

I. MỞ ĐẦU

1. Lý do chọn đề tài

Năm học 2016 – 2017 là năm đầu tiên Bộ giáo dục tổ chức thi môn Toán theo hình thức thi trắc nghiệm khách quan trong kỳ thi THPTQG, vì vậy mà nó hoàn toàn mới đối với cả học sinh và giáo viên.

Với hình thức thi TNKQ thì đối với giáo viên gặp khó khăn trong việc giảng dạy vì cả thầy và trò đã quá quen với hình thức làm bài tự luận lâu nay. Vì vậy học sinh chưa có kỹ năng xử lý nhanh các yêu cầu trong bài toán trắc nghiệm, còn giáo viên khó khăn nhất là ở khâu ra đề. So với trước đề dài hơn rất nhiều, mỗi đề có bốn phương án để lựa chọn. Phương án đúng thì không khó mà khó ở **“phương án nhiễu”**. Nếu như chúng ta dựa vào đáp án đúng để chọn đáp án nhiễu theo kiểu tương tự, hoặc gần giống thì không mất thời gian nhiều. Tuy nhiên đề kiểm tra như vậy các em rất dễ loại trừ đáp án sai và như vậy ta sẽ không đánh giá được học sinh theo yêu cầu.

Mặt khác, mỗi yêu cầu bài toán có đưa ra bốn phương án lựa chọn, trong đó có một phương án lựa chọn đúng, ba phương án gây nhiễu. Các phương án nhiễu được xây dựng dựa trên những sai lầm mà học sinh thường mắc phải khi giải toán. Vì vậy mà khi học sinh tính toán thấy có kết quả giống một trong bốn phương án đề cho là lựa chọn ngay và tin tưởng đó là đáp án đúng.

Đặc biệt phân tích thể tích thể khối chóp và khối lăng trụ là một phần khó và học sinh dễ **“mắc sai lầm”** nhất. Trước đây khi thi tự luận, mỗi lần cho học sinh làm bài kiểm tra, tôi đã chấm và chữa bài rất kỹ. Qua đó biết được những sai lầm mà các em thường mắc phải khi làm bài tập phần này.

Vậy làm sao để trang bị cho học sinh có được kỹ năng tốt nhất, hạn chế tối đa những sai lầm trong việc giải toán phần này là điều tôi vô cùng trăn trở! Trong quá trình giảng dạy tôi đã cho học sinh luyện nhiều đề trắc nghiệm về mảng kiến thức “tính thể tích khối chóp và thể tích khối lăng trụ”. Thực tế trong các đề minh họa của Bộ giáo dục năm học 2016 – 2017, ta thấy đây là một phần rất quan trọng.

Được phân công giảng dạy hai lớp 12 trong năm học đầu tiên cải cách về thi cử, với yêu cầu công việc và vấn đề mình đang trăn trở tôi đã nghiên cứu đề tài **“phân tích các phương án nhiễu trong một số bài toán tính thể tích khối chóp và khối lăng trụ”**

2. Mục đích nghiên cứu

Qua nhiều năm giảng dạy, nắm rõ được sai lầm mà các em mắc phải trong chuyên đề “tính thể tích khối chóp và khối lăng trụ”. Hơn nữa, đây là phần kiến thức khó nên học sinh đã gặp phải rất nhiều khó khăn trong việc tìm ra phương án đúng. Các em đã mắc phải rất nhiều sai lầm do tính toán, hoặc sai lầm do chưa hiểu rõ bản chất bài toán. Để phần nào giúp các em

có được kết quả tốt nhất trong kỳ thi THPTQG tôi đã nghiên cứu đề tài này.

3. Đối tượng nghiên cứu

Thứ nhất về kiến thức: là kiến thức về hình học không gian, các dạng bài tập tính thể tích có phương pháp giải cụ thể và một số bài tập nâng cao yêu cầu phải suy luận mới có thể giải được.

Thứ hai về học sinh: là đối tượng học sinh lớp 12 khi học phần tính chuẩn bị tham gia thi THPTQG

4. Phương pháp nghiên cứu

Trong quá trình giảng dạy tôi luôn quan sát việc các em làm bài như thế nào, đặc biệt là những em nắm chưa chắc kiến thức, hoặc tính toán hay sai. Và nhất là trước đây khi còn thi tự luận, mỗi lần kiểm tra tôi chấm bài rất kỹ, chỉ ra những thiếu sót mà các em mắc phải. Qua đó tôi đã có được tư liệu tốt để tạo ra các phương án nhiều ở mỗi đề kiểm tra trắc nghiệm.

Sau khi phân tích cụ thể phương án nhiều ở một số bài toán cụ thể, các em nắm được cách thức thực hiện, tôi yêu các em hoạt động theo nhóm, tự phân tích các phương án nhiều, qua đó các em có thể tự tích lũy cho mình một số kỹ năng và kiến thức nhất định.

II. NỘI DUNG

1. Cơ sở lý luận của sáng kiến kinh nghiệm

Một trong những vấn đề cơ bản của đổi mới chương trình GDPT là đổi mới phương pháp dạy học, trong đó có đổi mới dạy học môn toán, nhằm phát huy tính tích cực của học sinh qua đó khai thác những khả năng vốn có và phát huy trí lực của học sinh.

Để tiếp cận vấn đề tài này yêu cầu học sinh phải có tính sáng tạo, tích cực, biết kết hợp các mảng kiến thức khác nhau khi giải quyết một bài toán cụ thể.

2. Thực trạng vấn đề trước khi áp dụng sáng kiến kinh nghiệm

Qua quá trình dạy và kiểm tra tôi nhận thấy học sinh còn mắc phải tương đối nhiều sai lầm trong việc tính thể tích các khối hình đa diện.

Hơn nữa, năm nay là năm đầu tiên môn toán được tổ chức thi TNKQ nên đa số giáo viên chưa có nhiều hệ thống bài tập trắc nghiệm, chưa có nhiều tài liệu viết về dạng bài tập trắc nghiệm. Hơn nữa để tự làm một đề “trắc nghiệm chất lượng” tốn rất nhiều thời gian. Một đề trắc nghiệm tốt, ngoài việc phù hợp về kiến thức yêu cầu, còn phải đưa ra “phương án nhiều tốt”.

Đứng trước thực trạng trên tôi thiết nghĩ mỗi giáo viên đều phải có trách nhiệm trong việc ra đề, trong việc chữa đề kiểm tra một cách kỹ càng, để giúp học sinh tránh được những sai lầm trong việc xác định đáp án đúng khi làm bài tập trắc nghiệm. Mặt khác, với mỗi học sinh “bài tập

hình học không gian” luôn là loại bài tập khó ngay cả với học sinh khá, giỏi. Vì vậy trong giới hạn đề tài này tôi xin trình một mảng kiến thức của hình học lớp 12 đó là “ tính thể tích của khối hình chóp và khối hình lăng trụ” và phân tích chi tiết phương án nhiều của nó.

Được phân công dạy hai lớp 12 có trình độ ngang nhau, cùng thời điểm tôi đã ra đề kiểm tra như nhau. Kết quả khảo sát như sau:

- *Tình hình lớp học:*

Lớp	Sĩ số	Học lực								
		Giỏi		Khá		TB		Yếu		Kém
		SL	%	SL	%	SL	%	SL	%	SL
12A2	40	5	12,5	20	50	15	37,5	0	0	0
12A3	40	5	12,5	20	50	15	37,5	0	0	0

- *Kết quả khảo sát như sau:*

Lớp	Sĩ số	Kết quả bài làm								
		Giỏi		Khá		TB		Yếu		Kém
		SL	%	SL	%	SL	%	SL	%	SL
12A2	40	2	5	13	32,5	20	50	5	12,5	0
12A3	40	2	5	12	30	21	52,5	5	12,5	0

Qua hai bảng trên ta thấy bản thân học lực khá, giỏi là rất ít và chất lượng làm bài rất thấp, không tương xứng với tỉ lệ của học lực, không đảm bảo yêu cầu cần đạt, bài làm chủ yếu đạt ở mức độ trung bình. Vì vậy, cần có phương pháp hỗ trợ để học sinh hiểu bài và vận dụng kiến thức tốt hơn chuyên đề này.

3. Giải pháp

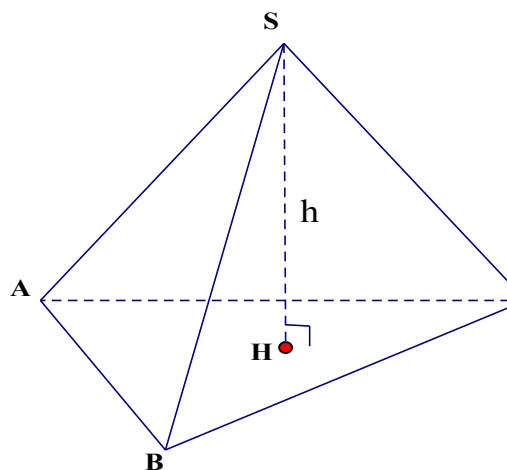
Trước khi đưa ra đề kiểm tra, tôi đã trang bị cho các em kiến thức đầy đủ để các em có thể giải quyết được bài tập trong đề bài. Cụ thể là việc “**phân tích kỹ lưỡng các phương án nhiều**” trong mỗi bài tập khi học.

A. Kiến thức chuẩn bị

Phần 1: Công thức tính thể tích của khối chóp và khối lăng trụ:

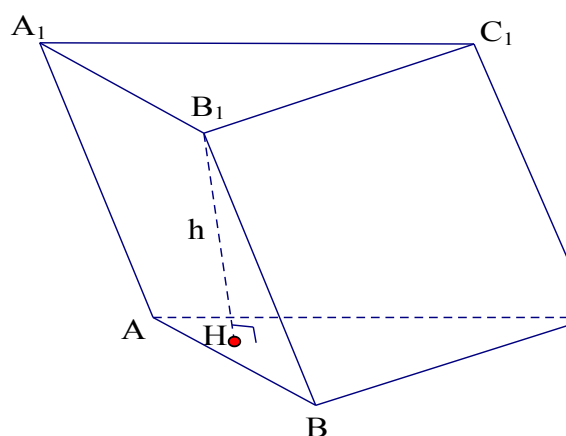
1. Khối chóp:

$V = \frac{1}{3} B \cdot h$, trong đó B là diện tích mặt đáy, h là độ dài chiều cao của khối chóp của



2. Khối lăng trụ:

$V = B \cdot h$, trong đó B là diện tích mặt đáy, h là độ dài chiều cao của khối lăng trụ.

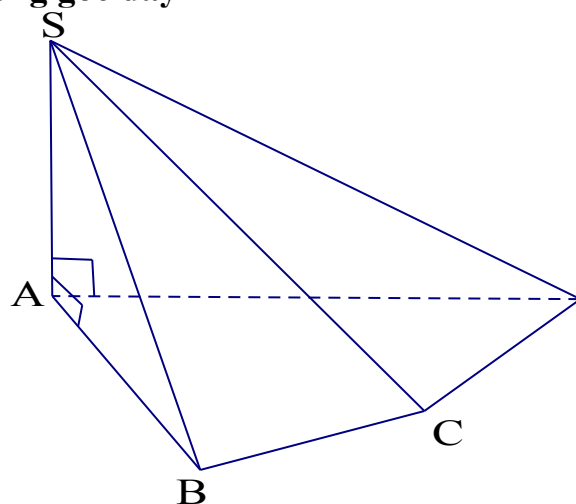


Phần 2: Một số dạng bài tập về tính thể tích khối chóp và khối lăng trụ

Dạng 1: Khối chóp có cạnh bên vuông góc đáy

Ta khẳng định cạnh bên đó chính là chiều cao của khối chóp.

Ví dụ: Cho hình chóp S.ABCD có SA vuông góc với mặt đáy. Khi đó ta có đường cao của khối chóp là SA.



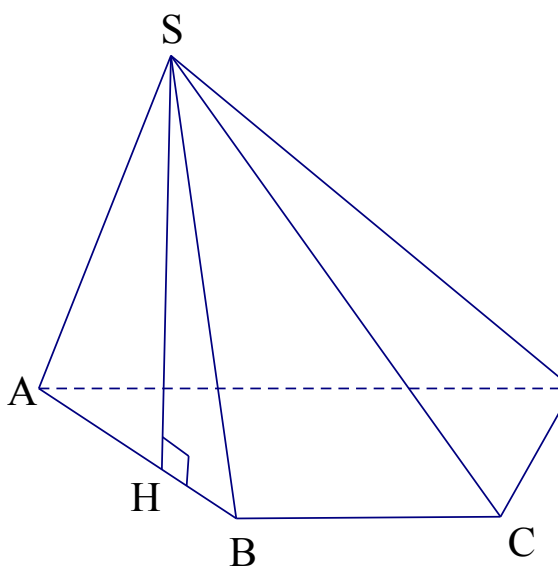
Dạng 2: Khối chóp có mặt bên vuông góc đáy

Khi đó mỗi đường thẳng nằm trong mặt bên vuông với giao tuyến sẽ vuông góc với mặt đáy.

Do đó đường cao của mặt bên đó chính là đường cao của chóp.

Ví dụ: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $(SAB) \perp (ABCD)$.

Khi đó trong mặt phẳng (SAB) kẻ đường cao SH thì SH chính là đường cao của khối chóp.



Dạng 3: Khối chóp có các cạnh bên bằng nhau, hoặc các cạnh bên cùng tạo với đáy một góc bằng nhau

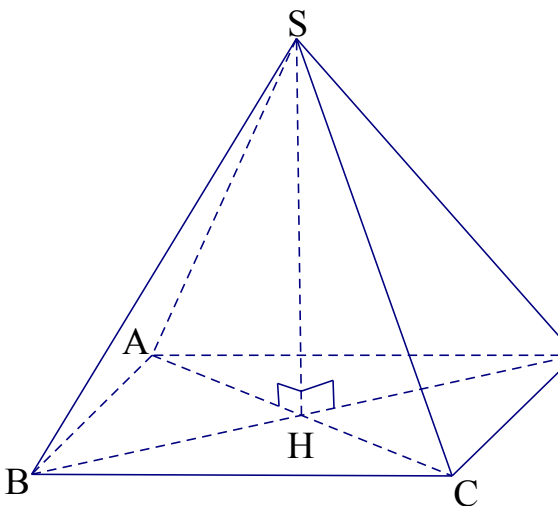
Khi đó chân đường cao chính là tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy.

Dạng 4: Khối chóp đều

Đối với khối chóp đều thì chân đường cao chính là tâm của đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy.

Ví dụ: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$.

Khi đó ta xác định được đường cao của khối chóp chính là SH , với H là tâm của hình vuông $ABCD$.



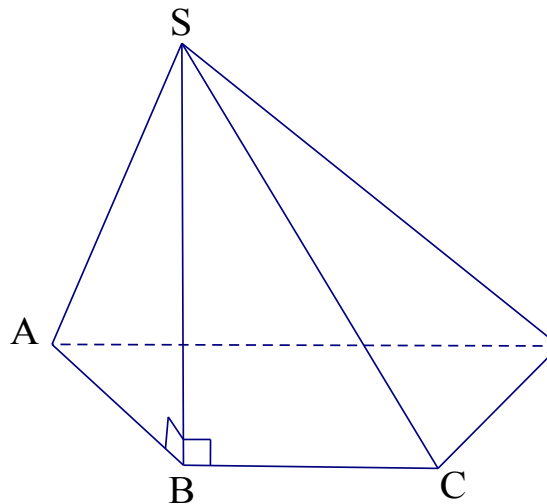
Dạng 5: Khối chóp có hai mặt bên cùng vuông góc với mặt đáy

Khi đó giao tuyến của nó vuông góc với mặt đáy và giao tuyến đó chính là đường cao của khối chóp.
 Ví dụ: Cho khối chóp $S.ABCD$ có hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) cùng vuông góc với đáy $(ABCD)$.

Ta có:

$$\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SBC) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (SBC) = SB \end{cases} \Rightarrow SB \perp (ABCD)$$

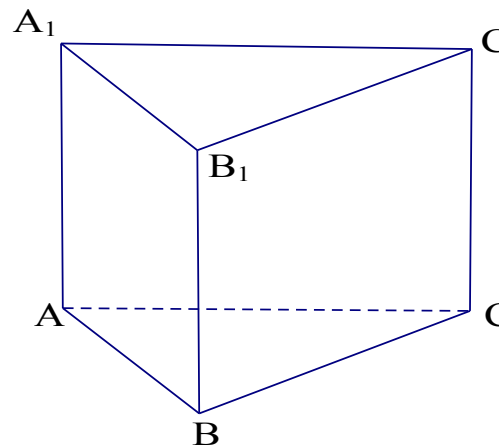
Do đó SB chính là đường cao của khối hình chóp



Dạng 6: Khối lăng trụ đứng

Đối với lăng trụ đứng thì cạnh bên là đường cao của lăng trụ, các yếu tố còn lại khi xác định chú ý vận dụng tính chất cạnh bên vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt đáy. Như vậy các hệ thức về tam giác vuông chú ý vận dụng linh hoạt.

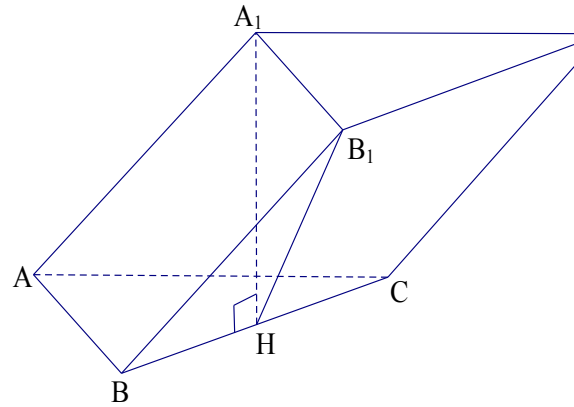
Ví dụ: Cho lăng trụ đứng $A_1B_1C_1.ABC$ thì A_1A là đường cao của khối lăng trụ.



Dạng 7: Khối lăng trụ xiên

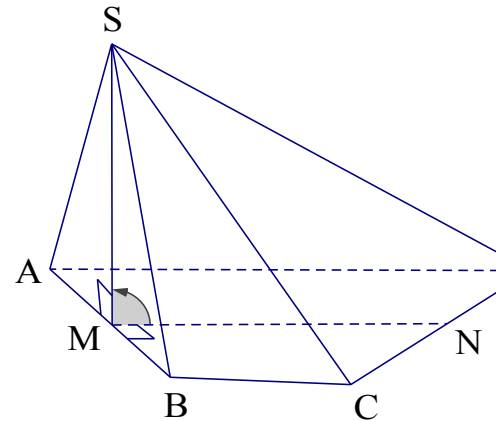
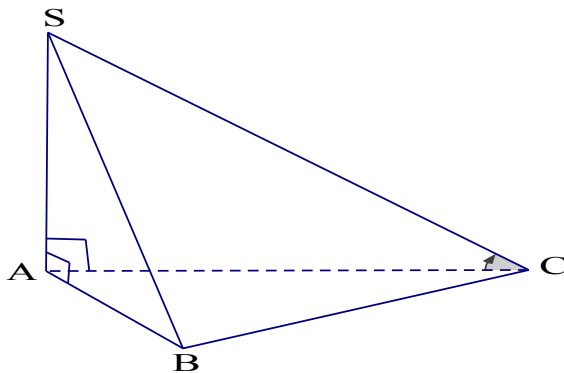
Ta biết rằng vai trò của các đỉnh của lăng trụ là như nhau trong việc xác định đường cao. Đối với lăng trụ xiên, để xác định đường cao ta dựa vào đề bài xác định đỉnh phù hợp tìm hình chiếu vuông góc xuống mặt đáy.

Ví dụ: Cho lăng trụ $A_1B_1C_1.ABC$ có độ dài cạnh bên bằng $2a$, đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a, AC = a\sqrt{3}$, hình chiếu vuông góc của đỉnh A_1 xuống mặt phẳng (ABC) là trung điểm của BC .



Với giả thiết như vậy thì ta sử dụng ngay đỉnh A_1 để xác định đường cao của lăng trụ.

Dạng 8: Lăng trụ đứng có cạnh bên hợp với đáy một góc cho trước, (hoặc có mặt bên tạo với mặt đáy một góc cho trước).



Ta có: $(SA, (ABC)) = \angle SCA$

$(SAB, (ABCD)) = \angle SMN$

Phần 3: Một số sai lầm cơ bản và hướng khắc phục trong bài toán tính thể tích của khối chóp và khối lăng trụ.

a. Một số sai lầm:

Thực tế còn rất nhiều **sai lầm** học sinh mắc phải khi giải toán phần này, nhưng ở đây tôi xin trình bày một số sai lầm cơ bản mà tôi đã phát hiện được trong quá trình giảng dạy.

Sai lầm 1: Học sinh nhầm lẫn giữa công thức tính thể khối chóp với công thức tính thể tích khối lăng trụ.

Cụ thể khi tính thể tích khối chóp lại sử dụng công thức: $V_C = B.h$

$$V_{LT} = \frac{1}{3} B.h$$

Và khi tính thể tích khối lăng trụ lại sử dụng công thức:

Sai lầm 2: Học sinh xác định nhầm đường cao.

Chẳng hạn: Cho hình hộp $A_1B_1C_1D_1.ABCD$, nhiều em đã nghĩ nó là lăng trụ đứng nên xác định ngay đường cao là A_1A . Như vậy là các em đã nhầm với

hình hộp chữ nhật.

Sai lầm 3: Học sinh xác định sai góc giữa các đối tượng cạnh bên và mặt đáy, giữa mặt bên và mặt đáy.

Sai lầm 4: Học sinh sai lầm trong quá trình tính toán, chẳng hạn:

$$\frac{1}{SH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SB^2} = \frac{4}{a^2} \Rightarrow SH = \frac{2}{a}$$

Sai lầm 5: Học sinh mắc phải sai lầm trong việc tính diện tích mặt đáy. Chẳng hạn:

$$S_{ABC} = AH \cdot BC \quad (AH \text{ là đường cao của tam giác})$$

$$S_{ABCD} = AC \cdot BD \quad (ABCD \text{ là hình thoi})$$

Sai lầm 6: Từ việc vẽ hình không chính xác dẫn đến học sinh mắc sai lầm trong việc tính toán và xác định các yếu tố.

Sai lầm 7: Học sinh hiểu nhầm đề do nắm chưa rõ một số khái niệm. Chẳng hạn: Khi đề bài cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD, một số học sinh lại hiểu nhầm ABCD là hình thoi trong khi đó ABCD là hình vuông. Hoặc là: Đề bài cho hình chóp tam giác đều S.ABC thì ta sẽ có được ABC là tam giác đều, còn các tam giác SAB, SAC, SBC là các tam giác cân. Nhưng do nhầm với khái niệm tứ diện đều nên các em lại khẳng định cả bốn tam giác trên đều là tam đều.

b. Hướng khắc phục

Thứ nhất: Nắm vững công thức, nhớ và hiểu công thức.

Thứ hai: Vẽ hình chính xác, dễ phát hiện vấn đề thông qua các dữ kiện của đề bài.

Thứ ba: Tính toán cẩn thận, biến đổi linh hoạt.

Thứ tư: Học sinh cần nắm vững phương pháp giải từng dạng, nắm rõ dấu hiệu để chuyển bài toán về dạng quen thuộc.

Thứ năm: Phải luyện nhiều đề, chỗ nào yếu phải luyện nhiều hơn.

Thứ sáu: Đặc biệt, khi giáo viên “**phân tích chỉ ra những sai lầm**” thông qua các bài toán cụ thể phải ghi chép cẩn thận, về nhà nghiên cứu kỹ để sau này không mắc phải.

Thứ bảy: Đứng trước một bài toán trắc nghiệm yêu cầu phải giải quyết nhanh nhưng không vì thế mà làm ẩu không đọc đề bài kỹ càng, dẫn đến hiểu sai hoặc sử dụng không chính xác dữ kiện của đề bài.

Thứ tám: Mặc dù yêu cầu giải quyết nhanh nhưng vẫn phải vẽ hình, vì hình học không gian luôn rất trừu tượng, nếu tự tưởng tượng để làm có thể tự làm mất điểm ở câu dễ.

B. Một số bài toán áp dụng

Câu 1: Cho hình chóp S.ABC có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), tam giác ABC vuông tại B. Với $SA = a\sqrt{3}$, $BA = a$, $BC = 2a$ thể tích khối chóp S.ABC là:

- A. $\sqrt{3}a^3$ B. $2\sqrt{3}a^3$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$ D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$

Giải

Ta có:

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot 2a = \frac{\sqrt{3}}{3} a^3$$

Phân tích phương án nhiễu:

Nhiều A: Học sinh nhầm công thức tính thể tích lăng trụ

$$V_{S.ABC} = SA \cdot S_{ABC} = a\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot 2a = \sqrt{3} a^3$$

Nhiều B: Diện tích tam giác nhầm công thức: $S = a \cdot h$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} a\sqrt{3} \cdot a \cdot 2a = \frac{2\sqrt{3}}{3} a^3$$

Nhiều D: Học sinh đã không nhớ chính xác cả công thức tính thể tích và công thức tính diện tích dẫn đến tính sai thể tích khối chóp, và đã lựa chọn phương án D. Cụ thể:

$$V_{S.ABC} = SA \cdot S_{ABC} = a\sqrt{3} \cdot a \cdot 2a = 2\sqrt{3} a^3$$

Nhận xét: Về mức độ kiến thức đây là câu dễ, nhưng thực tế nhiều học sinh vẫn làm nhầm lẫn như ở trên, nguyên nhân chủ yếu là do không nhớ công thức. Vì vậy yêu cầu các em phải nhớ chính xác công thức đã học.

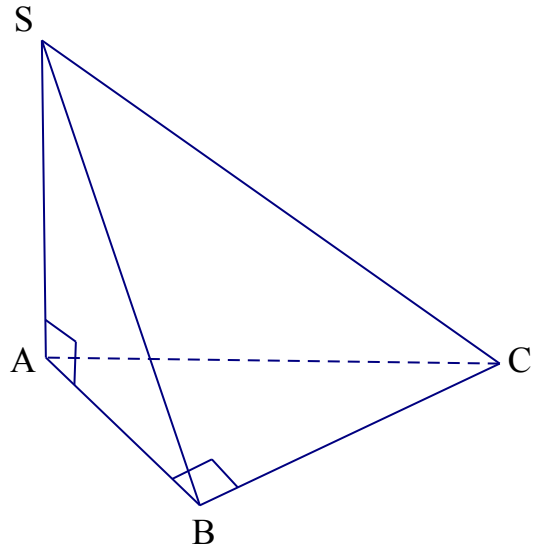
Câu 2: Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A_1B_1C_1$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$ là:

A. $3a^3$

B. $\sqrt{5}a^3$

C. $\frac{3}{4}a^3$

D. a^3



Giải

Lăng trụ đã cho là lăng trụ đứng nên cạnh bên là đường cao.

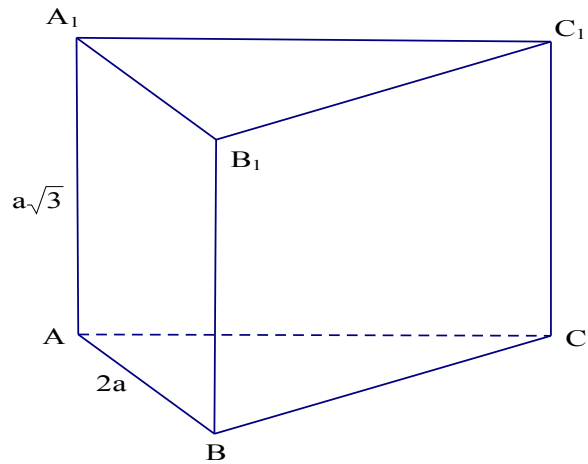
$$V_{LT} = h \cdot S_d = a\sqrt{3}(2a)^2 \frac{\sqrt{3}}{4} = 3a^3$$

Phân tích phương án nhiễu:

Nhiều B: Học sinh nhầm tưởng đây chỉ là lăng trụ có đáy là tam giác đều và xác định chân đường cao là tâm của đáy. Từ đó tính được

$$h = \sqrt{3a^2 - \frac{4}{3}a^2} = \frac{\sqrt{15}}{3}a$$

$$V_{LT} = h \cdot S_d = \sqrt{5}a^3$$



Nhiều C: Một thói quen khi học sinh đọc đến dữ kiện tam giác đều thì nghĩ đó là cạnh a.

Khi đó $V_{LT} = h \cdot S_d = a\sqrt{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3}{4}$

Nhiều D: Học sinh nhầm công thức tính thể tích khối chóp.

$$V_{LT} = \frac{1}{3} \cdot h \cdot S_d = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot a^2 \cdot \sqrt{3} = a^3$$

Câu 3: Cho lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có cạnh đáy a và mặt phẳng (BDC_1) hợp với đáy (ABCD) một góc 60° . Thể tích của lăng trụ $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ là:

A. $\frac{\sqrt{6}}{6}a^3$

B. $\frac{\sqrt{6}}{2}a^3$

C. $\frac{\sqrt{6}}{4}a^3$

D. $\frac{\sqrt{2}}{4}a^3$

Giải

Gọi O là tâm của hình vuông ABCD

Ta có: $BD \perp C_1O \Rightarrow \angle OC_1 = 60^\circ$

Ta có $\triangle C_1CO$ vuông tại C nên:

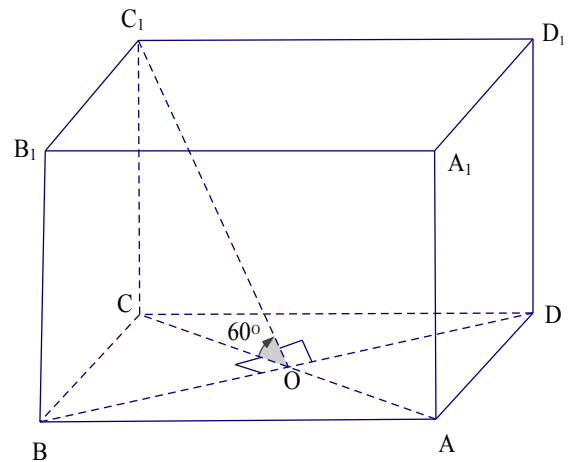
$$CC_1 = CO \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{2} \Rightarrow V_{LT} = \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$$

Phân tích phương án nhiễu

Nhiều A. Xác định nhầm góc $\angle C_1CO = 60^\circ$

nên tính $CC_1 = \frac{CO}{\tan 60^\circ} = \frac{a\sqrt{6}}{6}$

$$V_{LT} = \frac{a\sqrt{6}}{6} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$$



Nhiều C: Ta có ΔC_1CO vuông tại C và

$$CC_1 = CO \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{4}$$

xác định

$$V_{LT} = \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot a^2 = \frac{\sqrt{6}}{4} a^3$$

Nhiều D: Xác định đường cao là

$$C_1C = CO \cdot \cos 60^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4} a$$

$$V_{LT} = \frac{\sqrt{2}}{4} a \cdot a^2 = \frac{\sqrt{2}}{4} a^3$$

Câu 4: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh 2a, $SA = a, SB = a\sqrt{3}$. Mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC. Thể tích của khối chóp S.BMDN là:

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$

B. $\frac{4\sqrt{3}}{9} a^3$

C. $\sqrt{3}a^3$

D. $\frac{\sqrt{3}}{3} a^3$

Giải

Hạ $SH \perp AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$

Trong ΔSAB có:

$\Rightarrow \Delta SAB$ vuông tại S, ta có:

$$\frac{1}{SH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SB^2} = \frac{4}{3a^2} \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Lại

có:

$$S_{BMDN} = S_{ABCD} - S_{AMD} - S_{CND} = 4a^2 - 2a^2 = 2a^2$$

$$V_{S.BMDN} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{BMDN} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$$

Phân tích phương án nhiều:

Nhiều A: Tính sai diện tích mặt đáy.

Xác định $S_d = S_{ABCD} = 4a^2$

$$V_C = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$$

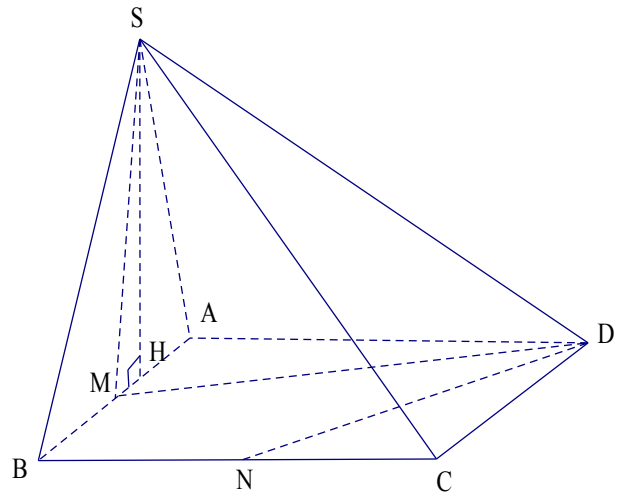
Nhiều B: Tính sai độ dài đường cao.

$$\frac{1}{SH^2} = \frac{4}{3a^2} \Rightarrow SH = \frac{2}{\sqrt{3}} a$$

$$V_C = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} a \cdot 2a^2 = \frac{4\sqrt{3}}{9} a^3$$

Nhiều C: Áp dụng sai công thức tính thể tích.

$$V_C = SH \cdot S_{BMDN} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot 2a^2 = \sqrt{3}a^3$$



Câu 5: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a . Mặt bên hợp với đáy một góc 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ là:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{48}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$

Giải

Gọi O là tâm của đáy, ta có:

$$SO \perp (ABC)$$

H là trung điểm của BC thì

$$\begin{cases} CH \perp AB \\ SH \perp AB \end{cases} \Rightarrow \angle SHO = 60^\circ$$

$$HO = \frac{1}{3}CH = \frac{a\sqrt{3}}{6}. \text{ Trong } \triangle SHO \text{ có}$$

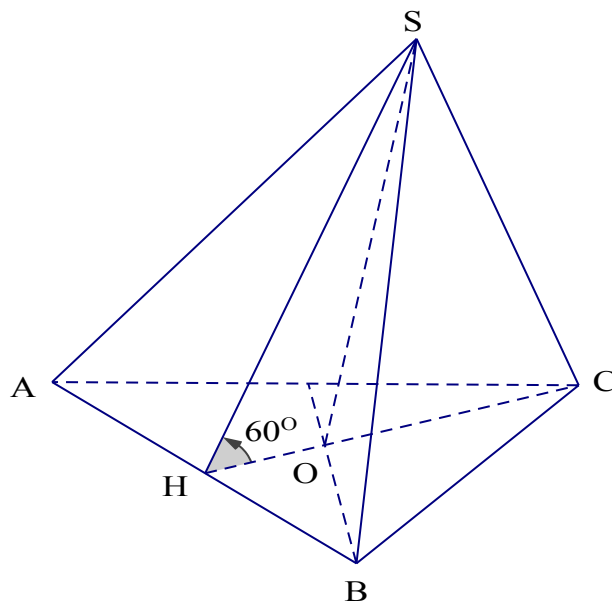
$$SO = HO \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{6} \cdot \sqrt{3} = \frac{a}{2}$$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SO \cdot S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$$

Phân tích phương án nhiễu:

Nhiều B: Xác định góc giữa mặt bên và mặt đáy là góc $\angle HSO = 60^\circ$. Từ đó tính được

$$SO = \frac{HO}{\tan 60^\circ} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{6}}{\sqrt{3}} = \frac{a}{6} \Rightarrow V_C = \frac{a^3\sqrt{3}}{48}$$



Nhiều C: Tính sai diện tích tam giác đáy

$$S_{ABC} = CH \cdot AB = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \Rightarrow V_C = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$$

Nhiều D: Nhầm với công thức tính thể tích

$$V_C = SO \cdot S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$$

lăng trụ.

Câu 6: Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A_1B_1C_1$, đáy là tam giác vuông cân tại A có cạnh $BC = a\sqrt{2}, A_1B = 3a$. Thể tích của khối lăng trụ là:

- A. $\frac{3a^3}{2}$ B. $a^3\sqrt{2}$ C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ D. $2\sqrt{2}a^3$

Nhận xét: Đây là bài toán tính thể tích đơn giản, khối lăng trụ khá đặc, cơ bản các dữ kiện đã biết, tuy nhiên học sinh vẫn nhiều còn sai sót trong tính toán dẫn đến có các lựa chọn khác nhau.

Giải

Do ΔABC vuông cân tại A nên $AB = AC = a$.

Đường cao của lăng trụ là AA_1 . Trong ΔAA_1B có:

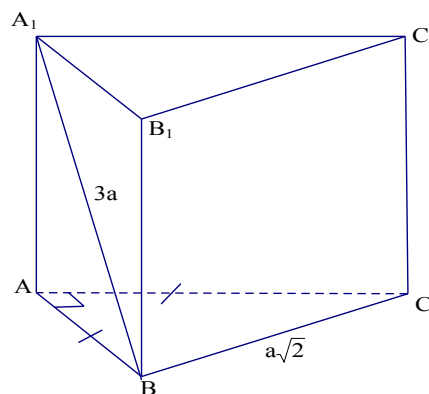
$$AA_1^2 = A_1B^2 - AB^2 = 8a^2 \Rightarrow AA_1 = 2a\sqrt{2}$$

$$V_{LT} = AA_1 \cdot S_{ABC} = 2a\sqrt{2} \cdot \frac{a^2}{2} = a^3\sqrt{2}$$

Phân tích phương án nhiễu:

Nhiều A: Nhầm A_1B là đường cao của lăng

trụ. Tính được $V_{LT} = A_1B \cdot S_{ABC} = 3a \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{3}{2}a^3$



Nhiều C: Tính thể tích lăng trụ theo công thức:

$$V_{LT} = \frac{1}{3} AA_1 \cdot S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$$

Nhiều D: Tính sai cạnh của tam giác vuông cân.

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow AB^2 = 2a^2 \Rightarrow AB = a\sqrt{2}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} (a\sqrt{2})^2 = a^2 \Rightarrow V_{LT} = AA_1 \cdot S_{ABC} = 2a\sqrt{2} \cdot a^2 = 2\sqrt{2}a^3$$

Câu 7: Cho lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có cạnh bên bằng $4a$, đường chéo bằng $5a$. Thể tích của lăng trụ là:

A. $\frac{9a^3\sqrt{91}}{4}$

B. $144a^3$

C. $18a^3$

D. $\frac{3a^3\sqrt{91}}{4}$

Giải

Trong ΔBDB_1 vuông tại D có:

$$BD = \sqrt{B_1D^2 - DD_1^2} = 3a$$

Do ABCD là hình vuông nên có:

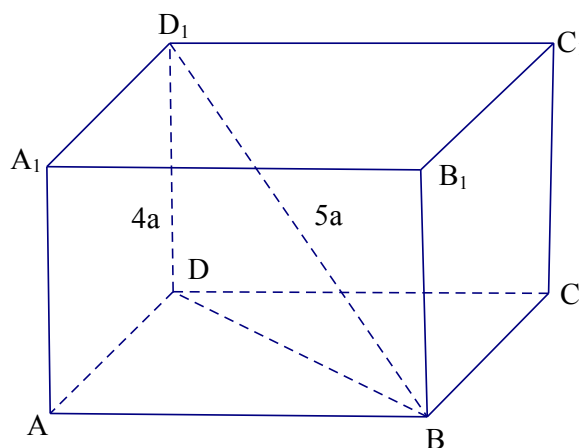
$$AB = \frac{BD}{\sqrt{2}} = \frac{3a}{\sqrt{2}} \Rightarrow S_{ABCD} = AB^2 = \frac{9a^2}{2}$$

$$V_{LT} = AA_1 \cdot S_{ABCD} = 4a \cdot \frac{9a^2}{2} = 18a^3$$

Phân tích phương án nhiễu:

Nhiều A: Xác định đường cao sai vì hiểu lăng trụ cho như vậy chỉ có đáy đều, đường cao là D_1O .

$$D_1O = \sqrt{D_1B^2 - OB^2} = \sqrt{(5a)^2 - \left(\frac{3a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{91}}{2}$$



$$V_{LT} = D_1 O . S_{ABCD} = \frac{a\sqrt{91}}{2} \cdot \frac{9a^2}{2} = \frac{9a^3\sqrt{91}}{4}$$

Nhiều B: Xác định sai cạnh của đáy
 $AB = BD\sqrt{2} = 3a\sqrt{2} \Rightarrow S_{ABCD} = 36a^2$

$$V_{LT} = 144a^3$$

Nhiều D: Nhầm công thức tính thể tích lăng trụ với công thức tính thể tích chóp.

$$V_{LT} = \frac{1}{3} D_1 O . S_{ABCD} = \frac{3a^3\sqrt{91}}{4}$$

Câu 8 : Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AB = BC = 2a$, hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm của AB, mặt phẳng qua SM và song song với BC cắt AC tại N. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 60° . Thể tích khối chóp S.BCNM là: (285)

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$

B. $a^3\sqrt{3}$

C. $2a^3\sqrt{3}$

D. a^3

Giải

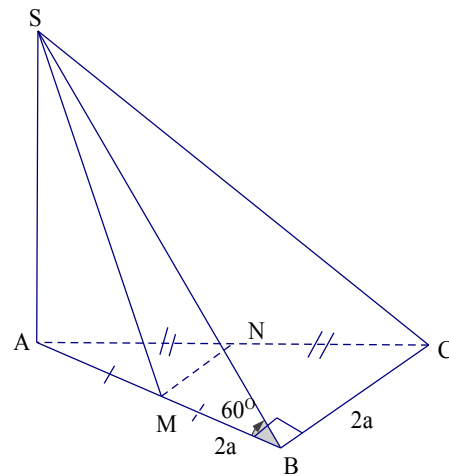
Ta có: $SA \perp (ABC)$. Mặt phẳng qua SM song song BC cắt AC tại N nên MN song song với BC và N là trung điểm của AC. Trong ΔABC

có: $MN = \frac{1}{2}BC = a, BM = \frac{1}{2}AB = a$. Tứ giác BCNM là hình thang vuông.

$$S_{BCNM} = \frac{1}{2}(MN + BC) \cdot BM = \frac{3a^2}{2}$$

$$\angle SBA = 60^\circ \Rightarrow SA = AB \tan 60^\circ = 2a\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow V_C = \frac{1}{3} SA \cdot S_{BCNM} = a^3\sqrt{3}$$



Phân tích phương án nhiều:

Nhiều A: Tính sai đường cao SA.

$$SA = \frac{AB}{\tan 60^\circ} = \frac{2a}{\sqrt{3}} \Rightarrow V_C = \frac{1}{3} \cdot \frac{2a}{\sqrt{3}} \cdot \frac{3a^2}{2} = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$$

$$\text{Từ đó tính được } SA = \frac{AM}{\cos 60^\circ} = 2a$$

$$V_C = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{BCNM} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot \frac{3a^2}{2} = a^3$$

Nhiều C: Xác định diện tích hình thang như

$$\text{sau: } S_{BCNM} = (BC + MN) \cdot BM = 3a^2$$

$$\text{Từ đó có được: } V_C = \frac{1}{3} \cdot 2a\sqrt{3} \cdot 3a^2 = 2a^3\sqrt{3}$$

Nhiều D: Xác định sai góc giữa hai mặt phẳng. Cụ thể xác định $\angle ASM = 60^\circ$

Câu 9: Cho lăng trụ xiên tam giác $ABC.A_1B_1C_1$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , biết cạnh bên là $a\sqrt{3}$ và hợp với đáy một góc 60° . Thể tích lăng trụ là: (305)

A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$

B. $\frac{3a^3}{8}$

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$

D. $\frac{3a^3}{4}$

Giải:

Gọi H là hình chiếu vuông góc của C_1 trên mặt phẳng (ABC) , $C_1H \perp (ABC)$. Vậy $\angle C_1CH = 60^\circ$.

Trong ΔC_1HC vuông tại H :

$$C_1H = CC_1 \cdot \sin 60^\circ = a\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3a}{2}$$

$$S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow V_{LT} = C_1H \cdot S_{ABC} = \frac{3a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$$

Phân tích phương án nhiễu:

Nhiều B: Xác định sai góc giữa cạnh bên và mặt đáy là $\angle C_1CH = 60^\circ$. Từ đó có:

$$C_1H = CC_1 \cdot \cos 60^\circ = a\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$V_{LT} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3}{8}$$

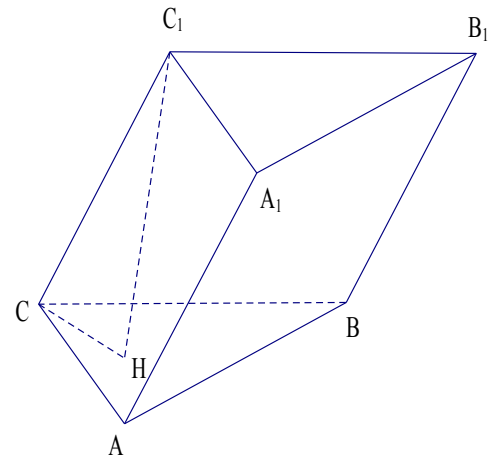
Nhiều C: Xác định nhầm chân đường vuông góc chính là tâm của đáy, từ đó tính được

$$CH = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow C_1H = \sqrt{CC_1^2 - CH^2} = \frac{2a\sqrt{2}}{3}$$

$$V_{LT} = \frac{2a\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$$

Nhiều D: Nghĩ cạnh bên là đường cao của lăng trụ, và tính ngay:

$$V_{LT} = a\sqrt{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3}{4}$$



Câu 10: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $AB = 5a, BC = 6a, CA = 7a$. Các mặt phẳng SAB, SBC, SCA tạo với đáy một góc 60° . Thể tích khối chóp là:

A. $8a^3\sqrt{2}$

B. $8a^3$

C. $\frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$

D. $8a^3\sqrt{2}$

Nhận xét: Mức độ yêu cầu của bài toán này là khá cao, trong điều kiện thời gian làm bài ngắn, học sinh phải có hướng giải ngay sau khi đọc đề bài, cần tính toán nhanh thì mới đảm bảo yêu cầu về thời gian.

Giải

Gọi H là hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng(ABC).

Dựng $HE \perp AB, HF \perp BC, HJ \perp AC$

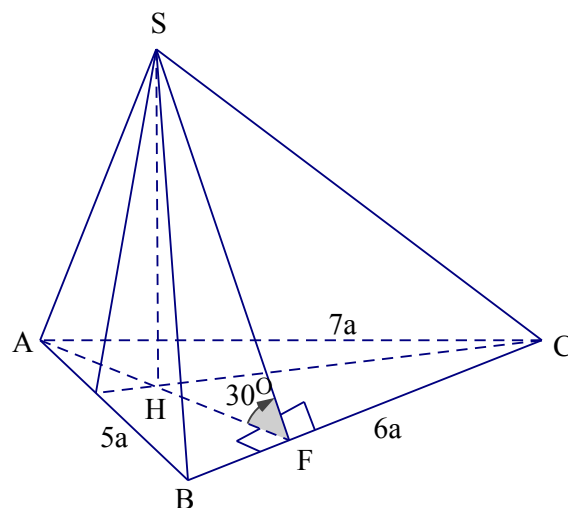
$$\Rightarrow \angle SEH = \angle SFH = \angle SJH = 45^\circ$$

$$\Rightarrow \triangle SHF = \triangle SHE = \triangle SHJ \Rightarrow HE = HF = HJ$$

H là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$.

Ta có:

$$p = 9a \Rightarrow S_{ABC} = 6a^2\sqrt{6} = pr \Rightarrow r = \frac{2a\sqrt{6}}{3}$$



$$\triangle SHF: SH = HF \tan 30^\circ = \frac{2a\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2a\sqrt{2}}{3}$$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot 6a^2\sqrt{6} \cdot \frac{2a\sqrt{2}}{3} = \frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$$

Phân tích phương án nhiễu

Nhiều B: Xác định sai góc hợp bởi mặt bên và mặt đáy là

$$\angle HSF = 30^\circ \Rightarrow SH = \frac{HF}{\tan 30^\circ} = \frac{2a\sqrt{6}}{3} \cdot \sqrt{3} = 2a\sqrt{2}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 2a\sqrt{2} \cdot 6a^2\sqrt{6} = 8a^3$$

Nhiều A: Xác định đúng đường cao và diện tích đáy nhưng lại sử dụng sai công thức tính thể tích.

$$V_{S.ABC} = SH \cdot S_{ABC} = 8a^3\sqrt{2}$$

Nhiều D: Học sinh đã nhớ nhầm công thức về hệ thức trong tam giác vuông nên đã xác định:

$$SH = HF \cot 30^\circ = \frac{2a\sqrt{6}}{3} \cdot \sqrt{3} = 2a\sqrt{2}$$

Từ đó tính được:

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot 6a^2\sqrt{6} \cdot 2a\sqrt{2} = 8a^3\sqrt{2}$$

C. Một số bài toán tự luyện

Câu 1: Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD, cạnh đáy bằng 4. Mặt bên tạo với đáy một góc 60° . Thể tích của khối chóp S.ABCD là:

- A. $\frac{32\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{27\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{27\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{32\sqrt{6}}{3}$

Câu 2: Cho lăng trụ đứng $ABC.A_1B_1C_1$ có đáy ABC là tam giác cạnh a, góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) và (A_1BC) bằng 60° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$ là:

- A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$ B. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$

Câu 3: Cho hình chóp S.ABC có $\angle BSA = \angle ASB = 60^\circ$, $\angle CSA = 90^\circ$, $SA = SB = 1, SC = 3$.

Gọi M là điểm nằm trên SC sao cho $SM = \frac{1}{3}SC$. Khi đó thể tích của khối chóp S.ABM bằng:

- A. $\frac{\sqrt{2}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{36}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{36}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{12}$

Câu 4: Cho lăng trụ đứng có đáy là hình vuông có cạnh bằng 2a, độ dài đường chéo mặt bên bằng 4a. Khi đó khối lăng trụ có thể tích bằng:

- A. $4a^3$ B. $6\sqrt{3}a^3$ C. $8\sqrt{3}a^3$ D. $12a^3$

Câu 5: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi cạnh bằng 1, $\angle BAD = 60^\circ$, (SCD) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng (ABCD), góc giữa SC và mặt đáy (ABCD) bằng 45°

- A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$ B. 1 C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{1}{3}$

Câu 6: Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A_1B_1C_1$. Gọi M là trung điểm của AA_1 . Mặt phẳng đi qua M và B_1C_1 chia khối lăng trụ thành hai phần. Khi đó tỷ số $\frac{V_{M.ACBB_1}}{V_{M.BCC_1A_1}}$ bằng:

- A. $\frac{1}{2}$ B. 2 C. $\frac{1}{4}$ D. 1

3. Hiệu quả của sáng kiến

a. Ưu điểm: Sau khi áp dụng phương pháp của đề tài vào việc giảng dạy, tôi nhận thấy sự tiến bộ rõ rệt của học sinh. Các em đã khắc phục được rất nhiều sai lầm trong việc làm bài. Không chỉ về chuyên đề này mà các em còn áp dụng phương pháp này vào việc học một số chuyên đề khác cũng đã mang lại hiệu quả nhất định.

Tôi cho các em thảo luận các phương án nhiều, tự rút ra những sai lầm để dẫn tới việc lựa chọn các phương án nhiều. Qua đó các em cũng đã bổ xung được lượng kiến thức tương đối lớn, đồng thời các em tránh được tương đối nhiều sai lầm khi giải toán phần này. Tôi cũng đã cho các em làm bài sau đó, cơ bản các em đã không mắc phải những sai lầm để dẫn đến việc lựa chọn phương án sai. Kết quả đã tăng rõ rệt, và tôi cũng khá yên tâm về phần này.

b. Hạn chế

Mặc dù cả thầy trò đều đã cố gắng hết sức, tuy nhiên do lực học không đồng đều nên một số em vẫn không lĩnh hội hết được, và vẫn còn mắc sai lầm ở những bài tập tiếp theo.

c. Kết quả

Năm học 2016 - 2017 tôi được nhà trường giao nhiệm vụ giảng dạy hai lớp 12 có lực học ngang nhau là lớp 12A2 và lớp 12A3, sau khi học xong kiến thức cơ bản phần này tôi đã cho hai lớp làm bài kiểm tra, tuy nhiên kết quả của bài kiểm tra không cao (như phần thực trạng đã đưa). Vì vậy tôi đã mạnh dạn đưa phương pháp của đề tài vào bồi dưỡng cho lớp 12A2. Cuối năm học tôi tiếp tục cho lớp 12A2 là lớp thực nghiệm (Lớp TN) và lớp 12A3 là lớp đối chứng (Lớp ĐC) làm một bài kiểm tra chuyên đề tính thể tích khối chóp và khối lăng trụ, và kết quả cụ thể như sau:

Lớp	Số sĩ	Học lực									
		Giỏi		Khá		TB		Yếu		Kém	
		SL	%	SL	%	SL	%	SL	%	SL	%
12A2(Lớp TN)	40	6	15	25	62.5	9	22.5	0	0	0	0

12A3(Lớp ĐC)	40	1	2.5	15	37.5	22	55	2	5	0	0
--------------	----	---	-----	----	------	----	----	---	---	---	---

Qua bảng kết quả ở trên cho thấy việc vận dụng đề tài này vào giảng dạy đã mang lại hiệu quả khá cao. Vì vậy tôi sẽ tiếp tục sử dụng vào việc giảng dạy các khóa học khác và đặc biệt có thể sử dụng để ôn luyện học sinh lớp 12 thi THPT.

III. KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ

1. Kết luận

Là năm đầu tiên thi THPTQG môn toán thi dưới hình thức TNKQ đã cho cả thầy và trò tương đối vất vả trong việc giảng dạy và học tập vì tất cả đều đang theo lối mòn tự luận. Dần dần chúng ta đã quen với hình thức thi mới. Một trong những vấn đề tôi lo lắng tôi đã nghiên cứu và áp dụng trong việc giảng dạy của mình và mang lại hiệu quả nhất định.

Việc “ **Phân tích các phương án nhiều trong một số bài toán tính thể tích khối chóp và khối lăng trụ**” đã giúp các em nắm được rất nhiều kiến thức. Khi cho các em hoạt động theo nhóm “phân tích các phương án” tôi thấy các em rất tích cực và hăng say thảo luận.

2. Kiến nghị

Đề tài khá rộng và nhiều vấn đề, mức độ yêu cầu là khó vì vậy cần nhiều thời gian và công sức để nghiên cứu, bổ sung và phát triển thêm. Sau đây tôi xin đề xuất một số hướng phát triển của đề tài:

Thứ nhất, mỗi giáo viên đều phải có sự đầu tư để có thể ra được những đề chất lượng. Sau đó có thể trao đổi với đồng nghiệp và mọi người có thể sử dụng nó như tài liệu để kiểm tra học sinh của mình.

Thứ hai, các tác giả viết sách cần viết nhiều sách mà trong đó có nhiều bài tập trắc nghiệm có các phương án nhiều tốt để giáo viên và học sinh có thể tham khảo để giảng dạy và học tập.

Mặc dù đã hết sức cố gắng khi nghiên cứu đề tài này nhưng chắc chắn không tránh khỏi thiếu sót. Tôi rất mong sự đóng góp ý kiến của bạn đọc và đồng nghiệp.

Xác nhận của thủ trưởng đơn vị

Thanh Hóa, ngày 20 tháng 5 năm 2017

Tôi xin cam đoan đây là SKKN của mình

viết, không sao chép nội dung của người khác.
(Ký và ghi rõ họ tên)

Lê Thị Liên

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Sách giáo khoa hình học lớp 12, sách giáo viên hình học lớp 12.
2. Các đề thi minh họa của Bộ giáo dục.
3. Đề thi thử của một số trường THPT trên toàn quốc.
4. Chuyên đề bồi dưỡng học sinh giỏi hình học không gian của tác giả Nguyễn Quang Sơn