|  |  |
| --- | --- |
|  | **PHÒNG GD VÀ ĐT HUYỆN QUỲ HỢP**  **KỲ THI HỌC SINH GIỎI HUYỆN VÒNG 1**  **NĂM HỌC 2020-2021. MÔN: TOÁN 9** |

# *(4,0 điểm)* Rút gọn biểu thức:

1. 
2. Cho biểu thức 
3. Tìm điều kiện của  để biểu thức  có nghĩa và rút gọn 
4. Tìm các giá trị nguyên của  để  nhận giá trị nguyên.

# Giải các phương trình sau :

1. 
2. 

**Câu 3. ( 6,0 điểm)**

a. Xác định đa thức bậc bốn  biết:  và  với .

b. Tìm  nguyên dương  thỏa mãn 

c. Cho các số dương  thỏa mãn . Chứng minh rằng: 

**Câu 4.**

1. Cho tam giác  vuông tại ,  vuông góc với ,  là đường phân giác. Gọi ,  là đường phân giác của tam giác , .

a. Chứng minh  và .

b. Gọilà đường phân giác của tam giác , . Chứng minh rằng: .

2. Cho tam giác đều , đường cao . Lấy điểm  nằm giữa  và , vẽ  vuông góc với  tại ,  vuông góc với  tại . Tìm vị trí của điểm trên  để diện tích  lớn nhất.

**Câu 5. ( 1,0 điểm)**

Bảy người câu được 100 con cá. Biết rằng không có hai người nào câu được số cá như nhau. Chứng minh rằng có ba người câu được tổng cộng không ít hơn 50 con cá.

🙢**HẾT**🙠

|  |  |
| --- | --- |
|  | **ĐÁP ÁN**  **KỲ THI HỌC SINH GIỎI HUYỆN QUỲ HỢP VÒNG 1**  **NĂM HỌC 2020-2021. MÔN: TOÁN 9** |

# Rút gọn biểu thức

1. 
2. Cho biểu thức 
3. Tìm điều kiện của  để biểu thức  có nghĩa và rút gọn 
4. Tìm các giá trị nguyên của  để  nhận giá trị nguyên.

**Lời giải**

1. Ta có:  



 (vì )

1. Cho biểu thức 
2. Để biểu thức  có nghĩa 

Vậy thì  có nghĩa

Rút gọn:







1. Tìm các giá trị nguyên của  để  nhận giá trị nguyên.

Ta có:  với 

Đề  nguyên  nguyên, vì  nên 

vì 

 thoả mãn

Vậy  thì  nguyên.

# Giải các phương trình sau :

1. 
2. 

**Lời giải**

1. ĐKXĐ: 

Phương trình 





Vì 



Dấu  xảy ra khi 

Vậy 

1.  

**Lời giải:**

Ta có:  và 

Đặt  ĐK: 



Phương trình  có dạng 



 vì 

Với  mà 



Ta có phương trình: 

Xét vế trái: 

Và vế phải: 

Dấu  xảy ra khi  (thoả mãn)

Vậy phương trình  có nghiệm 

**Câu 3. ( 6,0 điểm)**

a. Xác định đa thức bậc bốn  biết:  và  với

.

b. Tìm  nguyên dương  thỏa mãn 

c. Cho các số dương  thỏa mãn 

Chứng minh rằng: 

**Lời giải**

a) Gọi đa thức bậc bốn có dạng: 

Ta có: 









Mà 

.

b) 







Do 



Nếu 







Tương tự nếu  thì 

Vậy có các cặp nghiệm thỏa mãn .

c) Đặt 

Ta có: , , 











Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho cặp số :







Suy ra điều phải chứng minh.

**Câu 4.**

1. Cho tam giác  vuông tại ,  vuông góc với ,  là đường phân giác. Gọi ,  là đường phân giác của tam giác , .

a. Chứng minh  và .

b. Gọilà đường phân giác của tam giác , . Chứng minh rằng: .

2. Cho tam giác đều , đường cao . Lấy điểm  nằm giữa  và , vẽ  vuông góc với  tại ,  vuông góc với  tại . Tìm vị trí của điểm trên  để diện tích  lớn nhất.

**Lời giải**

****

**a) Chứng minh **

Áp dụng tính chất tia phân giác tương ứng của tam giác  ta có

 (1)

Xét có



Suy ra  (2)

Từ (1) và (2) suy ra . Theo định lí Ta-lét đảo ta có **.**

**\*Chứng minh **

Chứng minh hoàn toàn tương tự ta có 

Tứ giác có nên  là hình bình hành.

Lại có là phân giác nên là hình thoi. Hơn nữa, khi đó  là hình vuông. Vậy **(ĐPCM).**

**b) Chứng minh **

****

Ta có  và (góc ngoài)

Mà  do đó  cân ở . Tương tự .

Khi đó 

Suy ra







Vậy **.**

**2)**

****

Đặt . Nhận xét là các đại lượng không đổi.

Ta có  (1)

Hơn nữa  (2)

Từ (1) và (2) suy ra 

Hạ , ta có 

Mà  và 

Do đó 

Áp dụng bất đẳng thức 

Khi đó (không đổi)

Dấu ‘’=’’ xảy ra là trung điểm của .

Vậy giá trị lớn nhất của  là (đvdt) khi  là trung điểm của .

**Câu 5.**

# Bảy người câu được con cá. Biết rằng không có hai người nào câu được số cá như nhau. Chứng minh rằng có ba người câu được tổng cộng không ít hơn con cá.

**Lời giải**

Cách 1:

Gọi  là số con cá mỗi người câu được.

Giả sử .

* Trường hợp 1: .

Khi đó, . Suy ra .

* Trường hợp 2: .

Khi đó, .

Vậy, .

Cách 2:

Ta sắp xếp các người câu cá theo thứ tự để số cá câu được của họ giảm dần. Như thế người thứ nhất câu được nhiều cá nhất và người thứ bảy câu được ít cá nhất.  
Nếu người thứ tư câu được không ít hơn 15 con cá, thì ba người đầu câu được không ít hơn  con cá.  
Nếu người thứ tư câu được 14 con cá hoặc ít hơn thì cả bốn người sau câu được không quá  con. Như vậy ba người đầu câu được không ít hơn 50 con.  
Vậy ba người đầu luôn câu được tổng cộng không dưới 50 con cá.