

ĐỀ TƯƠNG TỰ ĐỀ MINH HỌA 2023
ĐỀ SỐ 3

Bùi Văn Định – Trường THPT Số 1 Bảo Yên

Câu 1: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , biết $M(5; -3)$ là điểm biểu diễn số phức z . Phần ảo của z bằng
A. -3 . B. $-3i$. C. 5 . D. $3i$.

Câu 2: Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log x$ là
A. $y' = \frac{1}{x \ln 10}$. B. $y' = \frac{\ln 10}{x}$. C. $y' = \frac{10}{x}$. D. $y' = \frac{1}{10x}$.

Câu 3: Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{5}{3}}$ là
A. $y' = \frac{5}{3}x^{\frac{3}{2}}$. B. $y' = \frac{3}{5}x^{\frac{3}{2}}$. C. $y' = x^{\frac{3}{2}}$. D. $y' = \frac{5}{3}x^{\frac{5}{2}}$.

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{e}{\pi}\right)^x > 1$ là
A. $\mathbb{R}$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(0; +\infty)$. D. $[0; +\infty)$.

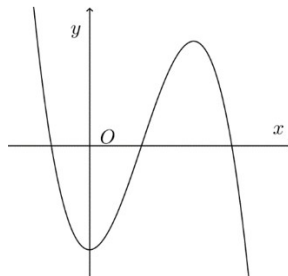
Câu 5: Cấp số cộng u_n có số hạng đầu là $u_1 = 2$ công sai là $d = -3$. Giá trị u_3 bằng
A. 1 . B. 4 .
C. -4 . D. 18 .

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x + 2y - 4z + 1 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (α) ?
A. $n_2 = (3; 2; 4)$. B. $n_3 = (2; -4; 1)$. C. $n_1 = (3; -4; 1)$. D. $n_4 = (3; 2; -4)$.

Câu 7: Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2$?
A. Điểm $P(-1; -1)$. B. Điểm $N(-1; -2)$. C. Điểm $M(-1; 0)$. D. Điểm $Q(-1; 1)$.

Câu 8: Nếu $\int_1^3 f(x)dx = 5; \int_1^3 g(x)dx = -2$ thì $\int_1^3 [f(x) - g(x)]dx$ bằng:
A. -10 . B. 3 . C. -7 . D. 7 .

Câu 9: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$. B. $y = -x^4 + x^2 - 2$. C. $y = x^4 - x^2 - 2$. D. $y = x^3 - 3x^2 - 2$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ tâm của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y + 8z + 20 = 0$ là

- A.** $I(3; -2; -4)$. **B.** $I(3; 2; -4)$. **C.** $I(3; 2; 4)$. **D.** $I(-3; 2; 4)$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $a = (-2; 2; 0)$; $b = (2; 2; 0)$ và $c = (2; 2; 2)$. Giá trị của $|a + b + c|$ bằng

- A.** 6. **B.** $2\sqrt{11}$. **C.** 11. **D.** $2\sqrt{6}$.

Câu 12: Cho hai số phức $z_1 = 1 + 5i$ và $z_2 = 3 + 2i$. Xác định phần ảo của số phức $2z_1 + 3z_2$?

- A.** 11 . **B.** -16 . **C.** $16i$. **D.** 16

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều với $AB = a$ và đường cao $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng:

- A.** a^3 . **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 14: Cho khối lăng trụ tam giác đều có cạnh bên và cạnh đáy đều bằng a . Thể tích khối lăng trụ tam giác đều đã cho bằng

- A.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 15: Diện tích mặt cầu có bán kính bằng $4a$ là

- A.** $64\pi a^2$. **B.** $16\pi a^2$. **C.** $16a^2$. **D.** $\frac{4\pi a^2}{3}$.

Câu 16: Mô đun của số phức $z = 3 + 4i$ bằng

- A.** $\sqrt{7}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 5. **D.** 7.

Câu 17: Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng $4\pi a^2$ và bán kính đáy là a . Tính độ dài đường cao của hình trụ đó.

- A.** a . **B.** $2a$. **C.** $3a$. **D.** $4a$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-3}{-5}$ đi qua điểm nào sau đây?

- A.** $M(-1; 2; -3)$. **B.** $N(1; -2; 3)$. **C.** $P(-3; 4; 5)$. **D.** $Q(3; -4; 5)$.

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$			3		$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A.** Hàm số có ba điểm cực trị. **B.** Hàm số có hai điểm cực tiểu.
C. Hàm số có giá trị cực đại bằng 3. **D.** Hàm số có giá trị cực đại bằng 0.

Câu 20: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{2-x}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $y = 1$ B. $y = -2$ C. $y = \frac{1}{2}$ D. $y = 2$

Câu 21: Nghiệm của phương trình $\log_2(2x - 1) < 2$ là

- A. $\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$ B. $\left(-\infty; \frac{5}{2}\right)$ C. $\left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$ D. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$

Câu 22: Tính số các chỉnh hợp chập 4 của 7 phần tử:

- A. 480 B. 720 C. 840 D. 35

Câu 23: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^{2x-1}$ là

- A. $\frac{9^x}{3} + C$ B. $\frac{9^x}{3\ln 3} + C$ C. $\frac{9^x}{6\ln 3} + C$ D. $\frac{9^x}{6} + C$

Câu 24: Biết $\int_1^3 f(x) dx = 3$. Giá trị của $\int_1^3 [2f(x) - 1] dx$ bằng

- A. 5 B. 2 C. 4 D. 1

Câu 25: Cho $f(x) = e^{2x} - \sin x$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} e^{2x} - \cos x + C$ B. $\int f(x) dx = e^{2x} + \cos x + C$ C. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} e^{2x} + \cos x + C$ D. $\int f(x) dx = e^{2x} - \cos x + C$

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$				
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$		
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. 0 B. 2 C. 1 D. 3

Câu 28: Với mọi số thực a, b dương, $\ln a^2 b^3$ bằng

- A. $2\ln a + 3\ln b$ B. $2\ln a - 3\ln b$ C. $\ln(ab)^6$ D. $6\ln a \cdot \ln b$

Câu 29: Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường thẳng $y = x^2 + 2x$ và $y = 0$ quanh trục Ox bằng

A. $\frac{16}{19}$.

B. $\frac{16}{15}$.

C. $\frac{16}{9}\pi$.

D. $\frac{16}{15}\pi$.

Câu 30: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng BA' và CD bằng:
A. 45° . B. 60° . C. 30° . D. 90° .

Câu 31: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = -2019$ tại bao nhiêu điểm?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y			3		-1		3	
	$-\infty$							$-\infty$

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 0.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-2)^3(x+1)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?
A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $(-1; 2)$. D. $(-\infty; -1)$.

Câu 33: Từ một hộp chứa 11 quả cầu màu đỏ và 4 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh

A. $\frac{4}{455}$.

B. $\frac{24}{455}$.

C. $\frac{4}{165}$.

D. $\frac{33}{91}$.

Câu 34: Tổng các nghiệm của phương trình: $2e^{2x} - 3e^x + 1 = 0$ bằng
A. $\frac{2}{3}$. B. $\ln \frac{3}{2}$. C. $\ln \frac{2}{3}$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 35: Cho số phức $z = 4 + 6i$. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn cho số phức $w = i\bar{z} + z$ có tọa độ là
A. $(-10; 10)$. B. $(-2; 10)$. C. $(10; -10)$. D. $(10; 10)$.

Câu 36: Phương trình mặt phẳng đi qua $M(-2; 3; 0)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$ là
A. $3x - y + 2z = 0$. B. $3x - y - 2z + 9 = 0$.
C. $3x - y + 2z + 9 = 0$. D. $-3x + y + 2z + 9 = 0$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -1)$. Điểm đối xứng của A qua mặt phẳng tọa độ (Oxy) là:
A. $(1; 2; 1)$. B. $(-1; -2; -1)$. C. $(1; -2; -1)$. D. $(-1; -2; 1)$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Biết khoảng cách từ A đến (SBD) bằng $\frac{6a}{7}$. Tính khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) ?

A. $\frac{12a}{7}$.

B. $\frac{3a}{7}$.

C. $\frac{4a}{7}$.

D. $\frac{6a}{7}$.

Câu 39: Bất phương trình $(x^3 - 9x)\ln(x+5) > 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 4.

B. 7.

C. 6.

D. Vô số.

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = 4\cos 2x + \sin x, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$. Biết $F(x)$

là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\pi^2}{8} - 2$, khi đó $F(0)$ bằng

A. -1.

B. 1.

C. -3.

D. 3.

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	0	1	$\sqrt{2}$	4	$+\infty$
y'	-	+	0	-	+
y	$+\infty$	$-\frac{3}{2}$	4	$-\infty$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $f(1 - 2f(x)) = 3$ là

A. 14.

B. 16.

C. 8.

D. 9.

Câu 42: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 3i + 5| = 2$ và $|iz_2 - 1 + 2i| = 4$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |2iz_1 + 3z_2|$.

A. $\sqrt{313}$.

B. $\sqrt{313} + 8$.

C. $\sqrt{313} + 16$.

D. $\sqrt{313} + 2\sqrt{5}$.

Câu 43: Cho khối chóp $S.ABCD$ có $SA = SC, SB = SD, ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = 2a, AD = a$, hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) cùng vuông góc với nhau. Gọi I là trung điểm của AB , góc giữa đường thẳng DI và mặt phẳng (SCD) bằng 30° . Thể tích khối chóp đã cho bằng

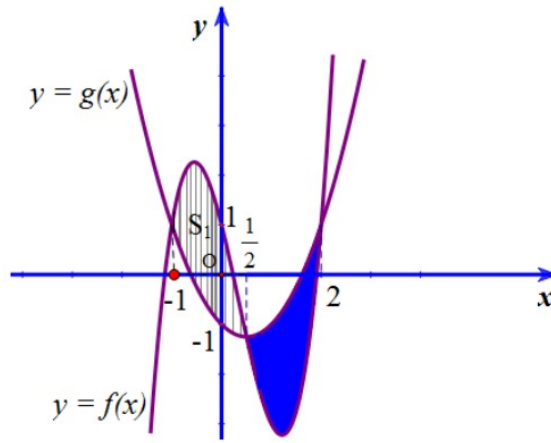
A. $\frac{2}{3}a^3$.

B. $\frac{a^3}{3}$.

C. $2a^3$.

D. $\frac{16}{3}a^3$.

Câu 44: Cho hai hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ và $y = g(x) = mx^2 + nx + k$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ là $-1; \frac{1}{2}; 2$ và có đồ thị như hình vẽ.



Biết phần diện tích kẻ sọc bằng $\frac{81}{32}$. Diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = \frac{1}{2}; x = 2$ bằng

- A. $\frac{79}{24}$. B. $\frac{243}{96}$. C. $\frac{81}{32}$. D. $\frac{45}{16}$.

Câu 45: Cho số phức w , biết rằng $z_1 = w + 3i$ và $z_2 = 3w + i$ là hai nghiệm của phương trình $z^2 + az + b = 0$ với a, b là các số thực. Tính $T = |z_1| + |z_2|$.

A. 5. B. 4. C. 8. D. 12.

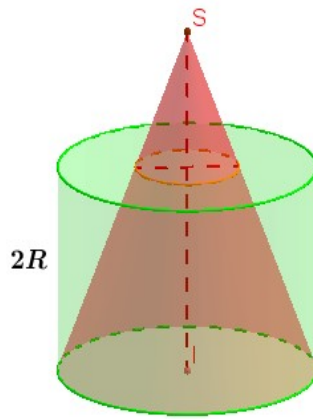
Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình đường vuông góc chung của hai đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+4}{-5}$ và $d': \frac{x+1}{3} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-4}{-1}$.

A. $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$. B. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$.
 C. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{2}$. D. $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{1}$.

Câu 47: Có bao nhiêu số nguyên a sao cho ứng với mỗi a , tồn tại ít nhất 7 số nguyên $b \in (0; 10)$ thỏa mãn $\log_5(b^2 + 16) + \log_3(b\sqrt{13-a}) - \log_7(a-3) \geq 5$?

A. 9. B. 8. C. 11. D. 1.

Câu 48: Cho hình nón có độ dài đường kính đáy là $2R$, độ dài đường sinh là $R\sqrt{10}$ và hình trụ có chiều cao và đường kính đáy đều bằng $2R$, lồng vào nhau như hình vẽ.



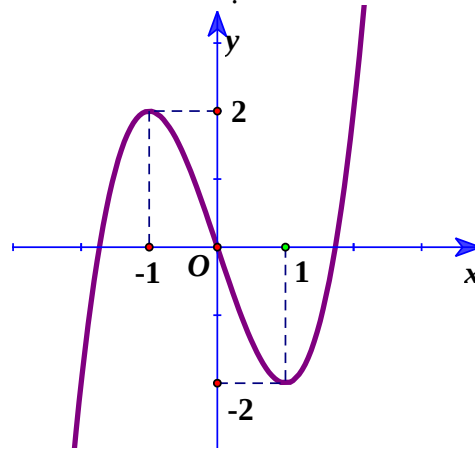
Tỉ số thể tích phần khối nón nằm ngoài khối trụ và phần khối trụ không giao với khối nón là

- A. $\frac{1}{56}$. B. $\frac{1}{27}$. C. $\frac{1}{54}$. D. $\frac{1}{28}$.

Câu 49: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S): (x-3)^2 + y^2 + z^2 = 9$ và $(S'): x^2 + (y-6)^2 + z^2 = 24$ cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn (C) và mặt phẳng $(P): z-m=0$. Gọi T là tập hợp các giá trị của m để trên mặt phẳng (P) dựng được một tiếp tuyến đến đường tròn (C) . Tổng các phần tử của tập hợp T là

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x+2) - 2022$ có đồ thị như hình bên dưới.



Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x) = f(2x^3 - 6x + m + 1)$ có 6 điểm cực trị là:

A. 2. B. 4. C. 6. D. 8.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.A	3.A	4.B	5.C	6.D	7.D	8.D	9.A	10.A
11.B	12.D	13.B	14.A	15.A	16.C	17.B	18.B	19.D	20.B
21.A	22.C	23.C	24.C	25.D	26.D	27.D	28.A	29.D	30.A
31.A	32.C	33.A	34.B	35.D	36.C	37.A	38.D	39.D	40.C
41.A	42.C	43.B	44.C	45.B	46.A	47.D	48.D	49.A	50.B

Lời giải

Câu 39. Bất phương trình $(x^3 - 9x)\ln(x+5) > 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 4.

B. 7.

C. 6.

D. Vô số.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định $x+5 > 0 \Leftrightarrow x > -5$

Đặt $f(x) = (x^3 - 9x)\ln(x+5)$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 9x = 0 \\ \ln(x+5) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 0 \\ x = 3 \\ x = -4 \end{cases}$$

Bảng xét dấu:

x	-5	-4	-3	0	3	$+\infty$
$f(x)$		+	0	-	0	+

$$f(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -5 < x < -4 \\ -3 < x < 0 \\ x > 3 \end{cases}$$

Khi đó

Do $x \in \mathbb{Z}$ nên có vô số giá trị nguyên của x thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	0	1	$\sqrt{2}$	4	$+\infty$
y'	-	+	0	-	+
y	$+\infty$	$\frac{3}{2}$	4	$-\infty$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $f(1 - 2f(x)) = 3$ là

A. 14.

B. 16.

C. 8.

D. 9.

Lời giải

Chọn A

x	0	1	$\sqrt{2}$	4	$+\infty$
y'	-	+	0	-	+
y	$+\infty$ ↘ 3 $-\frac{3}{2}$	$-\infty$ ↗ 4 ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↗ 3 $-\frac{3}{2}$	$+\infty$ ↗ 3 $-\frac{3}{2}$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$. Ta có: $f(x) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = a (0 < a < 1) \\ x = b (1 < b < \sqrt{2}) \\ x = c (\sqrt{2} < c < 4) \\ x = d (d > 4) \end{cases}$.

Khi đó: $f(1 - 2f(x)) = 3 \Rightarrow \begin{cases} 1 - 2f(x) = a (0 < a < 1) \\ 1 - 2f(x) = b (1 < b < \sqrt{2}) \\ 1 - 2f(x) = c (\sqrt{2} < c < 4) \\ 1 - 2f(x) = d (d > 4) \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} f(x) = \frac{1-a}{2} = m \left(0 < m < \frac{1}{2} \right) \\ f(x) = \frac{1-b}{2} = n \left(\frac{1-\sqrt{2}}{2} < n < 0 \right) \\ f(x) = \frac{1-c}{2} = p \left(-\frac{3}{2} < p < \frac{1-\sqrt{2}}{2} \right) \\ f(x) = \frac{1-d}{2} = q \left(q < -\frac{3}{2} \right) \end{cases}$.

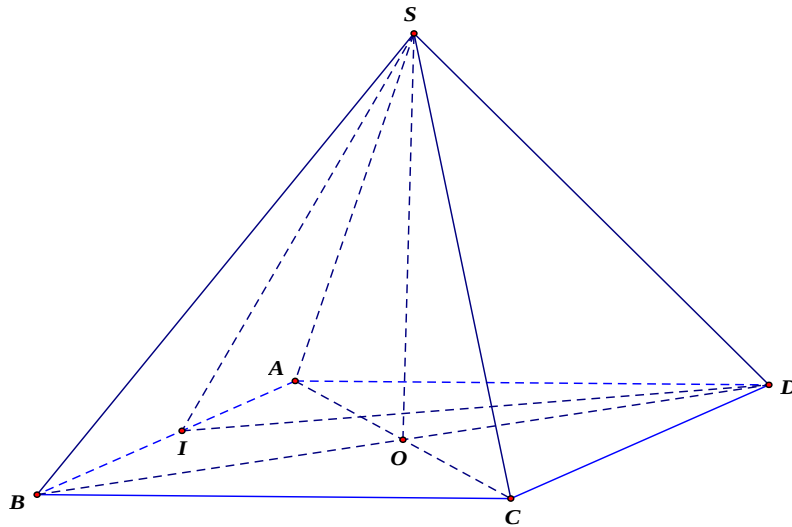
Từ bảng biến thiên ta thấy:

x	0	1	$\sqrt{2}$	4	$+\infty$
y'	-	+	0	-	+
y	$+\infty$ ↘ 3 $-\frac{3}{2}$	$-\infty$ ↗ 4 ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↗ 3 $-\frac{3}{2}$	$+\infty$ ↗ 3 $-\frac{3}{2}$	$+\infty$

Câu 42. Cho khối chóp $S.ABCD$ có $SA = SC$, $SB = SD$, $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = 2a$, $AD = a$, hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) cùng vuông góc với nhau. Gọi I là trung điểm của AB , góc giữa đường thẳng DI và mặt phẳng (SCD) bằng 30° . Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{2}{3}a^3$. B. $\frac{a^3}{3}$. C. $2a^3$. D. $\frac{16}{3}a^3$.

Lời giải



Gọi O là tâm hình vuông suy ra $SO \perp (ABCD)$.

Ta có $(SAB) \cap (SCD) = Sx \parallel AB \parallel CD$.

Gọi I là trung điểm của AB , suy ra $SI \perp AB \Rightarrow SI \perp Sx \Rightarrow SI \perp (SCD) \Rightarrow SI \perp SD$.

Suy ra $\angle(DI, (SCD)) = \angle SDI = 30^\circ$.

$$ID = a\sqrt{2} \Rightarrow SD = \frac{a\sqrt{6}}{2}; \quad OD = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{Từ đó ta tính được } SO = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot 2a \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^3}{3}.$$

Câu 43. Cho số phức w , biết rằng $z_1 = w + 3i$ và $z_2 = 3w + i$ là hai nghiệm của phương trình $z^2 + az + b = 0$ với a, b là các số thực. Tính $T = |z_1| + |z_2|$.

- A. 5. B. 4. C. 8. D. 12.

Lời giải

Chọn B

Đặt $w = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Theo Vi-et ta có $z_1 + z_2 = -a$.

Theo giả thiết ta có $z_1 + z_2 = x + yi + 3i + 3(x + yi) + i = 4x + (4y + 4)i$.

$\Rightarrow -a = 4x + (4y + 4)i$ là số thực $\Rightarrow 4y + 4 = 0 \Leftrightarrow y = -1$.

$z_1 \cdot z_2 = (x - i + 3i)(3x - 3i + i) = (x + 2i)(3x - 2i) = (3x^2 + 4) + 4xi = b$ là số thực

$\Rightarrow 4x = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

$\Rightarrow w = -i \Rightarrow z_1 = 2i, z_2 = -2i \Rightarrow |z_1| + |z_2| = 4$.

Câu 44. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 3i + 5| = 2$ và $|iz_2 - 1 + 2i| = 4$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |2iz_1 + 3z_2|$.

A. $\sqrt{313}$.

B. $\sqrt{313} + 8$.

C. $\sqrt{313} + 16$.

D. $\sqrt{313} + 2\sqrt{5}$.

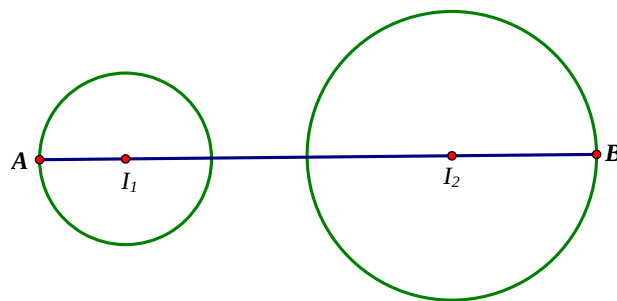
Lời giải

Chọn C

Ta có $|z_1 - 3i + 5| = 2 \Leftrightarrow |2iz_1 + 6 + 10i| = 4$ (1); $|iz_2 - 1 + 2i| = 4 \Leftrightarrow |(-3z_2) - 6 - 3i| = 12$ (2).

Gọi A là điểm biểu diễn số phức $2iz_1$, B là điểm biểu diễn số phức $-3z_2$.

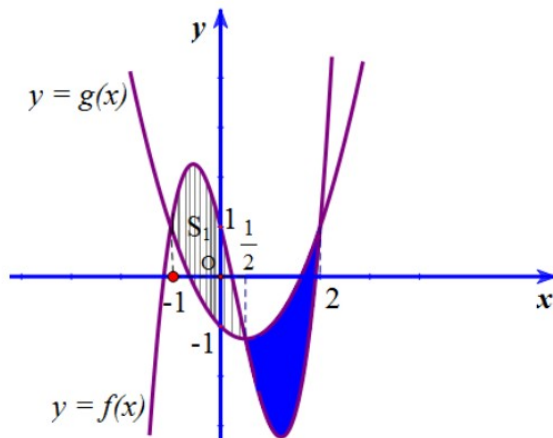
Từ (1) và (2) suy ra điểm A nằm trên đường tròn tâm $I_1(-6; -10)$ và bán kính $R_1 = 4$; điểm B nằm trên đường tròn tâm $I_2(6; 3)$ và bán kính $R_2 = 12$.



Ta có $T = |2iz_1 + 3z_2| = AB \leq I_1I_2 + R_1 + R_2 = \sqrt{12^2 + 13^2} + 4 + 12 = \sqrt{313} + 16$.

Vậy $\max T = \sqrt{313} + 16$.

Câu 45. Cho hai hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ và $y = g(x) = mx^2 + nx + k$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ là $-1; \frac{1}{2}; 2$ và có đồ thị như hình vẽ.



Biết phần diện tích kẻ sọc bằng $\frac{81}{32}$. Diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = \frac{1}{2}; x = 2$ bằng

- A. $\frac{79}{24}$. B. $\frac{243}{96}$. C. $\frac{81}{32}$. D. $\frac{45}{16}$.

Lời giải

Ta có

$$f(x) - g(x) = a(x+1)\left(x - \frac{1}{2}\right)(x-2) \quad (a > 0)$$

$$S_1 = \int_{-1}^{\frac{1}{2}} [f(x) - g(x)] dx = \int_{-1}^{\frac{1}{2}} a(x+1)\left(x - \frac{1}{2}\right)(x-2) dx = a \int_{-1}^{\frac{1}{2}} (x+1)\left(x - \frac{1}{2}\right)(x-2) dx = a \cdot \frac{81}{64}.$$

Mà $S_1 = \frac{81}{32} \Rightarrow a = 2$.

$$S_2 = \int_{\frac{1}{2}}^2 [g(x) - f(x)] dx = -2 \int_{\frac{1}{2}}^2 (x+1)\left(x - \frac{1}{2}\right)(x-2) dx = \frac{81}{32}$$

Khi đó:

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình đường vuông góc chung của hai đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+4}{-5}$ và $d': \frac{x+1}{3} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-4}{-1}$.

A. $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$.

B. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$.

C. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{2}$.

D. $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{1}$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $u_d = (2; 3; -5)$.

Đường thẳng d' có một vectơ chỉ phương là $u_{d'} = (3; -2; -1)$.

Gọi $M \in d$ suy ra $M(2+2m; 3+3m; -4-5m)$ và $N \in d'$ suy ra $N(-1+3n; 4-2n; 4-n)$.

Từ đó ta có $MN = (-3+3n-2m; 1-2n-3m; 8-n+5m)$.

Do MN là đường vuông góc chung của d và d' nên
$$\begin{cases} MN \perp d \\ MN \perp d' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} MN \cdot u_d = 0 \\ MN \cdot u_{d'} = 0 \end{cases}$$

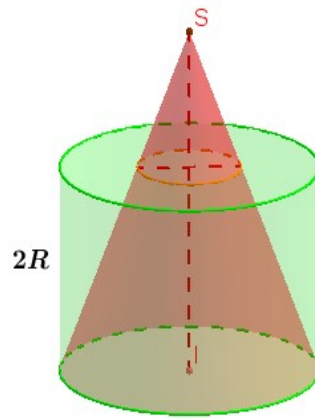
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2(-3+3n-2m) + 3(1-2n-3m) - 5(8-n+5m) = 0 \\ 3(-3+3n-2m) - 2(1-2n-3m) - 1(8-n+5m) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -38m + 5n = 43 \\ -5m + 14n = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ n = 1 \end{cases}.$$

Suy ra $M(0; 0; 1)$, $N(2; 2; 3)$.

Ta có $MN = (2; 2; 2)$, chọn một vectơ chỉ phương của đường thẳng MN là $u = (1; 1; 1)$.

Nên đường vuông góc chung MN có phương trình là $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$.

Câu 47. Cho hình nón có độ dài đường kính đáy là $2R$, độ dài đường sinh là $R\sqrt{10}$ và hình trụ có chiều cao và đường kính đáy đều bằng $2R$, lồng vào nhau như hình vẽ.



Tỉ số thể tích phần khối nón nằm ngoài khối trụ và phần khối trụ không giao với khối nón là

A. $\frac{1}{56}$.

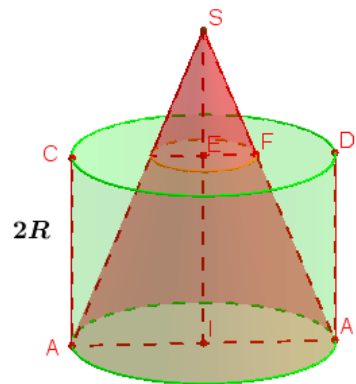
B. $\frac{1}{27}$.

C. $\frac{1}{54}$.

D. $\frac{1}{28}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $SI = \sqrt{SA^2 - IA^2} = \sqrt{10R^2 - R^2} = 3R \Rightarrow SE = SI - EI = R$.

Mặt khác: $\frac{SE}{SI} = \frac{EF}{IA_1} = \frac{1}{3} \Rightarrow EF = \frac{IA_1}{3} = \frac{R}{3}$

Thể tích khối nón lớn là $V_1 = \frac{1}{3} \pi R^2 \cdot 3R = \pi R^3$.

Thể tích khối nón nhỏ là $V_2 = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{R}{3} \right)^2 \cdot R = \frac{\pi R^3}{27}$.

Thể tích phần khối giao nhau giữa khối nón và khối trụ là $V_3 = V_1 - V_2 = \frac{26}{27} \pi R^3$.

Thể tích khối trụ là $V_4 = \pi R^2 \cdot 2R = 2\pi R^3$.

Suy ra thể tích phần khối trụ không giao với khối nón là $V = V_4 - V_3 = \frac{28}{27}\pi R^3$.

Vậy tỉ số thể tích cần tìm là $\frac{V_2}{V} = \frac{1}{28}$.

Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên a sao cho ứng với mỗi a , tồn tại ít nhất 7 số nguyên $b \in (0;10)$ thỏa mãn $\log_5(b^2 + 16) + \log_3(b\sqrt{13-a}) - \log_7(a-3) \geq 5$?

A. 9.

B. 8.

C. 11.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $\begin{cases} b > 0 \\ 3 < a < 13 \end{cases}$.

Ta có $\log_5(b^2 + 16) + \log_3(b\sqrt{13-a}) - \log_7(a-3) \geq 5$

$$\Leftrightarrow \log_5(b^2 + 16) + \log_3 b + \log_3 \sqrt{13-a} - \log_7(a-3) - 5 \geq 0$$

Đặt $f(b) = \log_5(b^2 + 16) + \log_3 b + \log_3 \sqrt{13-a} - \log_7(a-3) - 5$, điều kiện $b > 0$

Bất phương trình trở thành $f(b) \geq 0$

$$f'(b) = \frac{2b}{(b^2 + 16)\ln 5} + \frac{1}{b\ln 3} \text{ do } b > 0 \text{ nên } f'(b) > 0 \Rightarrow \text{Hàm số } f(b) \text{ đồng biến trên } (0;10)$$

suy ra $f(1) < f(2) < f(3) < \dots < f(9)$.

Do đó để có ít nhất 7 giá trị b nguyên thuộc $(0;10)$ thì $f(3) \geq 0$

$$\Leftrightarrow \log_3 \sqrt{13-a} - \log_7(a-3) - 2 \geq 0 (*)$$

Đặt $g(a) = \log_3 \sqrt{13-a} - \log_7(a-3) - 2$, $a \in (3;13)$.

Bất phương trình $(*)$ trở thành $g(a) \geq 0$.

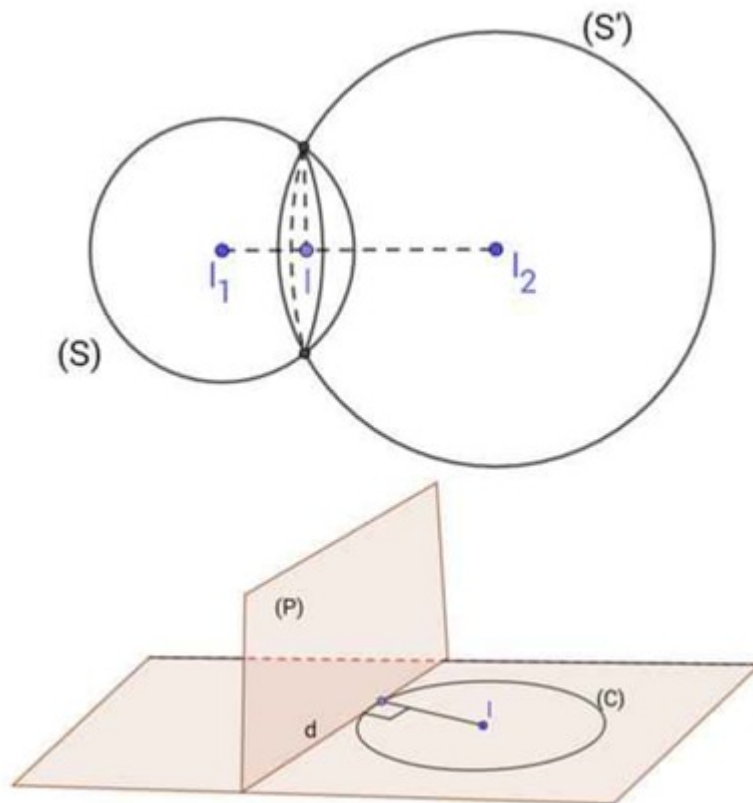
$$g'(a) = \frac{-1}{2(13-a)\ln 3} - \frac{1}{(a-3)\ln 7} < 0, \forall a \in (3;13) \text{ nên hàm số } g(a) \text{ nghịch biến trên } (3;13).$$

Mặt khác $g(4)=0$ bất phương trình (*) trở thành $g(a) \geq g(4)$, $g(a)$ nghịch biến nên $a \leq 4$ mà $a \in (3;13)$, a nguyên nên $a=4$.

Vậy có duy nhất một giá trị nguyên $a=4$ thỏa mãn bài toán.

- Câu 49.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S): (x-3)^2 + y^2 + z^2 = 9$ và $(S'): x^2 + (y-6)^2 + z^2 = 24$ cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn (C) và mặt phẳng $(P): z-m=0$. Gọi T là tập hợp các giá trị của m để trên mặt phẳng (P) dựng được một tiếp tuyến đến đường tròn (C) . Tổng các phần tử của tập hợp T là
- A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải



Mặt cầu (S) có tâm $I_1(3;0;0)$, bán kính $R_1=3$.

Mặt cầu (S') có tâm $I_2(0;6;0)$, bán kính $R_2=2\sqrt{6}$.

. Vì $I_1I_2=3\sqrt{5} < R_1+R_2$ nên mặt cầu (S) và (S') cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn (C) , tâm I , bán kính r .

$$\begin{cases} (x-3)^2 + y^2 + z^2 = 9 \\ x^2 + (y-6)^2 + z^2 = 24 \end{cases} \Rightarrow \text{Phương trình của mặt phẳng chứa đường tròn } (C) \text{ là} \\ (Q): x - 2y + 2 = 0$$

$$I_1 I_2 \text{ có phương trình } \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2t \\ z = 0 \end{cases}$$

Vì I là giao điểm của $I_1 I_2$ và mặt phẳng (Q) nên tọa độ của I là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2t \\ z = 0 \\ x - 2y + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \\ z = 0 \\ t = -1 \end{cases} \Rightarrow I(2; 2; 0)$$

$$\text{Bán kính đường tròn } (C): r = \sqrt{R_1^2 - II_1^2} = 2$$

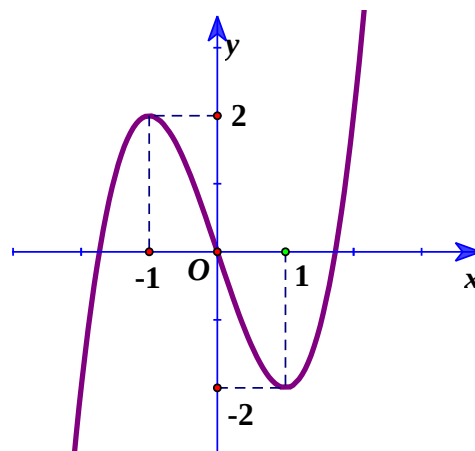
$$\text{Gọi } d \text{ là giao tuyến của hai mặt phẳng } (P) \text{ và } (Q) \Rightarrow \begin{cases} CTCP_{u_d}^I = (2; 1; 0) \\ A(0; 1; m) \in d \end{cases}$$

Trên mặt phẳng (P) dựng được đúng một tiếp tuyến đến (C) khi d tiếp xúc với đường tròn (C)

$$\Leftrightarrow r = d(I; (d)) \Leftrightarrow 2 = \frac{\left| \begin{bmatrix} \vec{r}_{u_d}, AI \end{bmatrix} \right|}{|\vec{u_d}|} \Leftrightarrow 2 = |m| \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -2 \end{cases} \Rightarrow T = \{-2; 2\}$$

$$\text{Vậy tổng các phần tử của } T \text{ là } 2 + (-2) = 0$$

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x+2) - 2022$ có đồ thị như hình bên dưới.



Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x) = f(2x^3 - 6x + m + 1)$ có 6 điểm cực trị là:

A. 2.

B. 4.

C. 6.

D. 8.

Lời giải

Chọn B

+ Từ đồ thị ta thấy hàm số $y = f(x+2) - 2022$ có hai điểm cực trị là: $x = -1, x = 1$. Do đó, hàm

số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị là $x = 1, x = 3$ hay $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$.

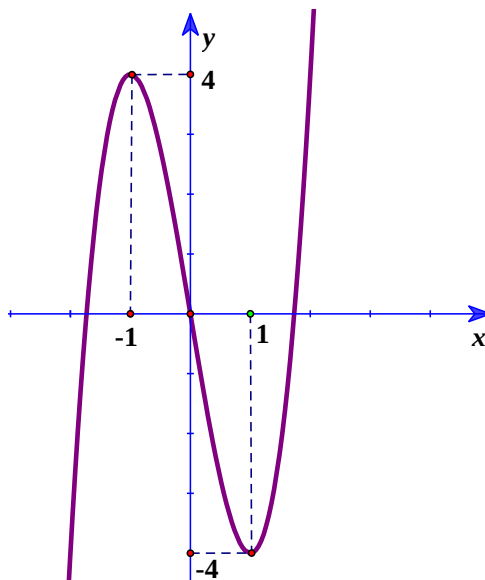
$$g'(x) = (6x^2 - 6)f'(2x^3 - 6x + m + 1)$$

+ Ta có

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ 2x^3 - 6x + m + 1 = 1 \\ 2x^3 - 6x + m + 1 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ 2x^3 - 6x = -m \quad (1) \\ 2x^3 - 6x = 2 - m \quad (2) \end{cases}$$

Nên

+ Xét hàm số $h(x) = 2x^3 - 6x$ ta có đồ thị như hình vẽ



Do đó, $y = g(x)$ có 6 điểm cực trị khi $\begin{cases} -4 < 2 - m < 4 \\ -m \leq -4 \\ -4 < -m < 4 \\ 2 - m \geq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 \leq m < 6 \\ -4 < m \leq -2 \end{cases} \Rightarrow m \in \{-3; -2; 4; 5\}$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của m .