

CHỦ ĐỀ: HÌNH HỌC

A. PHẦN NỘI DUNG

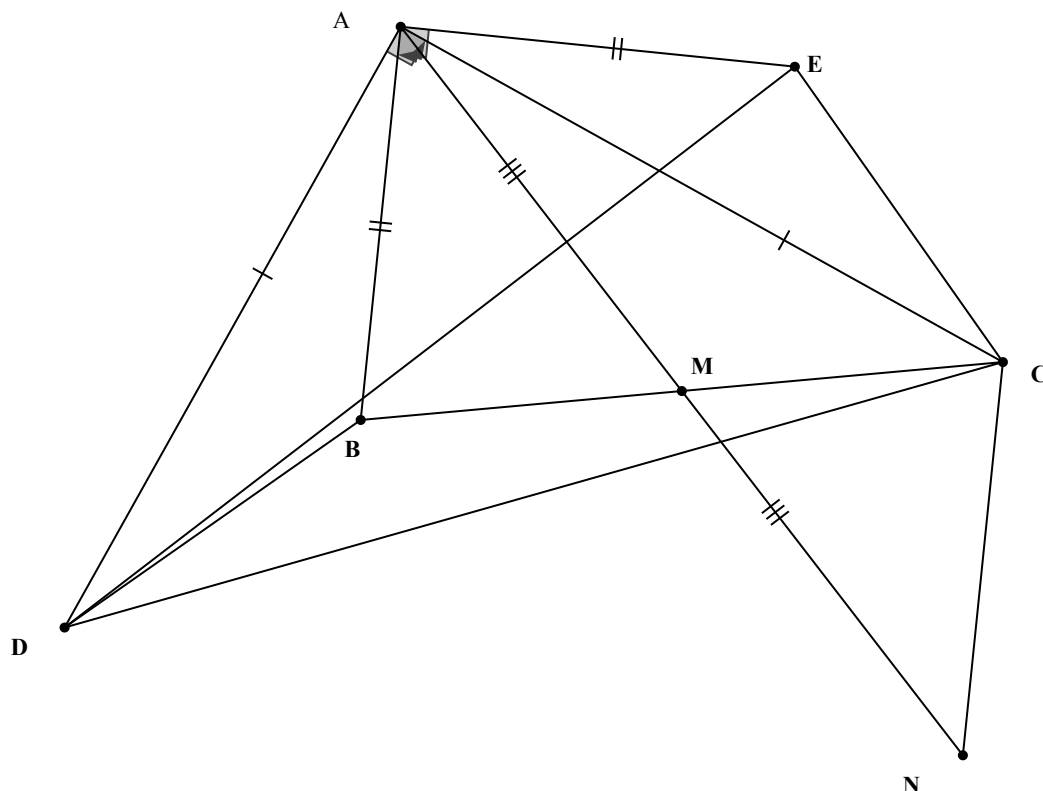
Bài 1. (HSG 7 huyện Thiệu Hóa, tỉnh Thanh Hóa 2020 - 2021)

Cho $\triangle ABC$ có ba góc nhọn, M là trung điểm của BC . Trên nửa mặt phẳng bờ AB chứa điểm C , vẽ đoạn thẳng AE vuông góc và bằng AB . Trên nửa mặt phẳng bờ AC chứa điểm B , vẽ đoạn thẳng AD vuông góc và bằng AC .

1) Chứng minh: $BD = CE$.

2) Trên tia đối của tia MA lấy N sao cho $MN = MA$. Chứng minh: $\triangle ADE = \triangle CAD$.

Lời giải



1) Chứng minh: $BD = CE$.

$$\angle BAD = \angle DAC - \angle BAC = 90^\circ - \angle BAC \quad (1)$$

Ta có:

$$\angle CAE = \angle BAE - \angle BAC = 90^\circ - \angle BAC \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: $\angle BAD = \angle CAE$

Xét $\triangle ABD$ và $\triangle AEC$ có: $AB = AE(gt)$, $\angle BAD = \angle CAE$ (cmt), $AD = AC(gt)$
 $\Rightarrow \triangle ABD = \triangle AEC$ (c-g-c) suy ra $BD = CE$ (hai cạnh tương ứng).

2) Xét $\triangle ABM$ và $\triangle NCM$ có:

$AM = MN(gt)$, $\angle AMB = \angle NCM$ (hai góc đối đỉnh), $BM = CM(gt)$
 $\Rightarrow \triangle ABM = \triangle NCM$ (c-g-c)

Suy ra $AB = CN$ (hai cạnh tương ứng) và $\angle ABM = \angle NCM$ (hai góc tương ứng)

$$\angle ACN = \angle ACB + \angle BCN = \angle ACB + \angle ABC = 180^\circ - \angle BAC \quad (3)$$

Do đó:

$$\angle DAE = \angle DAC + \angle BAE - \angle BAC = 90^\circ + 90^\circ - \angle BAC = 180^\circ - \angle BAC \quad (4)$$

Lại có:

Từ (3) và (4) suy ra: $\angle DAE = \angle ACN$

Xét $\triangle ADE$ và $\triangle CAN$ có:

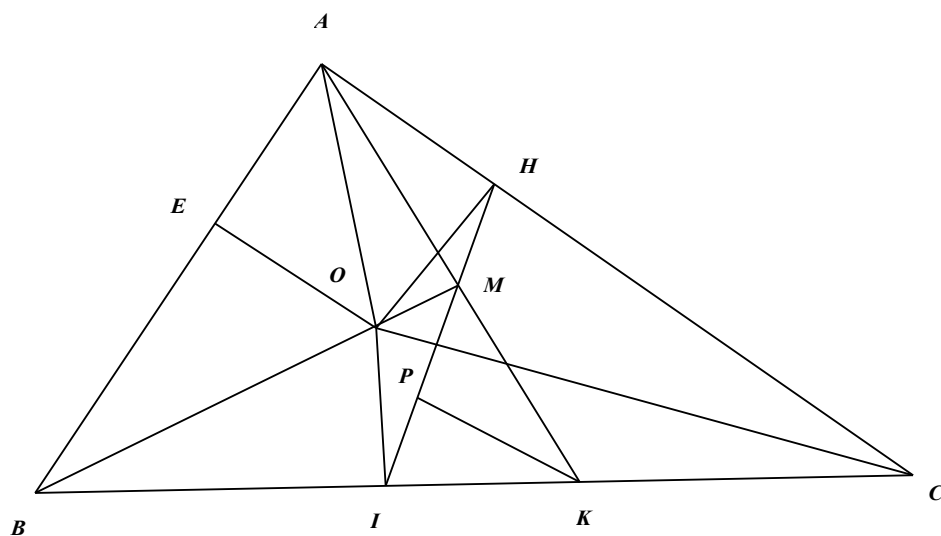
$$\begin{aligned} AE &= CN \text{ (cùng bằng } AB), \angle DAE = \angle ACN \text{ (cmt), } AD = AC \text{ (gt)} \\ \Rightarrow \triangle ADE &= \triangle CAN \text{ (c-g-c).} \end{aligned}$$

Bài 2: (HSG 7 Thị xã Kinh Môn, tỉnh Hải Dương 2020 – 2021)

Cho tam giác ABC nhọn có $AB < AC < BC$, O là giao điểm ba tia phân giác các góc trong của tam giác. Kẻ OH vuông góc AC tại H , OI vuông góc BC tại I .

- 1) Chứng minh $\triangle CHI$ cân.
- 2) Trên đoạn IC lấy K sao cho $IK = AH$, gọi M là giao điểm của AK và HI . Chứng minh M là trung điểm của AK .
- 3) Chứng minh B, O, M thẳng hàng.

Lời giải



1) Xét $\triangle CHO$ và $\triangle CIO$ có: $\angle HCO = \angle ICO = 90^\circ$, OC chung, $\angle CHO = \angle CIO$ (gt)

$$\Rightarrow \triangle CHO = \triangle CIO \text{ (cạnh huyền – góc nhọn)}$$

$$\Rightarrow CH = CI \text{ (hai cạnh tương ứng)}$$

Suy ra $\triangle CHI$ cân tại C .

2) Từ K kẻ đường thẳng song song với AC , cắt HI tại P

Suy ra $\angle KPI = \angle PHI$ (đồng vị)

Mà $\angle PHI = \angle PIH$ (vì $\triangle CHI$ cân tại C)

$$\Rightarrow \angle KPI = \angle KIP$$

Suy ra $\triangle KPI$ cân tại K

$$\Rightarrow KI = KP \text{ mà } KI = AH \Rightarrow PK = AH$$

Từ (1) suy ra: $\square AHM = \square KPM$, $\square MAH = \square MKP$ (hai góc so le trong)

Xét $\triangle AHM$ và $\triangle KPM$ có: $AH = PK$ (cmt), $\square AHM = \square KPM$ (cmt), $\square MAH = \square MKP$ (cmt)

Do đó $\triangle AHM = \triangle KPM$ (g-c-g), suy ra $AM = MK$.

3) Kẻ OE vuông góc với AB tại E

Tương tự ý 1 ta chứng minh được $BI = BE$, $AH = AE$

mà $AH = IK$ (gt) suy ra: $IK = AE$

Do đó: $BI + IK = BE + AE$ suy ra $BK = BA \Rightarrow \triangle BAK$ cân tại B

mà M là trung điểm của AK

Do đó $\triangle BAK$ cân tại B có BM là đường trung tuyến đồng thời là đường phân giác.

Suy ra BM là tia phân giác của $\square ABK$

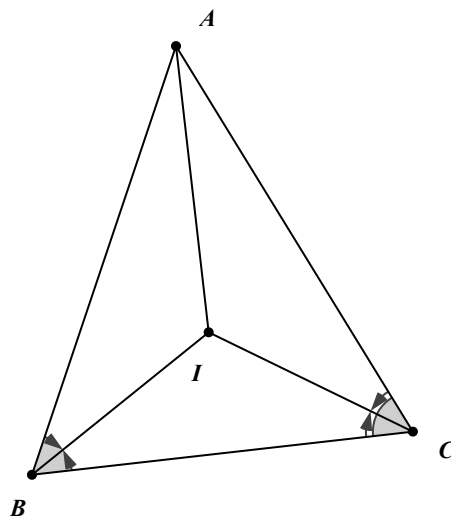
Mà BO là tia phân giác của $\square ABK$

Do đó B, O, M thẳng hàng.

Bài 3: (HSG 7 Huyện Hương Khê, tỉnh Hà Tĩnh 2020 – 2021)

Cho $\triangle ABC$ cân tại A , biết số đo góc $\square A = 50^\circ$. Gọi I là điểm nằm trong tam giác và cách đều ba cạnh của tam giác này. Tính số đo $\square BIC$.

Lời giải



$$\square BAC + \square ABC + \square ACB = 180^\circ \Rightarrow \square ABC + \square ACB = 130^\circ$$

Ta có:

$$\text{Vì } I \text{ cách đều hai cạnh } AC \text{ và } CB \text{ nên } CI \text{ là phân giác } \square ACB \Rightarrow \square ACI = \square BCI = \frac{\square ACB}{2}$$

$$\text{Vì } I \text{ cách đều hai cạnh } AB \text{ và } BC \text{ nên } BI \text{ là phân giác } \square ABC \Rightarrow \square ABI = \square CBI = \frac{\square ABC}{2}$$

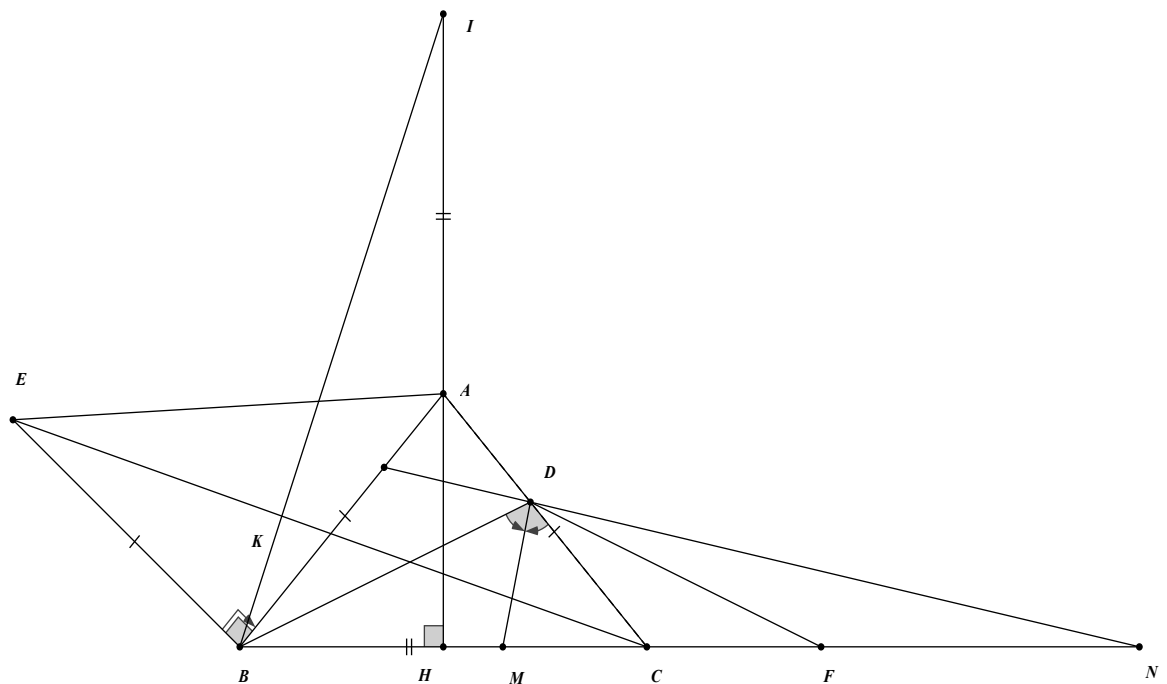
$$\text{Lại có } \square IBC + \square ICB + \square BIC = 180^\circ \Rightarrow \square BIC = 115^\circ$$

Bài 4: (HSG 7 Huyện Tiền Hải, tỉnh Thái Bình 2021 – 2022)

Cho tam giác ABC cân tại A có ba góc đều nhọn. Về phía ngoài tam giác vẽ tam giác ABE vuông cân tại B . Kẻ đường cao AH ($H \in BC$), trên tia đối của tia AH lấy điểm I sao cho $AI = BC$

- 1) Chứng minh: $\triangle ABI = \triangle BEC$.
- 2) Chứng minh: $BI \perp CE$.
- 3) Phân giác của góc ABC cắt cạnh AC tại D , phân giác của góc BDC cắt cạnh BC tại M . P
hân giác góc BDA cắt đường thẳng BC tại N . Chứng minh: $BD = \frac{1}{2}MN$.

Lời giải



a) Do $\triangle ABE$ vuông cân tại $B \Rightarrow \angle ABE = 90^\circ$ và $AB = BE$

Vì AH là đường cao của $\triangle ABC \Rightarrow AH \perp BC = H \Rightarrow \sphericalangle AHB = 90^\circ$

Ta có $\angle TAB = \angle ABH + \angle AHB = \angle ABH + 90^\circ$ (t/c góc ngoài)

$$\angle EBC = \angle ABC + \angle ABE = \angle ABH + 90^\circ$$

$$\Rightarrow \angle TAB = \angle EBC$$

Xét $\triangle ABI$ và $\triangle BEC$ có $AI = BC$ (gt), $\widehat{IAB} = \widehat{EBC}$, $AB = BE$
 $\Rightarrow \triangle ABI = \triangle BEC$ (c-g-c) (đpcm)

b) Vi $\Delta ABI = \Delta BEC$ (c-g-c) $\Rightarrow \angle AIB = \angle BCE$

Mà $\angle AIB + \angle IBH = 90^\circ$

$$\Rightarrow \angle BH + \angle CE = 90^\circ$$

Gọi $CE \cap BI = K \Rightarrow \widehat{BKC} = 90^\circ \Rightarrow BI \perp CE$ (đpcm)

c) Do DM là phân giác $\angle BDC$, DN là đường phân giác $\angle BDA$

Mà $\angle BDC$ và $\angle BDA$ là 2 góc kề bù $\Rightarrow DM \perp DN$

$\Rightarrow \angle MDN = 90^\circ \Rightarrow \triangle MDN$ vuông tại D

Trên MN lấy điểm F sao cho $\angle PDN = \angle PND \Rightarrow \triangle FDN$ cân tại $F \Rightarrow FD = FN$

Ta có $\angle PDN + \angle PDM = 90^\circ$ và $\angle PDM + \angle PND = 90^\circ$

Mà $\angle PDN = \angle PND \Rightarrow \angle PDM = \angle PND(1) \Rightarrow \triangle FDM$ cân tại $F \Rightarrow FD = FM$

$$\Rightarrow FD = FM = FN = \frac{1}{2}MN$$

Ta có $\angle PDM = \angle MBD + \angle MDB$ (T/c góc ngoài)

Vì DM là phân giác $\angle BDC \Rightarrow \angle BDM = \angle EDM$

$$\Rightarrow \angle PDM = \angle MBD + \angle MDC \quad (2)$$

$$\text{Lại có } \angle PDM = \angle PDC + \angle EDM \quad (3)$$

$$\text{Từ (1), (2), (3)} \Rightarrow \angle MBD = \angle PDC \quad (4)$$

$$\text{Mà } \triangle ABC \text{ cân tại } A \Rightarrow \angle BCM = \angle ABC = 2\angle DBM \quad (5)$$

$$\text{Ta lại có } \angle BCM = \angle EDF + \angle EFD \quad (\text{t/c góc ngoài}) \quad (6)$$

$$\text{Từ (4), (5), (6)} \Rightarrow \angle MBD = \angle EFD \Rightarrow \triangle DBF \text{ cân tại } D$$

$$\Rightarrow DB = DF = \frac{1}{2}MN \quad (\text{đpcm})$$

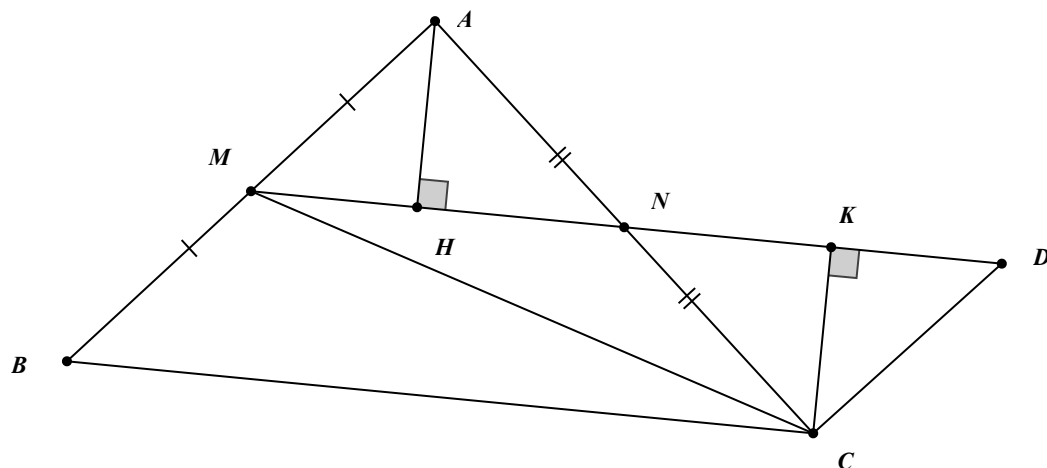
Bài 5: (HSG 7 Trường Lê Hồng Phong năm 2021 – 2022)

Cho tam giác có ba góc đều nhọn. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AB, AC . Kẻ $AH \perp MN$ tại H và CK vuông góc với đường thẳng MN tại K . CMR:

$$a) AH = CK$$

$$b) BC = 2MN$$

Lời giải



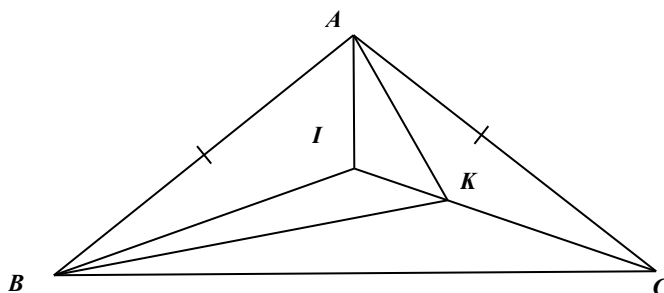
- a) Xét $\triangle NHA$ và $\triangle NKC$ có: $AN = CN(gt)$; $\angle HNA = \angle KNC$ (đối đỉnh);
 $\angle AHN = \angle KNC (=90^\circ) \Rightarrow \triangle NHA = \triangle NKC \Rightarrow AH = CK$
- b) Trên tia đối của tia NM lấy D sao cho $ND = NM$
 Xét $\triangle NAM$ và $\triangle NCD$ có:
 $AN = CN$; $\angle ANM = \angle CND$; $NM = ND$, từ đó $\triangle NAM = \triangle NCD$ (c.g.c) $\Rightarrow AM = CD$;
 $\angle NAM = \angle NCD$, do đó $AM \parallel CD$
 Mà $\angle MBN$; $\angle MCD$ ở vị trí so le trong nên $\angle MBN = \angle MCD$
 Xét $\triangle MCB$ và $\triangle MCD$ có:
 $BM = CD$; $\angle MBN = \angle MCD$; MC chung $\Rightarrow \triangle MCB = \triangle MCD$ (c.g.c) $\Rightarrow BC = MD$
 Mà $MD = 2MN$ nên $BC = 2MN$

Bài 6: (HSG 7 Trường Nguyễn Trung Trực năm 2018 – 2019)

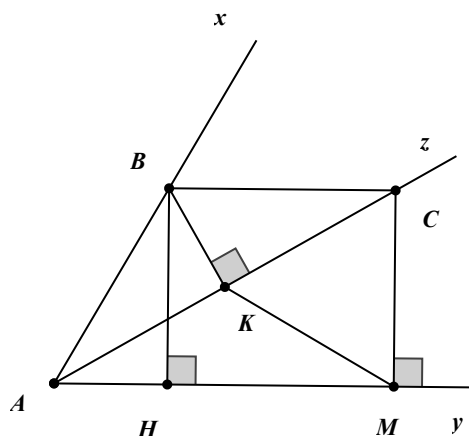
- 1) Cho tam giác ABC cân tại A , $\angle B = 50^\circ$. Gọi K là điểm trong tam giác sao cho $\angle KBC = 10^\circ$, $\angle KCB = 30^\circ$.
- a) Chứng minh $BA = BK$
- b) Tính số đo $\angle BAK$
- 2) Cho $\angle Ay = 60^\circ$ có tia phân giác Az . Từ điểm B trên Ax kẻ $BH \perp Ay$ tại H . Kẻ $BK \perp Az$ và Bt song song với Ay , Bt cắt Az tại C . Từ C kẻ CM vuông góc với Ay tại M . Chứng minh:
- a) K là trung điểm của AC
- b) $\triangle KMC$ là tam giác đều

Lời giải

1)



- a) Vẽ tia phân giác $\angle BAK$ cắt CK ở I , ta có: $\triangle ABC$ cân nên $IB = IC$
 $\Rightarrow \dots \Rightarrow \triangle BIA = \triangle CIA$ (c.c.c) $\Rightarrow \angle BIA = \angle CIA = 120^\circ$,
 do đó $\triangle BIA = \triangle BIK$ (c.g.c) $\Rightarrow BA = BK$
 b) Từ phần a ta tính được $\angle BAK = 70^\circ$.
 2)



- a) $\triangle ABC$ cân tại B do $\angle A = \angle C$ và BK là đường cao nên BK là đường trung tuyến
 $\Rightarrow K$ là trung điểm của AC .
 b) $\triangle ABH = \triangle BAK$ (cạnh huyền – góc nhọn) $\Rightarrow BH = AK$ mà $AK = \frac{1}{2} AC \Rightarrow BH = \frac{1}{2} AC$
 $CK = BH = \frac{1}{2} AC \Rightarrow CM = CK \Rightarrow \triangle MKC$ là tam
 Ta có: $BH = CM$ (tính chất đoạn chắn) mà
 giác cân (1)
 Mặt khác: $\angle MCB = 90^\circ$ và $\angle ACB = 30^\circ \Rightarrow \angle MCK = 60^\circ$ (2)
 Từ (1) và (2) $\Rightarrow \triangle MKC$ là tam giác đều

Bài 7: (HSG 7 Trường Nguyễn Bảo Phương năm 2018 – 2019)

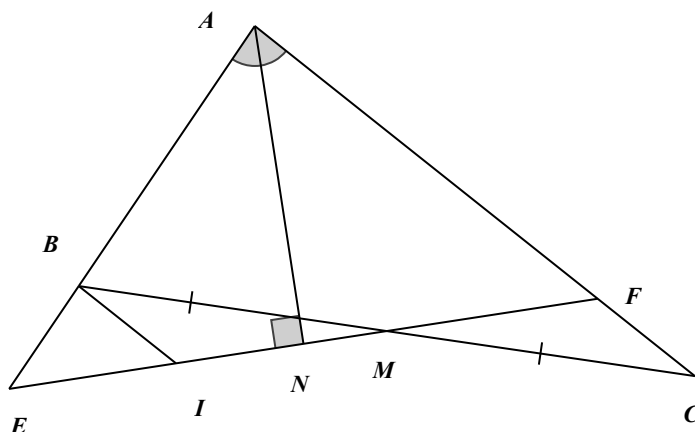
Cho tam giác ABC có $AB < AC$. Gọi M là trung điểm của BC , từ M kẻ đường thẳng vuông góc với phân giác của góc A , cắt tia này tại N , cắt tia AB tại E và cắt tia AC tại F . Chứng minh rằng:

a) $BE = CF$

b) $AE = \frac{AB + AC}{2}$

c) Tính AE, BE theo $AC = b, AB = c$

Lời giải



a) Kẻ $BI \parallel AC (I \in EF)$, chứng minh được: $\triangle BIM = \triangle CFM$ (g.c.g) $\Rightarrow BI = CF$ (1)

Chứng minh được: $\triangle BEI$ cân tại B $\Rightarrow BE = BI$ (2)

Từ (1) và (2) ta có điều phải chứng minh $\Rightarrow BE = CF$

b) Chứng minh được $\triangle ANE = \triangle ANF$ (g.c.g)

Ta có: $AE = AB + BE$; $AF = AC - CF$

$\Rightarrow AE + AF = AB + BE + AC - CF$ hay $2AE = AB + AC$ (do $AE = AF, BE = CF$)

$$\Rightarrow AE = \frac{AB + AC}{2}$$

$$\Rightarrow AE = \frac{b + c}{2}, \quad BE = \frac{AC - AB}{2} \Rightarrow BE = \frac{b - c}{2}$$

c) Từ câu b chứng minh được:

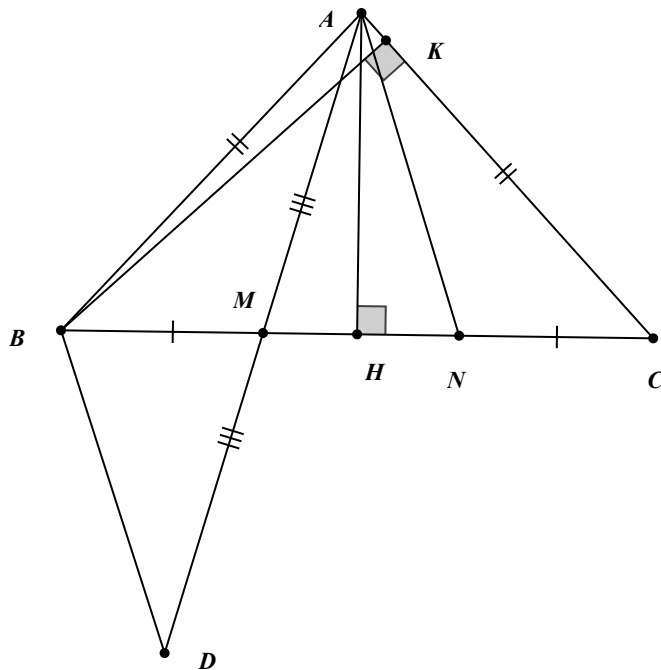
Bài 8: (HSG 7 Trường Trần Thiện năm 2018 – 2019)

Cho tam giác ABC cân tại A . Trên cạnh BC lần lượt lấy 2 điểm M và N sao cho $BM = MN = NC$. Gọi H là trung điểm của BC

a) Chứng minh: $AM = AN$ và $AH \perp BC$

b) Chứng minh: $\angle MAN > \angle BAM$

Lời giải



a) Chứng minh được $\triangle ABM = \triangle ACN$ (c.g.c) $\Rightarrow AM = AN$

Chứng minh được $\triangle ABH = \triangle ACH$ (c.g.c)

$\Rightarrow \angle AHB = \angle AHC = 90^\circ \Rightarrow AH \perp BC$

b) Trên tia đối tia MA lấy điểm D sao cho $MD = MA$

Chứng minh được $\triangle AMN = \triangle DMB$ (c.g.c) $\Rightarrow \angle MAN = \angle BDM$ và $AM = AN = BD$

Chứng minh được: $BA > AM \Rightarrow BA > BD$

Xét $\triangle BAD$ có $BA > BD \Rightarrow \angle BDA > \angle BAD$ hay $\angle MAN < \angle BAM$

Bài 9: (HSG 7 Trường Điện Hồng, Huyện Thanh Oai năm 2018 – 2019)

Cho góc $\angle Ay = 60^\circ$ vẽ tia phân giác Az của góc đó. Từ một điểm B trên Ax vẽ đường thẳng song song với Ay cắt Az tại C . Vẽ $BH \perp Ay, CM \perp Ay, BK \perp AC$. Chứng minh rằng:

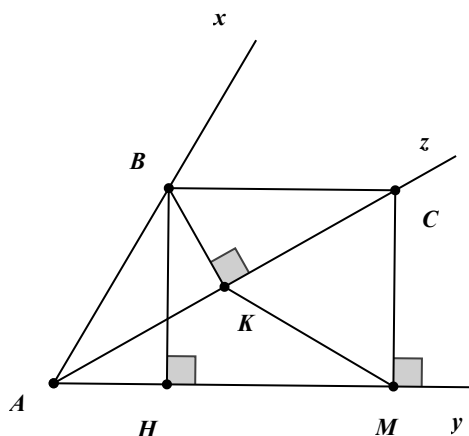
a) K là trung điểm của AC

$$BH = \frac{AC}{2}$$

b)

c) $\triangle KMC$ đều

Lời giải



a) $\triangle ABC$ có $\angle A_1 = \angle A_2$ (Az là tia phân giác của $\angle A$); $\angle A_1 = \angle C_1$ ($Ay \parallel BC$ so le trong)
 $\Rightarrow \angle A_2 = \angle C_1 \Rightarrow \triangle ABC$ cân tại B

Mà $BK \perp AC \Rightarrow BK$ là đường cao vừa là đường trung tuyến của $\triangle ABC$ cân

Hay K là trung điểm của AC

b) Xét $\triangle ABH$ và $\triangle BAK$ có:

AB chung

$\angle HBA = \angle KBA$

$$\angle A_2 = \angle B_1 (=30^\circ) \quad \text{do} \quad \begin{cases} \angle A_2 = \frac{\angle A}{2} = 30^\circ \\ \angle B_1 = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \triangle ABH = \triangle BAK \Rightarrow BH = AK \quad \text{mà} \quad AK = \frac{AC}{2} \Rightarrow BH = \frac{AC}{2}$$

$$\text{c) } \triangle AMC \text{ vuông tại } M \text{ có } AK = KC = \frac{AC}{2} \quad (1) \Rightarrow MK \text{ là trung tuyến thuộc cạnh huyền}$$

$$\Rightarrow KM = \frac{AC}{2} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) } \Rightarrow KM = KC \Rightarrow \triangle KMC \text{ cân}$$

$$\text{Mặt khác } \triangle AMC \text{ có } \angle M = 90^\circ; \angle A = 30^\circ \Rightarrow \angle MKC = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ \Rightarrow \triangle AMC \text{ đều.}$$

Bài 10: (HSG 7 Trường Hoàng Quyên huyện Thanh Oai năm 2018 – 2019)

Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , đường cao AH , trung tuyến AM . Trên tia đối của tia MA lấy điểm D sao cho $DM = MA$. Trên tia đối của tia CD , lấy điểm I sao cho $CI = CA$. Qua I vẽ đường thẳng song song với AC cắt đường thẳng AH tại E . Chứng minh $AE = BC$.

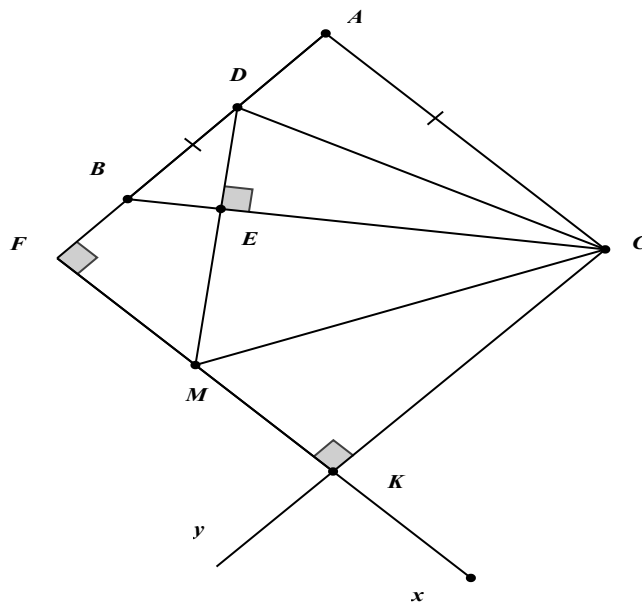
Lời giải

- b) Trên tia đối của tia MA lấy K sao cho $AK = 2AM$. Ta có $\triangle ABM = \triangle KCM$
 $\Rightarrow CK \parallel AB$
 $\Rightarrow \angle ACK + \angle CAB = \angle EAF + \angle CAB = 180^\circ \Rightarrow \angle ACK = \angle EAF$
 $\triangle EAF$ và $\triangle KCA$ có: $AE = AB = CK$; $AF = AC$ (gt); $\angle ACK = \angle EAF$
 $\Rightarrow \triangle EAF = \triangle KCA$ (c.g.c) $\Rightarrow EF = AK = 2AM$
- c) Từ $\triangle EAF = \triangle KCA \Rightarrow \angle EAK = \angle FEA$
 $\Rightarrow \angle AFE + \angle FAK = \angle EAK + \angle FAK = 90^\circ \Rightarrow AK \perp EF$

Bài 12: (HSG 7 huyện năm 2018 – 2019)

- Cho tam giác ABC vuông tại A với $\frac{AB}{AC} = \frac{3}{4}$ và $BC = 15$ cm. Tia phân giác của $\angle C$ cắt AB tại D . Kẻ $DE \perp BC$ ($E \in BC$)
- a) Chứng minh $AC = CE$
- b) Tính độ dài AB, AC
- c) Trên tia AB lấy điểm F sao cho $AF = AC$. Kẻ tia $Fx \perp FA$ cắt tia DE tại M . Tính $\angle BCM$

Lời giải



- a) Chứng minh được $\triangle ACD = \triangle ECD$ (cạnh huyền – góc nhọn)
 $\Rightarrow AC = CE$ (hai cạnh tương ứng)
- b) $\frac{AB}{AC} = \frac{3}{4}$ (gt) $\Rightarrow \frac{AB}{3} = \frac{AC}{4} \Rightarrow \frac{AB^2}{9} = \frac{AC^2}{16} = \frac{AB^2 + AC^2}{9+16} = \frac{BC^2}{25} = \frac{15^2}{25} = 9$
 $AB^2 = 9 \cdot 9 = 81 \Rightarrow AB = 9$ cm
 $AC^2 = 9 \cdot 16 = 144 \Rightarrow AC = 12$ cm
- c) Kẻ $Cy \perp Fx$ cắt nhau tại K
- Ta thấy $AC = AF = FK = CK = CE$ và $\angle ACK = 90^\circ$
 Chứng minh được $\triangle CEM = \triangle CKM$ (cạnh huyền – cạnh góc vuông)

$$\Rightarrow \widehat{ECM} = \widehat{KCM} \text{ (hai góc tương ứng)}$$

$$\widehat{BCM} = \widehat{DCE} + \widehat{ECM} = \frac{1}{2} \widehat{ACK} = \frac{1}{2} \cdot 90^\circ = 45^\circ$$

Mà

Bài 13: (HSG 7 huyện Thái Thụy, tỉnh Thái Bình năm 2018 – 2019)

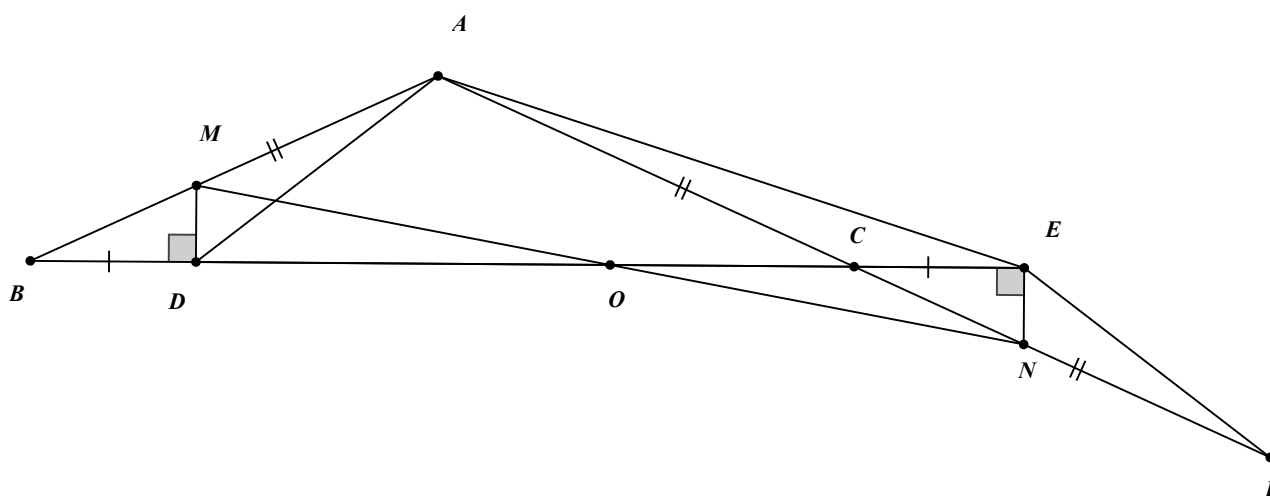
Cho tam giác ABC cân tại A (góc A tù). Trên cạnh BC lấy điểm D , trên tia đối của CB lấy điểm E sao cho $BD = CE$. Trên tia đối của tia CA lấy điểm I sao cho $CI = CA$

a) Chứng minh: $\triangle ABD = \triangle ICE$ và $AB + AC < AD + AE$

b) Từ D và E kẻ các đường thẳng cùng vuông góc với BC cắt AB, AI theo thứ tự tại M, N . Chứng minh MN đi qua trung điểm DE .

c) Chứng minh chu vi của tam giác ABC nhỏ hơn chu vi của tam giác AMN .

Lời giải



a) $\triangle ABC$ cân tại A suy ra $AB = AC, \widehat{ABC} = \widehat{ACB}$

Mà $AC = IC$ (gt) $\Rightarrow AB = IC; \widehat{ACB} = \widehat{ICE}$ (đối đỉnh) $\Rightarrow \widehat{ABD} = \widehat{ICE}$

Xét $\triangle ABD$ và $\triangle ICE$ có: $AB = IC; \widehat{ABD} = \widehat{ICE}; BD = CE$

Suy ra $\triangle ABD = \triangle ICE$ (đpcm)

Ta có: $AB = CI \Rightarrow AB + AC = CI + AC = AI$ (1)

Theo chứng minh trên $\triangle ABD = \triangle ICE$ (c.g.c) $\Rightarrow AD = IE \Rightarrow AD + AE = IE + AE$ (2)

Áp dụng BĐT trong tam giác AEI ta có: $IE + AE > AI$ (3)

Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow AD + AE > AB + AC$

b) Gọi O là giao điểm của MN với DE

Chứng minh được $\triangle BDM = \triangle CEN$ (g.c.g) $\Rightarrow DM = EN$

Chứng minh được: $\triangle ODM = \triangle OEN$ (g.c.g) $\Rightarrow OD = OE$

Hay MN đi qua trung điểm của DE .

c) Vì $BM = CN \Rightarrow AB + AC = AM + MN$ (4)

Có $BD = CE$ (gt) $\Rightarrow BC = DE$

$$\left. \begin{array}{l} MO > OD \\ NO > OE \end{array} \right\} \Rightarrow MO + NO > OD + OE \Rightarrow MN > DE \Rightarrow MN > BC(5)$$

$$C_{\Delta ABC} = AB + AC + BC$$

$$C_{\Delta AMN} = AM + AN + MN(6)$$

Từ (4), (5), (6) $\Rightarrow$ Chu vi ΔABC nhỏ hơn chu vi ΔAMN

B. PHẦN PHIẾU BÀI TẬP

Bài 1: (HSG 7 huyện Thiệu Hóa, tỉnh Thanh Hóa 2020 - 2021)

Cho ΔABC có ba góc nhọn, M là trung điểm của BC . Trên nửa mặt phẳng bờ AB chứa điểm C , vẽ đoạn thẳng AE vuông góc và bằng AB . Trên nửa mặt phẳng bờ AC chứa điểm B , vẽ đoạn thẳng AD vuông góc và bằng AC .

1) Chứng minh: $BD = CE$.

2) Trên tia đối của tia MA lấy N sao cho $MN = MA$. Chứng minh: $\Delta ADE = \Delta CAD$.

Bài 2: (HSG 7 Thị xã Kinh Môn, tỉnh Hải Dương 2020 – 2021)

Cho tam giác ABC nhọn có $AB < AC < BC$, O là giao điểm ba tia phân giác các góc trong của tam giác. Kẻ OH vuông góc AC tại H , OI vuông góc BC tại I .

1) Chứng minh ΔCHI cân.

2) Trên đoạn IC lấy K sao cho $IK = AH$, gọi M là giao điểm của AK và HI . Chứng minh M là trung điểm của AK .

3) Chứng minh B, O, M thẳng hàng.

Bài 3: (HSG 7 Huyện Hương Khê, tỉnh Hà Tĩnh 2020 – 2021)

Cho ΔABC cân tại A , biết số đo góc $\widehat{A} = 50^\circ$. Gọi I là điểm nằm trong tam giác và cách đều ba cạnh của tam giác này. Tính số đo $\widehat{BIC}$.

Bài 4: (HSG 7 Huyện Tiền Hải, tỉnh Thái Bình 2021 – 2022)

Cho tam giác ABC cân tại A có ba góc đều nhọn. Về phía ngoài tam giác vẽ tam giác ABE vuông cân tại B . Kẻ đường cao AH ($H \in BC$), trên tia đối của tia AH lấy điểm I sao cho $AI = BC$.

1) Chứng minh: $\Delta ABI = \Delta BEC$.

2) Chứng minh: $BI \perp CE$.

3) Phân giác của góc ABC cắt cạnh AC tại D , phân giác của góc BDC cắt cạnh BC tại M . P

hân giác góc BDA cắt đường thẳng BC tại N . Chứng minh: $BD = \frac{1}{2}MN$.

Bài 5: (HSG 7 Trường Lê Hồng Phong năm 2021 – 2022)

Cho tam giác có ba góc đều nhọn. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AB, AC . Kẻ $AH \perp MN$ tại H và CK vuông góc với đường thẳng MN tại K . CMR:

a) $AH = CK$

b) $BC = 2MN$

Bài 6: (HSG 7 Trường Nguyễn Trung Trực năm 2018 – 2019)

1) Cho tam giác ABC cân tại A , $\angle B = 50^\circ$. Gọi K là điểm trong tam giác sao cho $\angle KBC = 10^\circ$, $\angle KCB = 30^\circ$.

a) Chứng minh $BA = BK$

b) Tính số đo $\angle BAK$

2) Cho $\angle Ay = 60^\circ$ có tia phân giác Az . Từ điểm B trên Ax kẻ $BH \perp Ay$ tại H . Kẻ $BK \perp Az$ và Bt song song với Ay , Bt cắt Az tại C . Từ C kẻ CM vuông góc với Ay tại M . Chứng minh:

a) K là trung điểm của AC

b) $\triangle KMC$ là tam giác đều

Bài 7: (HSG 7 Trường Nguyễn Bảo Phương năm 2018 – 2019)

Cho tam giác ABC có $AB < AC$. Gọi M là trung điểm của BC , từ M kẻ đường thẳng vuông góc với phân giác của góc A , cắt tia này tại N , cắt tia AB tại E và cắt tia AC tại F . Chứng minh rằng:

a) $BE = CF$

b) $AE = \frac{AB + AC}{2}$

c) Tính AE, BE theo $AC = b, AB = c$

Bài 8: (HSG 7 Trường Trần Thiện năm 2018 – 2019)

Cho tam giác ABC cân tại A . Trên cạnh BC lần lượt lấy 2 điểm M và N sao cho $BM = MN = NC$. Gọi H là trung điểm của BC

a) Chứng minh: $AM = AN$ và $AH \perp BC$

b) Chứng minh: $\angle MAN > \angle BAM$

Bài 9: (HSG 7 Trường Điện Hồng, Huyện Thanh Oai năm 2018 – 2019)

Cho góc $\angle Ay = 60^\circ$ vẽ tia phân giác Az của góc đó. Từ một điểm B trên Ax vẽ đường thẳng song song với Ay cắt Az tại C . Vẽ $BH \perp Ay, CM \perp Ay, BK \perp AC$. Chứng minh rằng:

a) K là trung điểm của AC

b) $BH = \frac{AC}{2}$

c) $\triangle KMC$ đều

Bài 10: (HSG 7 Trường Hoàng Quyên huyện Thanh Oai năm 2018 – 2019)

Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , đường cao AH , trung tuyến AM . Trên tia đối của tia MA lấy điểm D sao cho $DM = MA$. Trên tia đối của tia CD , lấy điểm I sao cho $CI = CA$. Qua I vẽ đường thẳng song song với AC cắt đường thẳng AH tại E . Chứng minh $AE = BC$.

Bài 11: (HSG 7 huyện năm 2018 – 2019)

Cho tam giác ABC , trung tuyến AM . Trên nửa mặt phẳng chứa đỉnh C bờ là đường thẳng AB dựng đoạn AE vuông góc với AB và $AE = AB$. Trên nửa mặt phẳng chứa đỉnh B bờ là đường thẳng AC dựng đoạn $AF \perp AC$ và $AF = AC$. Chứng minh rằng:

a) $FB = EC$

b) $EF = 2AM$

c) $AM \perp EF$

Bài 12: (HSG 7 huyện năm 2018 – 2019)

Cho tam giác ABC vuông tại A với $\frac{AB}{AC} = \frac{3}{4}$ và $BC = 15$ cm. Tia phân giác của $\angle C$ cắt AB tại D . Kẻ $DE \perp BC$ ($E \in BC$)

a) Chứng minh $AC = CE$

b) Tính độ dài AB, AC

c) Trên tia AB lấy điểm F sao cho $AF = AC$. Kẻ tia $Fx \perp FA$ cắt tia DE tại M . Tính $\angle BCM$

Bài 13: (HSG 7 huyện Thái Thụy, tỉnh Thái Bình năm 2018 – 2019)

Cho tam giác ABC cân tại A (góc A tù). Trên cạnh BC lấy điểm D , trên tia đối của CB lấy điểm E sao cho $BD = CE$. Trên tia đối của tia CA lấy điểm I sao cho $CI = CA$

a) Chứng minh: $\triangle ABD = \triangle ICE$ và $AB + AC < AD + AE$

b) Từ D và E kẻ các đường thẳng cùng vuông góc với BC cắt AB, AI theo thứ tự tại M, N . Chứng minh MN đi qua trung điểm DE .

c) Chứng minh chu vi của tam giác ABC nhỏ hơn chu vi của tam giác AMN .

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com
<https://www.vn teach.com>