + \frac{1}{2023} \right)}{5 \left(\frac{1}{2021} + \frac{1}{2022} + \frac{1}{2023} \right)} = \frac{1}{3} - \frac{2}{5} = \frac{1}{15} \end{aligned}$$

Câu 6. (HSG 7 huyện Thanh Ba, 2021 - 2022)

$$M = 2022 : \left[\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11} - 1\frac{1}{6} + 0,875 - 0,7}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11} - \frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}} \right]$$

Thực hiện phép tính:

Lời giải

$$M = 2022 : \left[\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11} - 1\frac{1}{6} + 0,875 - 0,7}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11} - \frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}} \right] = 2022 : \left[\frac{2 \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11} \right) - \frac{7}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right)}{7 \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11} \right) - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}} \right]$$

$$= 2022 : \left(\frac{2}{7} \cdot \frac{-7}{2} \right) = -2022$$

Câu 7. (HSG 7 huyện Vũ Thư, 2020 - 2021)

$$B = \frac{155 - \frac{10}{7} - \frac{5}{11} + \frac{5}{23} - \frac{3}{5} - 0,9 + \frac{3}{13}}{403 - \frac{26}{7} - \frac{13}{11} + \frac{13}{23} - 0,2 - \frac{3}{10} + \frac{1}{13}}$$

Thực hiện phép tính:

Lời giải

$$B = \frac{155 - \frac{10}{7} - \frac{5}{11} + \frac{5}{23} - \frac{3}{5} - 0,9 + \frac{3}{13}}{403 - \frac{26}{7} - \frac{13}{11} + \frac{13}{23} - 0,2 - \frac{3}{10} + \frac{1}{13}} = \frac{5 \cdot \left(31 - \frac{2}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{23} \right) - 3 \cdot \left(\frac{1}{5} - 0,3 + \frac{1}{13} \right)}{13 \cdot \left(31 - \frac{2}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{23} \right) - \frac{1}{5} - 0,3 + \frac{1}{13}} = \frac{5}{13} - 3 = \frac{-34}{13}$$

Câu 8. (HSG 7 huyện Thuận Thành, 2021 - 2022)

$$M = \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11} - \frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11} - 1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2022}{2023}$$

Thực hiện phép tính:

Lời giải

$$M = \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11} - \frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11} - 1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2022}{2023} = \left(\frac{\frac{2}{5} - \frac{2}{9} + \frac{2}{11} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{\frac{7}{5} - \frac{7}{9} + \frac{7}{11} - \frac{7}{6} - \frac{7}{8} + \frac{7}{10}} \right) : \frac{2022}{2023}$$

$$= \left[\frac{2 \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11} \right) - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{7 \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11} \right) - \frac{7}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right)} \right] : \frac{2022}{2023} = \left(\frac{2}{7} - \frac{1}{7} \right) : \frac{2022}{2023} = \left(\frac{2}{7} - \frac{2}{7} \right) : \frac{2022}{2023} = 0 : \frac{2022}{2023} = 0$$

Câu 9. (HSG 7 huyện Lý Nhân, tỉnh Hà Nam 2021 - 2022)

$$A = \frac{\frac{4}{5} : \left(0,8 \cdot \frac{5}{4} \right) + \left(1,08 - \frac{2}{25} \right) : \frac{4}{7}}{0,64 - \frac{1}{25} + \left(6\frac{5}{9} - 3\frac{1}{4} \right) \cdot 2\frac{2}{17}} \quad \text{và} \quad B = \frac{\left(\frac{3}{4} \right)^3 + \left(\frac{5}{4} \right)^3 - 5 \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{4} \right)}{\left(-\frac{5}{8} \right)^2 + \left(\frac{2}{3} \right)^2 - \frac{5}{6}}$$

Thực hiện phép tính:

Lời giải

$$A = \frac{\frac{4}{5} : \left(0,8 \cdot \frac{5}{4} \right) + \left(1,08 - \frac{2}{25} \right) : \frac{4}{7}}{0,64 - \frac{1}{25} + \left(6\frac{5}{9} - 3\frac{1}{4} \right) \cdot 2\frac{2}{17}} = \frac{\frac{4}{5} + \frac{1 \cdot 7}{4}}{\frac{16}{25} - \frac{1}{25} + \frac{119}{36} \cdot \frac{36}{17}} = \frac{4}{3} + \frac{7}{4} = \frac{4}{3} + \frac{1}{4} = \frac{19}{12}$$

$$B = \frac{\left(\frac{3}{4}\right)^3 + \left(\frac{5}{4}\right)^3 - 5\left(\frac{3}{4} - \frac{5}{4}\right)}{\left(-\frac{5}{8}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 - \frac{5}{6}} = \frac{\frac{27}{64} + \frac{125}{64} + \frac{5}{2}}{\frac{25}{64} + \frac{4}{9} - \frac{5}{6}} = \frac{\frac{39}{8}}{\frac{1}{576}} = 2808$$

Câu 10. (HSG 7 huyện Yên Mỹ, 2021 - 2022)

$$B = \frac{0,1 + \frac{1}{13} - \frac{1}{19}}{202,1 + \frac{2021}{13} - \frac{2021}{19}} : \frac{2022}{2021}$$

Thực hiện phép tính:

Lời giải

$$B = \frac{\frac{1}{10} + \frac{1}{13} - \frac{1}{19}}{\frac{2021}{10} + \frac{2021}{13} - \frac{2021}{19}} : \frac{2022}{2021} = \frac{\frac{1}{10} + \frac{1}{13} - \frac{1}{19}}{2021\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{13} - \frac{1}{19}\right)} : \frac{2022}{2021} = \frac{1}{2021} \cdot \frac{2021}{2022} = \frac{1}{2022}$$

Dạng 3. Tính tổng các số tự nhiên được lập từ một chữ số (dạng này không có nên bổ sung 1 số bài)

Câu 1. (Bổ sung)

$$A = 9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{999}_{10} \cdot 9$$

Tính tổng tự nhiên:

Lời giải

$$A = (10 - 1) + (10^2 - 1) + (10^3 - 1) + \dots + (10^{10} - 1)$$

a) Ta có:

$$= (10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^{10}) - 10 = \underbrace{111}_{10} \cdot 10 - 10 = \underbrace{111}_{9} \cdot 100.$$

Câu 2. (Bổ sung)

$$C = 5 + 55 + 555 + \dots + \underbrace{555}_{10} \cdot 5$$

Tính tổng tự nhiên:

Lời giải

$$C = 5 \left(1 + 11 + 111 + \dots + \underbrace{111}_{10} \cdot 1 \right)$$

Ta có:

(10 số 1)

$$9C = 5 \left(9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{999}_{10} \cdot 9 \right)$$

$$A = (10 - 1) + (10^2 - 1) + (10^3 - 1) + \dots + (10^{10} - 1)$$

Ta có:

$$= (10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^{10}) - 10 = \underbrace{111}_{9} \cdot 10 - 10 = \underbrace{111}_{8} \cdot 100$$

$$\Rightarrow C = \frac{5 \cdot \underbrace{111}_{8} \cdot 100}{9} = \frac{555 \cdot 500}{9}$$

Dạng 4. Tính tổng dãy phân số có quy luật

A. Trắc nghiệm

Câu 1. (HSG 7 huyện Thanh Sơn, Phú Thọ 2021 - 2022)

Giá trị của biểu thức $\frac{5^2}{1.6} + \frac{5^2}{6.11} + \dots + \frac{5^2}{26.31}$ là:

A. $\frac{26}{150}$ B. $\frac{150}{26}$ C. $\frac{31}{150}$ D. $\frac{150}{31}$

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \frac{5^2}{1.6} + \frac{5^2}{6.11} + \dots + \frac{5^2}{26.31} &= \frac{5.5}{1.6} + \frac{5.5}{6.11} + \dots + \frac{5.5}{26.31} = 5 \cdot \left(\frac{5}{1.6} + \frac{5}{6.11} + \dots + \frac{5}{26.31} \right) \\ &= 5 \cdot \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{11} + \dots + \frac{1}{26} - \frac{1}{31} \right) = 5 \cdot \left(1 - \frac{1}{31} \right) = 5 \cdot \frac{30}{31} = \frac{150}{31} \end{aligned}$$

B. Tự luận

Câu 1. (HSG 7 huyện Thanh Miện, 2021 - 2022)

Thực hiện phép tính: $A = \frac{1}{12} + \frac{7}{12.17} + \frac{7}{17.22} + \frac{7}{22.27} + \dots + \frac{7}{2017.2022}$

Lời giải

$$A = \frac{1}{12} + \frac{7}{12.17} + \frac{7}{17.22} + \frac{7}{22.27} + \dots + \frac{7}{2017.2022} = \frac{7}{7.12} + \frac{7}{12.17} + \frac{7}{17.22} + \frac{7}{22.27} + \dots + \frac{7}{2017.2022}$$

$$A = \frac{7}{5} \left(\frac{5}{7.12} + \frac{5}{12.17} + \frac{5}{17.22} + \frac{5}{22.27} + \dots + \frac{5}{2017.2022} \right)$$

$$A = \frac{7}{5} \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{12} + \frac{1}{12} - \frac{1}{17} + \frac{1}{17} - \frac{1}{22} + \dots + \frac{1}{2017} - \frac{1}{2022} \right)$$

$$A = \frac{7}{5} \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{2022} \right)$$

$$A = \frac{7}{5} \cdot \frac{2015}{7.2022}$$

$$A = \frac{403}{2022}$$

Câu 2. (HSG 7 huyện Nghĩa Hành, 2021 - 2022)

Thực hiện phép tính: $P = \frac{1}{2.3.4} + \frac{1}{3.4.5} + \frac{1}{4.5.6} + \dots + \frac{1}{2019.2020.2021} + \frac{1}{2020.2021.2022}$

Lời giải

$$P = \frac{1}{2.3.4} + \frac{1}{3.4.5} + \frac{1}{4.5.6} + \dots + \frac{1}{2019.2020.2021} + \frac{1}{2020.2021.2022}$$

$$P = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2.3} - \frac{1}{3.4} + \frac{1}{3.4} - \frac{1}{4.5} + \dots + \frac{1}{2020.2021} - \frac{1}{2021.2022} \right)$$

$$P = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2.3} - \frac{1}{2021.2022} \right)$$

$$P = \frac{1}{2} \cdot \frac{337.2021 - 1}{2021.2022}$$

$$P = \frac{340538}{2021.2022}$$

$$P = \frac{170269}{2021.1011}$$

$$P = \frac{170269}{2042220}$$

Câu 3. (HSG 7 huyện Cao Lộc, 2021 - 2022)

$$A = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{2019.2021} + \frac{1}{2021.2023}$$

Thực hiện phép tính:

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{2019.2021} + \frac{1}{2021.2023} \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{2}{1.3} + \frac{2}{3.5} + \frac{2}{5.7} + \dots + \frac{2}{2019.2021} + \frac{2}{2021.2023} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2019} - \frac{1}{2021} + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2023} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2023} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2022}{2023} = \frac{1011}{2023} \end{aligned}$$

Câu 4. (HSG 7 Thành phố Vũng Tàu, 2021 - 2022)

$$A = \frac{5}{28} + \frac{5}{70} + \frac{5}{130} + \frac{5}{208} + \dots + \frac{5}{9700}$$

Thực hiện phép tính:

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= \frac{5}{28} + \frac{5}{70} + \frac{5}{130} + \frac{5}{208} + \dots + \frac{5}{9700} = \frac{5}{3} \cdot \frac{3}{4.7} + \frac{5}{3} \cdot \frac{3}{7.10} + \frac{5}{3} \cdot \frac{3}{10.13} + \frac{5}{3} \cdot \frac{3}{13.16} + \dots + \frac{5}{3} \cdot \frac{3}{97.100} \\ &= \frac{5}{3} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{10} + \frac{1}{10} - \frac{1}{13} + \frac{1}{13} - \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{97} - \frac{1}{100} \right) = \frac{5}{3} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{100} \right) = \frac{5}{3} \cdot \frac{24}{100} = \frac{2}{5} \end{aligned}$$

Câu 5. (HSG 7 huyện Cửa Lò, tỉnh Nghệ An, 2020 - 2021)

Thực hiện phép tính:

$$A = \left(-\frac{1}{2} \right) + \left(-\frac{1}{6} \right) + \left(-\frac{1}{12} \right) + \left(-\frac{1}{20} \right) + \left(-\frac{1}{30} \right) + \left(-\frac{1}{42} \right) + \left(-\frac{1}{56} \right) + \left(-\frac{1}{72} \right) + \left(-\frac{1}{90} \right)$$

Lời giải

$$A = \left(-\frac{1}{2} \right) + \left(-\frac{1}{6} \right) + \left(-\frac{1}{12} \right) + \left(-\frac{1}{20} \right) + \left(-\frac{1}{30} \right) + \left(-\frac{1}{42} \right) + \left(-\frac{1}{56} \right) + \left(-\frac{1}{72} \right) + \left(-\frac{1}{90} \right)$$

$$\begin{aligned}
 &= - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90} \right) \\
 &= - \left(\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \frac{1}{5.6} + \frac{1}{6.7} + \frac{1}{7.8} + \frac{1}{8.9} + \frac{1}{9.10} \right) \\
 &= - \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{10} \right) = - \left(1 - \frac{1}{10} \right) = - \frac{9}{10}
 \end{aligned}$$

Câu 6. (HSG 7 huyện Bát Xát, tỉnh Lào Cai, 2021 - 2022)

Thực hiện phép tính:
$$M = \frac{1}{2.6} + \frac{1}{3.8} + \frac{1}{4.10} + \dots + \frac{1}{498.998} + \frac{1}{499.1000}$$

Lời giải

$$\begin{aligned}
 M &= \frac{1}{2.6} + \frac{1}{3.8} + \frac{1}{4.10} + \dots + \frac{1}{498.998} + \frac{1}{499.1000} = \frac{2}{4.6} + \frac{2}{6.8} + \frac{2}{8.10} + \dots + \frac{2}{996.998} + \frac{2}{998.1000} \\
 &= \frac{1}{4} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{996} - \frac{1}{998} + \frac{1}{998} - \frac{1}{1000} = \frac{1}{4} - \frac{1}{1000} = \frac{249}{1000}
 \end{aligned}$$

Câu 7. (HSG 7 huyện Mường La, 2021 - 2022)

Thực hiện phép tính:
$$B = \frac{13}{4.9} - \frac{23}{9.14} + \frac{33}{14.19} - \frac{43}{19.24} + \dots + \frac{95}{44.49} - \frac{19.54}{49.54}$$

Lời giải

$$\begin{aligned}
 B &= \frac{13}{4.9} - \frac{23}{9.14} + \frac{33}{14.19} - \frac{43}{19.24} + \dots + \frac{93}{44.49} - \frac{103}{49.54} \\
 &= \frac{4+9}{4.9} - \frac{9+14}{9.14} + \frac{14+19}{14.19} - \frac{19+24}{19.24} + \dots + \frac{44+49}{44.49} - \frac{49+54}{49.54} \\
 &= \frac{1}{4} + \frac{1}{9} - \frac{1}{9} - \frac{1}{14} + \frac{1}{14} + \frac{1}{19} - \frac{1}{19} - \frac{1}{24} + \dots + \frac{1}{44} + \frac{1}{49} - \frac{1}{49} - \frac{1}{54} = \frac{1}{4} - \frac{1}{54} = \frac{25}{108}
 \end{aligned}$$

Câu 8. (HSG 7 huyện Quảng Trạch, tỉnh Quảng Bình, 2021 - 2022)

Chứng minh rằng với $n \in \mathbb{N}, n \geq 3$ ta có:
$$A = \frac{1}{3^3} + \frac{1}{4^3} + \frac{1}{5^3} + \dots + \frac{1}{n^3} < \frac{1}{12}.$$

Lời giải

Với $n \in \mathbb{N}, n \geq 3$ ta có:
$$A = \frac{1}{3^3} + \frac{1}{4^3} + \frac{1}{5^3} + \dots + \frac{1}{n^3}$$

$$\Rightarrow 2A = \frac{2}{3^3} + \frac{2}{4^3} + \frac{2}{5^3} + \dots + \frac{2}{n^3}$$

Ta có:

$$\begin{aligned}
 \frac{2}{3^3} &< \frac{2}{2.3.4} = \frac{1}{2.3} - \frac{1}{3.4} \\
 \frac{2}{4^3} &< \frac{2}{3.4.5} = \frac{1}{3.4} - \frac{1}{4.5} \\
 \frac{2}{5^3} &< \frac{2}{4.5.6} = \frac{1}{4.5} - \frac{1}{5.6} \\
 &\dots\dots\dots \\
 \frac{2}{n^3} &< \frac{2}{(n-1).n.(n+1)} = \frac{1}{(n-1).n} - \frac{1}{n.(n+1)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 2A &= \frac{2}{3^3} + \frac{2}{4^3} + \frac{2}{5^3} + \dots + \frac{2}{n^3} < \frac{1}{2.3} - \frac{1}{3.4} + \frac{1}{3.4} - \frac{1}{4.5} + \frac{1}{4.5} - \frac{1}{5.6} + \dots + \frac{1}{(n-1).n} - \frac{1}{n(n+1)} \\ \Rightarrow 2A &< \frac{1}{2.3} - \frac{1}{n(n+1)} \\ \Rightarrow A &< \frac{1}{12} - \frac{1}{2n(n+1)} \\ \Rightarrow A &< \frac{1}{12} \end{aligned}$$

Vậy $A = \frac{1}{3^3} + \frac{1}{4^3} + \frac{1}{5^3} + \dots + \frac{1}{n^3} < \frac{1}{12}$ (với $n \in \mathbb{N}, n \geq 3$).

Câu 9. (HSG 7 huyện Đức Thọ, tỉnh Hà Tĩnh, 2021 - 2022)

Tính giá trị của biểu thức $Q = \frac{3}{1.2} - \frac{5}{2.3} + \frac{7}{3.4} - \dots + \frac{2019}{1009.1010} - \frac{2021}{1010.1011}$.

Lời giải

Ta có

$$\begin{aligned} Q &= \frac{3}{1.2} - \frac{5}{2.3} + \frac{7}{3.4} - \dots + \frac{2019}{1009.1010} - \frac{2021}{1010.1011} \\ &= \frac{1+2}{1.2} - \frac{2+3}{2.3} + \frac{3+4}{3.4} - \dots + \frac{1009+1010}{1009.1010} - \frac{1010+1011}{1010.1011} \\ &= \left(1 + \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) - \dots + \left(\frac{1}{1009} + \frac{1}{1010}\right) - \left(\frac{1}{1010} + \frac{1}{1011}\right) \\ &= 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \dots + \frac{1}{1009} + \frac{1}{1010} - \frac{1}{1010} - \frac{1}{1011} \\ &= 1 - \frac{1}{1011} = \frac{1010}{1011} \end{aligned}$$

Dạng 5. Tính tổng tự nhiên dạng tích

Câu 1. (HSG 7 huyện Cẩm Thủy, tỉnh Thanh Hóa, 2021 - 2022)

Thực hiện phép tính:

$$P = \left(1 + \frac{7}{9}\right) \left(1 + \frac{7}{20}\right) \left(1 + \frac{7}{33}\right) \dots \left(1 + \frac{7}{2900}\right)$$

Lời giải

$$\begin{aligned} P &= \left(1 + \frac{7}{9}\right) \left(1 + \frac{7}{20}\right) \left(1 + \frac{7}{33}\right) \dots \left(1 + \frac{7}{2900}\right) = \frac{16}{9} \cdot \frac{27}{20} \cdot \frac{40}{43} \dots \frac{2907}{2900} = \frac{2.8.3.9.4.10 \dots 51.57}{1.9.2.10.3.11 \dots 50.58} \\ &= \frac{51.8}{58} = \frac{204}{29} \end{aligned}$$

Dạng 6. Tính tích (dạng này không có trong 30 đề nên bổ sung một số bài)

Câu 1. (bổ sung)

Tính tích:

$$A = \frac{2^2}{1.3} \cdot \frac{3^2}{2.4} \cdot \frac{4^2}{3.5} \dots \frac{20^2}{19.21}$$

Lời giải

Ta có:

$$A = \frac{2.2}{1.3} \cdot \frac{3.3}{2.4} \cdot \frac{4.4}{3.5} \dots \frac{20.20}{19.21} = \frac{(2.3.4 \dots 20)(2.3.4 \dots 20)}{(1.2.3 \dots 19)(3.4.5 \dots 21)} = \frac{20.2}{21} = \frac{40}{21}$$

Câu 2. (bổ sung)

Tính tích:
$$C = \left(1 - \frac{1}{1+2}\right) \left(1 - \frac{1}{1+2+3}\right) \left(1 - \frac{1}{1+2+3+4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{1+2+3+\dots+2016}\right)$$

Lời giải

$$C = \left(1 - \frac{1}{\frac{(1+2).2}{2}}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{\frac{(1+3).3}{2}}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{\frac{(1+4).4}{2}}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{\frac{(1+2016).2016}{2}}\right)$$

Ta có:

$$= \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{9}{10} \dots \frac{2017.2016 - 2}{2016.2017} = \frac{4}{6} \cdot \frac{10}{12} \cdot \frac{18}{20} \dots \frac{2016.2017 - 2}{2016.2017}$$

$$C = \frac{1.4}{2.3} \cdot \frac{2.5}{3.4} \cdot \frac{3.6}{4.5} \dots \frac{2015.2018}{2016.2017} = \frac{1004}{3009}$$

Câu 3. (bổ sung)

$$A = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right) \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{7}\right) \dots \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{99}\right)$$

Lời giải

$$A = \frac{1}{2.3} \cdot \frac{3}{2.5} \cdot \frac{5}{2.7} \dots \frac{97}{2.99} = \frac{(1.3.5 \dots 97)}{2^{49} \cdot (3.5.7 \dots 99)} = \frac{1}{2^{49} \cdot 99}$$

Ta có:

Dạng 7. Tính tổng cùng số mũ (dạng này không có trong 30 đề đã tách nên đã bổ sung tham khảo)

Câu 1. (Bổ sung)

Tính: a, $A = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 98^2$ b, $B = -1^2 + 2^2 - 3^2 + 4^2 - \dots - 19^2 + 20^2$

Lời giải

a) Ta có $A = 1.1 + 2.2 + 3.3 + \dots + 98.98$

$$\Rightarrow A = 1(2 - 1) + 2(3 - 1) + 3(4 - 1) + \dots + 98(99 - 1)$$

$$\Rightarrow A = (1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 98.99) - (1 + 2 + 3 + \dots + 98)$$

Đặt $B = 1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 98.99$, tính tổng B ta được:

$$3B = 1.2(3 - 0) + 2.3(4 - 1) + 3.4(5 - 2) + \dots + 98.99(100 - 97)$$

$$3B = (1.2.3 - 0.1.2) + (2.3.4 - 1.2.3) + (3.4.5 - 2.3.4) + \dots + (98.99.100 - 97.98.99)$$

$$3B = 98.99.100 - 0.1.2 = 98.99.100 \Rightarrow B = \frac{98.99.100}{3}$$

Thay vào A ta được
$$A = B + \frac{98.99}{2} = \frac{98.99.100}{3} + \frac{98.99}{2}$$

b) Ta có $B = -1^2 + 2^2 - 3^2 + 4^2 - \dots - 19^2 + 20^2 \Rightarrow B = -(1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots + 19^2 - 20^2)$

$$B = - \left[(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 19^2 + 20^2) - 2(2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 20^2) \right]$$

$$B = - \left[\left(\frac{20.21.22}{3} + \frac{20.21}{2} \right) - 2.2^2(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2) \right]$$

$$B = -20.22.7 - 20.7 - 8 \left(\frac{10.11.12}{3} + \frac{10.11}{2} \right) = -20.7.23 - 8(10.11.4 + 5.11)$$

Câu 2. (Bổ sung)

Tính: $D = 1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + 99^2$

Lời giải

$$D = (1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + 99^2 + 100^2) - (2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 100^2)$$

a) Ta có

$$\Rightarrow D = \left(\frac{100.101.102}{3} + \frac{100.101}{2} \right) - 2^2(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 50^2)$$

$$A = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 50^2 \Rightarrow A = \frac{50.51.52}{3} + \frac{50.51}{2}$$

Đặt , thay vào D ta được :

$$D = 100.101.34 + 50.101 - 4(50.52.17 + 25.51)$$

Câu 3. (Bổ sung)

Tính: $11^2 + 13^2 + 15^2 + \dots + 199^2$

Lời giải

$$D = (1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + 99^2 + 100^2) - (2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 100^2)$$

Ta có

$$\Rightarrow D = \left(\frac{100.101.102}{3} + \frac{100.101}{2} \right) - 2^2(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 50^2)$$

$$A = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 50^2 \Rightarrow A = \frac{50.51.52}{3} + \frac{50.51}{2}$$

Đặt , thay vào D ta được :

$$D = 100.101.34 + 50.101 - 4(50.52.17 + 25.51)$$

Dạng 8. Tính tổng cùng cơ số

Câu 1. (HSG 7 huyện Thanh Trì, 2021 - 2022)

$$A = 1 - 3 + 3^2 - 3^3 + 3^4 - \dots + 3^{2022} - \frac{3^{2023}}{4}$$

Thực hiện phép tính:

Lời giải

$$B = 1 - 3 + 3^2 - 3^3 + 3^4 - \dots + 3^{2022}$$

Đặt

$$3B = 3 - 3^2 + 3^3 - 3^4 - \dots - 3^{2022} + 3^{2023}$$

Ta có:

Cộng từng vế ta có

$$4B = 1 + 3^{2023} \quad B = \frac{1 + 3^{2023}}{4} \quad A = B - \frac{3^{2023}}{4} \quad A = \frac{1}{4} \quad A = \frac{1}{4}$$

nên . Ta lại có suy ra . Vậy

Câu 2. (HSG 7 huyện Bá Thước, tỉnh Thanh Hóa, 2021 - 2022)

Thực hiện phép tính: $C = 3^{100} - 3^{99} + 3^{98} - 3^{97} + \dots + 3^2 - 3$

Lời giải

Ta có: $C = 3^{100} - 3^{99} + 3^{98} - 3^{97} + \dots + 3^2 - 3$

$$3C = 3^{101} - 3^{100} + 3^{99} - 3^{98} + \dots + 3^3 - 3^2$$

$$4C = 3^{101} - 3 \Rightarrow C = \frac{3^{101} - 3}{4}$$

$$C = \frac{3^{101} - 3}{4}$$

Vậy

Dạng 9. Tính tỉ số của hai tổng

Câu 1. (HSG 7 huyện Bá Thước, tỉnh Thanh Hóa, 2021 - 2022)

$$D = \frac{2.2022}{1 + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \dots + \frac{1}{1+2+3+\dots+2022}}$$

Thực hiện phép tính:

Lời giải

$$D = \frac{2.2022}{1 + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \dots + \frac{1}{1+2+3+\dots+2022}}$$

$$D = \frac{2.2022}{1 + 2 \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \dots + \left(\frac{1}{2022} - \frac{1}{2023} \right) \right]} = \frac{2.2022}{1 + 2 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2023} \right)} = \frac{2.2022.2023}{2.2022} = 2023$$

Câu 2. (Bổ sung)

$$A = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{12} + \frac{1}{30} + \dots + \frac{1}{9120} + \frac{1}{9506} + \frac{1}{9900}}{50 - \frac{1}{51} - \frac{1}{52} - \frac{1}{53} - \dots - \frac{1}{98} - \frac{1}{99} - \frac{1}{100}}$$

Tính các giá trị biểu thức sau:

Lời giải

$$T = \frac{1}{2} + \frac{1}{12} + \frac{1}{30} + \dots + \frac{1}{9120} + \frac{1}{9506} + \frac{1}{9900}$$

Xét từ:

$$T = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{5.6} + \dots + \frac{1}{95.96} + \frac{1}{97.98} + \frac{1}{99.100}$$

$$T = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{97} - \frac{1}{98} + \frac{1}{99} - \frac{1}{100}$$

$$T = \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{97} + \frac{1}{98} + \frac{1}{99} + \frac{1}{100} \right) - 2 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{98} + \frac{1}{100} \right)$$

$$T = \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{99} + \frac{1}{100} \right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{49} + \frac{1}{50} \right)$$

$$T = \frac{1}{51} + \frac{1}{52} + \frac{1}{53} + \dots + \frac{1}{99} + \frac{1}{100} \quad (1)$$

Xét mẫu:

$$M = 50 - \frac{50}{51} - \frac{51}{52} - \frac{52}{53} - \dots - \frac{97}{98} - \frac{98}{99} - \frac{99}{100}$$

$$M = \left(1 - \frac{50}{51} \right) + \left(1 - \frac{51}{52} \right) + \dots + \left(1 - \frac{98}{99} \right) + \left(1 - \frac{99}{100} \right)$$

$$M = \frac{1}{51} + \frac{1}{52} + \dots + \frac{1}{99} + \frac{1}{100} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: tử bằng mẫu. Do đó: $A=1$

Câu 3. (Bổ sung)

Tính tỉ số $\frac{A}{B}$ biết $A = \frac{2012}{51} + \frac{2012}{52} + \frac{2012}{53} + \dots + \frac{2012}{100}$ và $B = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{5.6} + \dots + \frac{1}{99.100}$

Lời giải

$$A = 2012 \left(\frac{1}{51} + \frac{1}{52} + \frac{1}{53} + \dots + \frac{1}{100} \right)$$

Ta có :

$$B = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} = \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{99} + \frac{1}{100} \right) - 2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{100} \right)$$

$$B = \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{100} \right) - \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{50} \right) = \frac{1}{51} + \frac{1}{52} + \frac{1}{53} + \dots + \frac{1}{100}$$

$$\frac{A}{B} = \frac{2012}{1} = 2012$$

Khi đó:

Câu 4. (Bổ sung)

Tính tỉ số $\frac{A}{B}$ biết :

$$A = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{5.6} + \dots + \frac{1}{101.102} \quad \text{và} \quad B = \frac{1}{52.102} + \frac{1}{53.101} + \frac{1}{54.100} + \dots + \frac{1}{102.52} + \frac{2}{77.154}$$

Lời giải

$$A = \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \dots + \frac{1}{101} - \frac{1}{102} = \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{101} - \frac{1}{102} \right)$$

Ta có :

$$A = \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{101} + \frac{1}{102} \right) - 2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{102} \right)$$

$$A = \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{102} \right) - \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{51} \right) = \frac{1}{52} + \frac{1}{53} + \dots + \frac{1}{101} + \frac{1}{102}$$

$$A = \left(\frac{1}{52} + \frac{1}{102} \right) + \left(\frac{1}{53} + \frac{1}{101} \right) + \dots + \left(\frac{1}{76} + \frac{1}{78} \right) + \frac{1}{77} = \frac{154}{52.102} + \frac{154}{53.101} + \dots + \frac{154}{76.78} + \frac{154}{77.154}$$

$$B = \left(\frac{1}{52.102} + \frac{1}{102.52} \right) + \left(\frac{1}{53.101} + \frac{1}{101.53} \right) + \dots + \left(\frac{1}{76.78} + \frac{1}{78.76} \right) + \frac{2}{77.154}$$

và

$$B = \frac{2}{52.102} + \frac{2}{53.101} + \dots + \frac{2}{76.78} + \frac{2}{77.154} \Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{154}{2} = 77$$

Câu 5. (Bổ sung)

$$\text{Tính tỉ số } \frac{A}{B} \text{ biết : } A = 92 - \frac{1}{9} - \frac{2}{10} - \frac{3}{11} - \dots - \frac{92}{100} \quad \text{và} \quad B = \frac{1}{45} + \frac{1}{50} + \frac{1}{55} + \dots + \frac{1}{500}$$

Lời giải

$$A = \left(1 - \frac{1}{9} \right) + \left(1 - \frac{2}{10} \right) + \left(1 - \frac{3}{11} \right) + \dots + \left(1 - \frac{92}{100} \right) = \frac{8}{9} + \frac{8}{10} + \dots + \frac{8}{100} = 8 \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{100} \right)$$

Ta có :

$$B = \frac{1}{5} \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{100} \right) \quad \frac{A}{B} = \frac{8}{\frac{1}{5}} = 40$$

. Khi đó :

Dạng 10. Tính giá trị biểu thức

Câu 1. (HSG 7 huyện Triệu Sơn, tỉnh Thanh Hóa, 2021 - 2022)

$$\text{Tính giá trị biểu thức } P = \left(\frac{-21}{22} \right)^x - \sqrt{y+1} \quad \text{với } x, y \text{ thỏa mãn : } (-5)^{2021} x^{2022} - \left| y + \frac{3}{4} \right| \geq 0$$

Lời giải

$$(-5)^{2021} x^{2022} - \left| y + \frac{3}{4} \right| \geq 0 \Rightarrow -5^{2021} x^{2022} - \left| y + \frac{3}{4} \right| \geq 0 \Rightarrow 5^{2021} x^{2022} + \left| y + \frac{3}{4} \right| \leq 0$$

Ta có:

$$5^{2021} x^{2022} \geq 0 \quad \forall x; \quad \left| y + \frac{3}{4} \right| \geq 0 \quad \forall y \Rightarrow 5^{2021} x^{2022} + \left| y + \frac{3}{4} \right| \leq 0$$

Vì chỉ xảy ra khi

$$5^{2021} x^{2022} + \left| y + \frac{3}{4} \right| = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^{2022} = 0 \\ y + \frac{3}{4} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -\frac{3}{4} \end{cases}$$

+) Ta có: $P = \left(\frac{-21}{22} \right)^x - \sqrt{y+1} = \left(\frac{-21}{22} \right)^0 - \sqrt{\frac{-3}{4} + 1} = 1 - \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}.$

Vậy $P = \frac{1}{2}.$

Câu 2. (HSG 7 huyện Triệu Sơn, tỉnh Thanh Hóa, 2021 - 2022)

Cho: $2a - b = \frac{2}{3}(a + b)$. Tính $M = \frac{a^4 + 5^4}{b^4 + 4^4}.$

Lời giải

Ta có: $2a - b = \frac{2}{3}(a + b) = \frac{2}{3}a + \frac{2}{3}b \Rightarrow \frac{4a}{3} = \frac{5b}{3} \Rightarrow 4a = 5b \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{5}{4}$

$$\Rightarrow \frac{a^4}{b^4} = \frac{5^4}{4^4} = \frac{a^4 + 5^4}{b^4 + 4^4}$$

$$\Rightarrow M = \frac{a^4 + 5^4}{b^4 + 4^4} = \frac{5^4}{4^4} = \frac{625}{256}.$$

Vậy $M = \frac{625}{256}.$

Câu 3. (HSG 7 huyện Như Thanh, tỉnh Thanh Hóa, 2021 - 2022)

Cho hai số x, y thỏa mãn $(2x - 1)^{2022} + (3y + 6)^{2022} \leq 0$. Tính giá trị của M biết rằng:
 $2M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2$.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} (2x - 1)^{2022} \geq 0 \quad (\forall x) \\ (3y + 6)^{2022} \geq 0 \quad (\forall y) \end{cases} \Rightarrow (2x - 1)^{2022} + (3y + 6)^{2022} \geq 0 \quad \forall (x, y)$

Mà $(2x - 1)^{2022} + (3y + 6)^{2022} \leq 0 \quad \forall (x, y) \Rightarrow (2x - 1)^{2022} + (3y + 6)^{2022} = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} (2x - 1)^{2022} = 0 \\ (3y + 6)^{2022} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - 1 = 0 \\ 3y + 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = -2 \end{cases}$$

$$2M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2$$

$$2M = 6x^2 + 9xy - y^2 - 5x^2 + 2xy$$

$$M = (x^2 + 11xy - y^2) : 2$$

Thay vào biểu thức ta được:

$$M = \left[\left(\frac{1}{2} \right)^2 + 11 \cdot \left(\frac{1}{2} \right) \cdot (-2) - (-2)^2 \right] : 2 = -\frac{59}{8}$$

Câu 4. (HSG 7 huyện Mỹ Đức 2020 - 2021)

Tìm đa thức M biết rằng: $M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2$.

Tính giá trị của M khi x, y thỏa mãn: $(2x - 5)^{2020} + (3y + 4)^{2022} \leq 0$

Lời giải

$$M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2 \Rightarrow M = 6x^2 + 9xy - y^2 - (5x^2 - 2xy)$$

$$\Rightarrow M = 6x^2 + 9xy - y^2 - 5x^2 + 2xy = x^2 + 11xy - y^2$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (2x-5)^{2020} \geq 0 \\ (3y+4)^{2022} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow (2x-5)^{2020} + (3y+4)^{2022} \geq 0$$

$$\text{Mà } (2x-5)^{2020} + (3y+4)^{2022} \leq 0 \Rightarrow (2x-5)^{2020} + (3y+4)^{2022} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (2x-5)^{2020} = 0 \\ (3y+4)^{2022} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = -\frac{4}{3} \end{cases} \text{ . Thay vào ta được}$$

$$M = \left(\frac{5}{2}\right)^2 + 11 \cdot \frac{5}{2} \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) - \left(-\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{25}{4} - \frac{110}{3} - \frac{16}{9} = -\frac{1159}{36}$$

Câu 5. (HSG 7 huyện Thanh Trì, 2021 - 2022)

Cho $(x+1)^{2020} + (y-2)^{2022} \leq 0$. Tính giá trị của biểu thức $B = -3x^5y + 8xy^2$.

Lời giải

Ta có $(x+1)^{2020} + (y-2)^{2022} \geq 0$ đúng với mọi x và y .

Mà $(x+1)^{2020} + (y-2)^{2022} \leq 0$ nên $x+1=0$ và $y-2=0$

Suy ra $x = -1$ và $y = 2$.

Thay $x = -1$ và $y = 2$ vào B ta có $B = -3x^5y + 8xy^2 = -3 \cdot (-1)^5 \cdot 2 + 8 \cdot (-1) \cdot 2^2 = -26$.

Câu 6. (HSG 7 huyện Tam Dương, 2021 - 2022)

Tính giá trị của biểu thức $A = \left|a - \frac{1}{2020}\right| + \left|a - \frac{1}{2022}\right|$ với $a = \frac{1}{2021}$.

Lời giải

$$A = \left|a - \frac{1}{2020}\right| + \left|a - \frac{1}{2022}\right| \text{ với } a = \frac{1}{2021}$$

Thay $a = \frac{1}{2021}$ vào biểu thức $A = \left|a - \frac{1}{2020}\right| + \left|a - \frac{1}{2022}\right|$ ta được

$$\begin{aligned} A &= \left|\frac{1}{2021} - \frac{1}{2020}\right| + \left|\frac{1}{2021} - \frac{1}{2022}\right| = \frac{1}{2020} - \frac{1}{2021} + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2022} = \frac{1}{2020} - \frac{1}{2022} \\ &= \frac{2022 - 2020}{2020 \cdot 2022} = \frac{2}{2020 \cdot 2022} = \frac{1}{1010 \cdot 2022} = \frac{1}{2042220} \end{aligned}$$

Vậy với $a = \frac{1}{2021}$ thì $A = \frac{1}{2042220}$.

Câu 7. (HSG 7 huyện Thanh Thủy, tỉnh Phú Thọ, 2021 - 2022)

Tính giá trị của biểu thức $P = \left(-\frac{21}{22}\right)^x - \sqrt{y+1}$ với x, y thỏa mãn $(-7)^{2021} \cdot x^{2022} - \left|y + \frac{3}{4}\right| \geq 0$

Lời giải

Vì $(-7)^{2021} \cdot x^{2022} \leq 0; -\left|y + \frac{3}{4}\right| \leq 0$ mà theo đề bài ta có $(-7)^{2021} \cdot x^{2022} - \left|y + \frac{3}{4}\right| \geq 0$

nên suy ra $(-7)^{2021} \cdot x^{2022} = 0$ và $y + \frac{3}{4} = 0 \Rightarrow x = 0$ và $y = -0,75$

Thay $x = 0$ và $y = -0,75$ vào biểu thức P ta được: $P = \left(-\frac{21}{22}\right)^0 - \sqrt{-0,75+1} = 1 - 0,5 = 0,5$

Câu 8. (HSG 7 huyện Bát Xát, tỉnh Lào Cai, 2021 - 2022)

Tính giá trị biểu thức $B = 5x^2 - 2x - 18$ tại $|x| = 4$.

Lời giải

Ta có $|x| = 4 \Rightarrow x = 4$ hoặc $x = -4$

+Nếu $x = 4$ thì $B = 5 \cdot 4^2 - 2 \cdot 4 - 18 = 5 \cdot 16 - 8 - 18 = 54$

+Nếu $x = -4$ thì $A = B = 5 \cdot (-4)^2 - 2 \cdot (-4) - 18 = 5 \cdot 16 + 8 - 18 = 70$

Vậy $B = 54$ tại $x = 4$ và $B = 70$ tại $x = -4$

Câu 9. (HSG 7 huyện Cẩm Thủy, tỉnh Thanh Hóa, 2021 - 2022)

Tính giá trị biểu thức $P = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc}$ với a, b, c thỏa mãn $(3a - 2b)^2 + |4b - 3c| \leq 0$

Lời giải

Vì $(3a - 2b)^2 \geq 0; |4b - 3c| \geq 0$ nên để $(3a - 2b)^2 + |4b - 3c| \leq 0$ thì $\begin{cases} 3a - 2b = 0 \\ |4b - 3c| = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a = 2b \\ 4b = 3c \end{cases}$

$\Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$ Đặt $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = k \Rightarrow a = 2k; b = 3k; c = 4k$

Khi đó ta có $P = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc} = \frac{(2k)^3 + (3k)^3 + (4k)^3}{(2k)(3k)(4k)} = \frac{k^3(8 + 27 + 64)}{24k^3} = \frac{33}{8}$

Vậy $P = \frac{33}{8}$

Dạng 11. Tính tổng tự nhiên dạng tổng (dạng này không thấy trên danh sách chuyên đề tách)

Câu 1. (HSG 7 huyện Hà Trung, tỉnh Thanh Hóa, 2021 - 2022)

Thực hiện phép tính: $D = 1 + \frac{1}{2}(1+2) + \frac{1}{3}(1+2+3) + \frac{1}{4}(1+2+3+4) + \dots + \frac{1}{20}(1+2+3+\dots+19+20)$

Lời giải

$$\begin{aligned}D &= 1 + \frac{1}{2}(1+2) + \frac{1}{3}(1+2+3) + \frac{1}{4}(1+2+3+4) + \dots + \frac{1}{20}(1+2+3+\dots+19+20) \\&= 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2 \cdot 3}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3 \cdot 4}{2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{4 \cdot 5}{2} + \dots + \frac{1}{20} \cdot \frac{20 \cdot 21}{2} = 1 + \frac{3}{2} + \frac{4}{2} + \frac{5}{2} + \dots + \frac{21}{2} = \frac{1}{2}(2+3+4+5+\dots+21) \\&= \frac{1}{2} \left(\frac{21 \cdot 22}{2} - 1 \right) = 115\end{aligned}$$

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>